

浅海域における波群の伝播変形と長周期波

松 立 博 樹*・水 口 優**

1. はじめに

浅海域の長周期波は、基本波の波群構造に拘束されている拘束長周期波とそれとは独立の自由長周期波とからなる。Mizuguchi (1995) は、断面水槽において波群造波に伴って発生する長周期波について、Longuet-Higgins・Stewart (1962) (以下 LHS と略称) の理論を用いた時系列問題に対する解析解を得、笥田・水口 (1996) は実験及び Boussinesq 方程式による数値シミュレーションによってその有効性を検証した。ただし長距離伝播に伴い波群及び長周期波は扁平化し、解析解は適用できなくなるといふ問題がある。そのうち、波群そのものの伝播変形については、実験および非線形シュレディンガー方程式の数値シミュレーションにより検討されている (間瀬ら, 1985, 1987)。

本研究では、この波群の伝播変形と長周期波の相互関係を明らかにすることを目的とする。単一波群が一様水深を伝播する場合を取り上げ、断面水槽を用いた実験、Mizuguchi (1995) の解析解及び multiple scale 摂動法から得られる包絡波と長周期波の干渉項を含む連立型方程式を用いた数値シミュレーションの3者を比較しながら、包絡波と長周期波の伝播変形について定量的評価を行う。さらに、波群の伝播変形の要因の解析と個々の要因の重要度についての検討を行った。

2. 波群の伝播変形と長周期波の定量的評価について

2.1 Mizuguchi (1995) の解析解

包絡波が形を変えずに伝播するとして平均量の式 (LHS) から求めた波群の造波に伴う長周期波の解で、 $\eta_1(x, t) = \eta^*(x - C_g t) - (1 - r)n\eta^*\{n(x - Ct)\} \dots (1)$ ただし、

$$\eta^*(x, t) = -\frac{(n' - 0.25)g|A(x, t)|^2}{gd - C_g^2} \dots (2)$$

となる。ここで、 η_1 は長周期波の水位変動、 η^* は LHS の拘束長周期波の解 (以下、略して LHS 解)、 g は重力加

速度、 d は水深、 C_g は群速度、 C は基本波の波速、 n は C_g と $\sqrt{gd}$ との比、 n' は C_g と C との比、 A は基本波の複素振幅関数を表す。また、 r は造波板から発生する自由長周期波の制御係数である。例えば $r=0$ の場合はいわゆる単純造波の場合で、 $r=1$ は拘束長周期波だけが造波される場合である。

2.2 multiple scale 摂動法によるモデル方程式とその数値シミュレーション

一様水深上の波群の一次元伝播変形の理論的扱いとして、multiple scale 摂動法から得られる包絡波と長周期波の相互関係を持つ連立型支配方程式 (例えば Mei, 1983) がある。間瀬ら (1987) はこの式に水槽底面及び側面における粘性摩擦の効果を取り入れた。この式を長周期波の水位変動 η_1 及び質量輸送効果を含む長周期波の流速 u_1 を用いて表すと次式のようになる。

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} + d \frac{\partial u_1}{\partial x} = 0 \dots (3)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + g \frac{\partial \eta_1}{\partial x} = -\frac{1}{d} \left(n' - \frac{1}{4} \right) g \frac{\partial |A|^2}{\partial x} \dots (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial t} + C_g \frac{\partial A}{\partial x} + i \left[\alpha \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \beta |A|^2 A \right. \\ \left. + \left\{ \frac{k}{d} \left(C_g - \frac{1}{2} C \right) \eta_1 + k u_1 \right\} A \right] \\ + C_g \frac{(1-i)k\varepsilon_{b+w}}{2\pi} A = 0 \dots (5) \end{aligned}$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2}$$

$$\beta = \frac{\omega k^2}{16 \sinh^4 kd} \left\{ 2 \sinh^2 2kd \left(1 - \frac{\tanh kd}{kd} \right) + 9 \right\}$$

$$\varepsilon_{b+w}/\varepsilon_b = 1 + \sinh 2kd/kB$$

$$\varepsilon_b = 2\pi k / \{ \sqrt{\omega/2\nu} (\sinh 2kd + 2kd) \}$$

ここで、 i は虚数単位、 k は基本波の波数、 ω は基本波の角周波数、 B は水槽幅、 ν は動粘性係数を表し、 ε_b , ε_{b+w} はそれぞれ底面、底面及び両側面における無次元波高減衰率を表す。式 (3) と式 (4) は包絡波の振幅 $|A|$ の空間的勾配を外力項とする η_1 及び u_1 の支配方程式になり、それぞれ基本波の波群構造に伴う長周期波を表す平均量の式 (LHS) の連続式と運動方程式に一致する。式

* 正会員 工修 東洋建設(株)(前 中央大学大学院生)

** 正会員 工博 中央大学理工学部土木工学科

(5)は η_i と u_i の項を含む包絡波複素振幅 A の支配方程式である。式(3),(4),(5)は η_i, u_i, A に関する連立方程式になっている。なお、Mizuguchiの解析解は、式(5)において最初の2項のみを考慮したことになっている。

この連立方程式を実験にあわせて造波問題として数値シミュレーションを行う。造波板での境界条件として包絡波形と長周期波の流速の時系列を与え、岸側境界はそれが問題とならない程度に水路長を長く設定することで処理した。動粘性係数は測定した水温から $\nu=0.014\text{ cm}^2/\text{s}$ とした。式(5)はCrank-Nicolson型の差分化を用い、式(3),(4)は時間、空間共に中央差分を用いた。ただし空間方向には千鳥格子を用いて η_i と u_i を交互に計算する。1 time step毎に、包絡波と長周期波を交互に求め包絡波が収束するまで計算を行う。

3. 実験装置および方法

実験は一端にピストン型造波装置を有する長さ40 m、幅30 cmの断面水槽を用いて行った。実験装置の概要図を図-1に示す。水位の計測には新型容量式波高計(正豊工学製)を用い、造波板から $x=0.5, 1.0, 2.0, 4.0, 8.0, 16.0\text{ m}$ の6地点に設置した。データはサンプリング周波数50 Hzでノートパソコンのハードディスクに取得した。解析には反射波が返るまでのものを使用した。

実験には次式のような単一波群を用いた。

$$\eta(0,t)=\begin{cases} A_0(t)\cos\{\omega(t-T_0/2)\} & 0\leq t\leq T_0 \\ 0 & t<0, T_0<t \end{cases} \dots\dots\dots (6)$$

ただし、

$$A_0(t)=a_{\max}\left[1-\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)\right]/2 \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 η は基本波の水位変動、 T_0 は波群の継続時間、 $a_{\max}$ は最大振幅を表す。造波板の変位 ξ としては、 $t<0, T_0<t$ の時は停止し、 $0\leq t\leq T_0$ の時は次式についてMilne法を用いて数値的に求めたものを与えた。

$$\frac{d\xi}{dt}=\eta(0,t)+\xi_t\frac{\partial u_w}{\partial x}\bigg|_{x=0} \dots\dots\dots (8)$$

$$\xi_t=\int_0^t u_i(0,t)dt \dots\dots\dots (9)$$

$$u_w(x,t)=\frac{\omega}{2}\frac{\sinh 2kd+2kd}{\cosh 2kd-1}\eta(x,t) \dots\dots\dots (10)$$

$$u_i(x,t)=r\frac{C_g}{d}\eta^*(x,t) \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 u は全流速、 u_w は基本波の流速を表す。図-2は造波板の変位の一例である(以下の実験ケース2に対応)。実線が式(8)を用いた造波板の変位である。破線は式(8)の右辺第2項を考慮しない場合である(寛田・

水口, 1996)。造波板の変位は長周期波成分の大きさと波群の長さによっては一次のオーダの量になり、無視することはできなくなる。式(8)の右辺第2項はこれを補正するものである。

実験条件は水深 d を20 cmと固定し、包絡波の最大値 $a_{\max}$ 、基本波の周期 T 、波群中の基本波の数 $N_0(=T_0/T)$ 、自由長周期波の制御係数 r を変化させ表-1のように全10ケース行った。表中の $(\eta^*)_{\min}$ は初期包絡波形を用いたLHS解の最小値である。

4. 実験結果と理論の比較

4.1 実験結果及び考察

図-3の(a),(b),(c)はそれぞれ実験ケース1, 2, 8の各地点での(長周期波成分を除去した)基本波の水位変動とその包絡波形および長周期波の時系列である。なお、長周期波は水位変動に数値ローパスフィルタ(周期2.5 s以下のものは完全にカット)を施し求めた。包絡

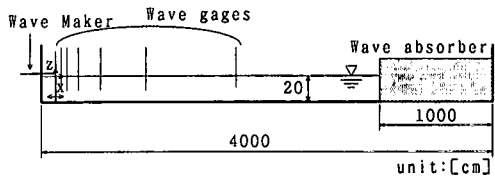


図-1 実験装置の概要図と座標系

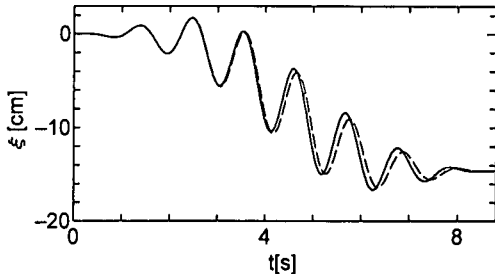
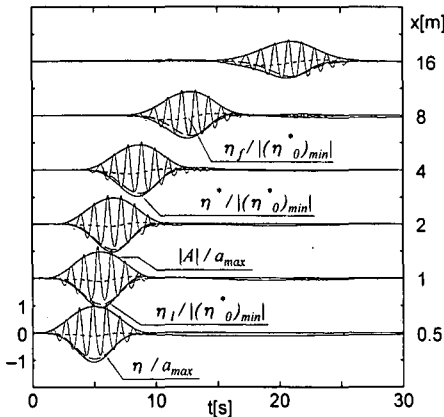


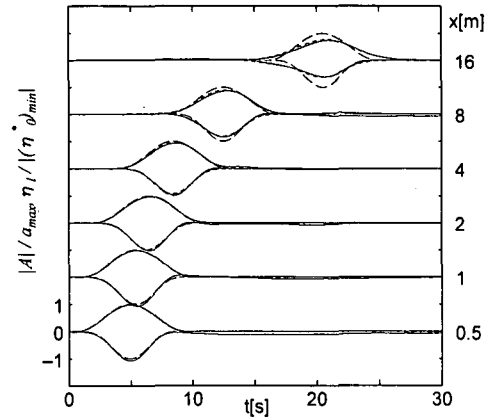
図-2 造波板の変位の例(実験ケース2)

表-1 実験ケース

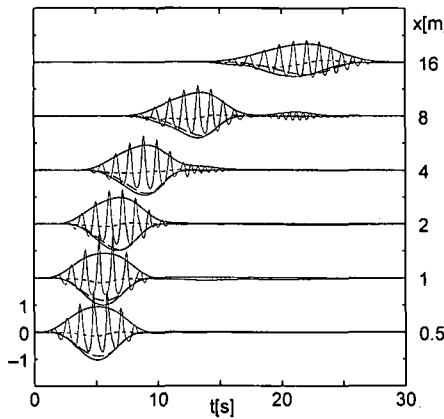
実験ケース	$a_{\max}[\text{cm}]$	$T[\text{s}]$	N_0	r	$(\eta^*)_{\min}[\text{cm}]$	kd	$ka_{\max}$
1	2	1.1	8	1	-0.223	0.92	0.092
2	4	1.1	8	1	-0.891	0.92	0.184
3	1	1.1	8	1	-0.056	0.92	0.046
4	2	1.1	6	1	-0.223	0.92	0.092
5	2	1.1	12	1	-0.223	0.92	0.092
6	2	0.8	8	1	-0.116	1.42	0.142
7	2	1.6	8	1	-0.475	0.59	0.059
8	2	1.1	8	0	-0.223	0.92	0.092
9	2	1.1	8	-1	-0.223	0.92	0.092
10	2	1.1	8	2	-0.223	0.92	0.092



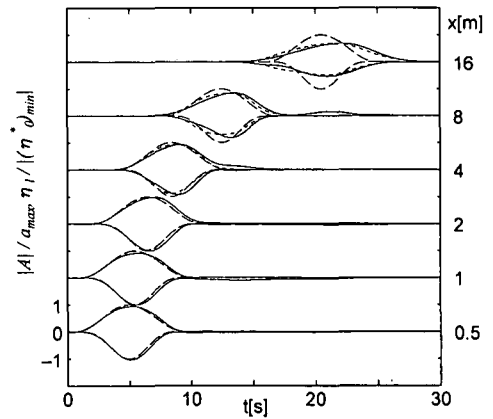
(a) $a_{\max}=2$ cm, $T=1.1$ s, $N_\theta=8$, $r=1$ (実験ケース 1)



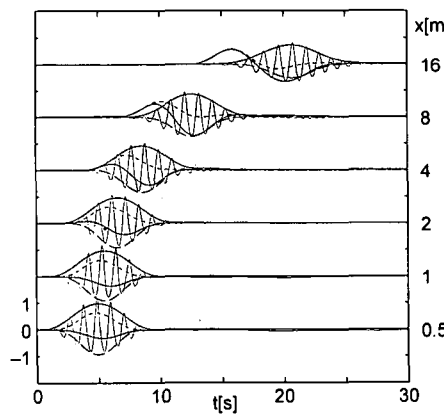
(a) $a_{\max}=2$ cm, $T=1.1$ s, $N_\theta=8$, $r=1$ (実験ケース 1)



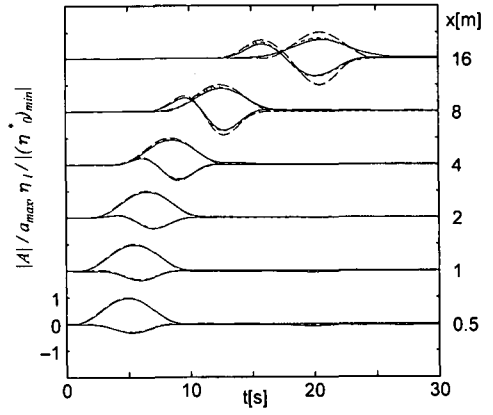
(b) $a_{\max}=4$ cm, $T=1.1$ s, $N_\theta=8$, $r=1$ (実験ケース 2)



(b) $a_{\max}=4$ cm, $T=1.1$ s, $N_\theta=8$, $r=1$ (実験ケース 2)



(c) $a_{\max}=2$ cm, $T=1.1$ s, $N_\theta=8$, $r=0$ (実験ケース 8)



(c) $a_{\max}=2$ cm, $T=1.1$ s, $N_\theta=8$, $r=0$ (実験ケース 8)

図-3 水位変動, 包絡波と長周期波の時系列

実線は水位変動, 包絡波および長周期波, 破線は拘束長周期波, 点線は自由長周期波を表す。

図-4 包絡波と長周期波の時系列

実線は実験値, 破線は解析値, 点線は数値シミュレーション値を表す。

波の算定法は, 基本波の水位変動の絶対値に同じ数値ローパスフィルタを施し $\pi/2$ を乗じる List(1991)の方法

を用いた。拘束長周期波は得られた包絡波形を用いて算出した LHS 解であり, 自由長周期波は, 実測の長周期波

から拘束長周期波を引いたものとした。基本波の水位変動、包絡波は a_{max} で、長周期波、拘束長周期波、自由長周期波は、初期包絡波形を用いた LHS 解の最小値 $(\eta^*)_{min}$ で無次元化している。図-3 (a), (b), (c) からいずれの場合も波群の伝播に伴い包絡波および長周期波は扁平化していくことがわかる。さらに、図-3(a), (b) から自由長周期波の発生を抑えても、波群の扁平化に伴い負の水位の自由長周期波が発生して先行するのがわかる。包絡波の最大振幅 a_{max} が大きいほど伝播に伴う扁平化は著しく、また発生する負の水位の自由長周期波も大きくなる。図-3(a) と (c) を比較すると、造波に伴う自由長周期波のために (c) の包絡波形はやや前傾している。

4.2 実験結果と理論の比較

図-4 (a), (b), (c) は、それぞれ実験ケース 1, 2, 8 の伝播に伴う包絡波と長周期波の時系列について実験、数値シミュレーション、解析解を比較したものである。ケース 1 および 8 では $x=4$ m, ケース 2 では $x=2$ m 地点までは波群の変形はほとんどなく、三者はよく一致している。その後は、波群の扁平化が激しく解析解の適用には無理がある。一方、数値シミュレーションと実験の一致は良い。ただし、図-4(b) の様に非線形性がかなり強い場合、包絡波の振幅は波群の後半部において、解析解、数値シミュレーションとも実験値より小さめとなる。この原因は、実験においては高周波数側の 2 次の成分が有意となるためである。なお、他の実験ケースにおいても式 (3), (4), (5) を用いた数値シミュレーションと実験の定量的一致は満足すべきものであった。

5. 波群の伝播変形に対する検討について

5.1 波群の伝播変形の要因

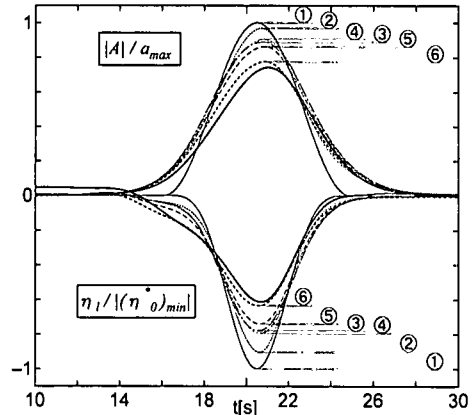
波群の伝播変形の要因について式 (5) に基づいて検討を行う。この式からもわかるように伝播変形の要因は (i) 線形分散による扁平化, (ii) 基本波の有限振幅性そのものによる先鋭化および拘束長周期波による扁平化, (iii) 自由長周期波との干渉, (iv) 底面の粘性摩擦による減衰および両側面による粘性摩擦の効果による減衰が考えられる。波群が変形しない場合から始めて要因を一つずつ取り入れると以下ようになる。

① 波群が変形しない場合 波群が変形しないとすると包絡波の支配方程式は式 (5) の第 2 項までの式となる。また長周期波については式 (3), (4) から求める。得られる解は Mizuguchi の解析解である。

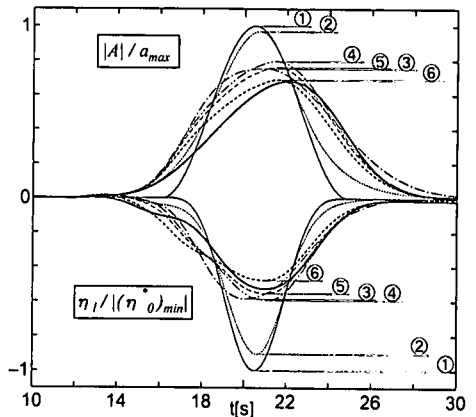
② ①+線形分散 式 (5) から線形分散の効果だけを取り出すには第 3 項までを考慮すればよい。この式は一般に線形シュレディンガー方程式と呼ばれる。長周期波に関しては①と同様である。

③ ②+有限振幅性の効果

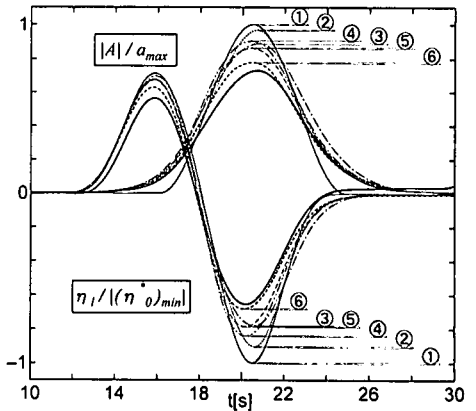
式 (5) から線形分散と有限振幅性の効果を取り出すと、従来 (例えば間瀬ら, 1985, 1987) 波群の伝播計算の解析に使われてきた非線形シュレディンガー方程式を



(a) $a_{max}=2$ cm, $T=1.1$ s, $N_0=8$, $r=1$ (実験ケース 1)



(b) $a_{max}=4$ cm, $T=1.1$ s, $N_0=8$, $r=1$ (実験ケース 2)



(c) $a_{max}=2$ cm, $T=1.1$ s, $N_0=8$, $r=0$ (実験ケース 8)

図-5 包絡波と長周期波の時系列
太実線は実験値、細実線および点線は各手法の計算値を表す。

得る。これは式(5)の[]までの項を考慮し、{ }において拘束長周期波の効果のみを考慮することに対応する。長周期波に関しては①と同様である。この扱いでは波群の変形に伴って発生する自由長周期波も無視される。

④ ③+自由長周期波の効果

③に自由長周期波の効果を含むと式(5)の左辺の最後の摩擦損失項を落とした形で表せ、長周期波成分の水位変動及び流速を陽に含む。このために、包絡波と長周期波の算定には、この式と平均量の式と連立方程式を解くことが必要となる。

⑤ ④+底面の粘性摩擦効果

間瀬ら(1987)が求めたように底面の摩擦を考慮するには、左辺の最後の項で底面の摩擦のみを考慮し包絡波を求める。長周期波に関しては④と同様である。

⑥ ⑤+側面の粘性摩擦効果

断面水槽を用いる実験では、底面より側面の摩擦効果が大きいたことが予測される。側面の摩擦効果も考慮するには式(5)全体を用いて包絡波を算定すればよい。長周期波に関しては④と同様である。

②以降についてはそれぞれの式の形を用いて、数値シミュレーションを行った。波群の変形にはある程度の伝播を必要とすることから $x=16\text{ m}$ の地点で検討を行う。図-5は実験値と各手法による包絡波と長周期波の計算値を比較したものである。ここにのせた条件では有限振幅性(②→③)、側面の粘性摩擦効果(⑤→⑥)を取り入れた場合に包絡波の変化が大きいたことから、この2つが主要因であるといえる。特に有限振幅性については、扁平化することから拘束長周期波との干渉の効果が大きいたことがわかる。また、図-5の(b), (c)からこの場合の自由長周期波(③→④)はそれぞれ包絡波頂部の僅かな後傾、前傾をもたらすことがわかる。

5.2 波群の伝播変形が無視できる条件

4.1でも述べたように伝播距離の短いときは波群はあまり変形しない。それを定量的に評価するために、上記の連立型方程式を用いた数値シミュレーションにより検討を行う。シミュレーションは、自由長周期波を抑える造波方法とし、 $d=20\text{ cm}$ と固定、 $T=1.1\text{ s}$, 1.6 s , $N_g=6, 8, 12$ の条件下で振幅を種々変えて行った。なお、ここでは摩擦の効果は無視した。包絡波形の初期波形に対する相対自乗誤差の平方根が5%となる距離 x^* を波群長 L_g で無次元化したものが図-6である。変形を無視できる距離は平均的には波群長のオーダーであり、波形勾配が小さければ線形分散が効いて深いほど短く、波形勾配が大きい場合は非線形干渉が効いて浅いほど短くなる。

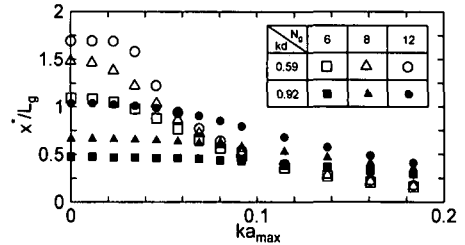


図-6 伝播変形が無視できる距離

なお、5.1で検討したケースは非線形干渉の効果の方が若干大きいケースである。

6. おわりに

一様水深を伝播する単一波群を用いた実験、解析解、数値シミュレーションと比較検討することにより、包絡波と長周期波の伝播変形を調べた。その実験結果から以下のことがいえる。①浅海域伝播による波群の扁平化と共に拘束長周期波も扁平化する。あわせて負の水位の岸向きの自由長周期波が発生する。②包絡波と長周期波の伝播変形の定量的評価として、multiple scale 摂動法から得られる連立型方程式による数値シミュレーションが有効である。③波群長のオーダーの伝播距離では、波群の伝播変形が無視できる。④波群の伝播変形の各要因の重要度は ka , $ka_{\max}$, T_g/T , x^*/L_g および自由長周期波で決まり、当然ながら $ka_{\max}$ が大きいときは非線形性が、 T_g/T が小さいときは線形分散が主要因となる。

謝辞：本論文の作成にあたっては中央大学大学院生中谷耕一君の助けを借りた。ここに記して深謝する。

参考文献

- 寛田博章・水口 優 (1996): 単一波群による長周期波, 海岸工学論文集, 第43巻, pp. 98-102.
- 間瀬 肇・小室健史・岩垣雄一 (1985): 単一波群の非線形伝播変形とうねりの波群構造, 海岸工学論文集, 第32巻, pp. 189-193.
- 間瀬 肇・松元和伸・岩垣雄一 (1987): 波群の伝播変形に及ぼす粘性摩擦の効果, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 147-151.
- List, J. H. (1992): A model for the generation of two-dimensional surf beat, J. G. R., Vol. 97, C4, pp. 5623-5635.
- Longuet-Higgins, M. S. and R. W. Stewart (1962): Radiation stress and mass transport in gravity wave, with application to 'surf beats', JFM, Vol. 13, pp. 481-504.
- Mei, C. C. (1983): The Applied Dynamic of Ocean Surface Waves, John Wiley & Sons, 740 p.
- Mizuguchi, M. (1995): Radiation stress approach to generation of long waves by a wave group in a flume, CEJ, Vol. 38, No. 1, pp. 1-4.