

# 散逸系における水面波のカオス的不規則化について

安 田 孝 志\*・橋 本 篤\*\*

## 1. 緒 言

無限次の自由度と非線形性を併せ持つ海の波の保存系近似は、その理論展開のために必要不可欠な手段となっている。これは粘性の無視によって本質を失わない海の波に対しては十分に合理的であり、それによって多くの有用な知見が得られて来たことは周知の通りである。とりわけ、ストークス波が不規則外力の作用なしにカオス的に不規則化することを示したシミュレーション結果 (Yuen & Lake, 1982; Yasuda & Mori, 1997) は、不規則波の生成問題に新しい知見を与えるものとして重要である。実際に、発達した現地波浪の水位分布や波高分布、さらには連長などが、Gaussian 仮定に基づく統計理論では十分に説明できないことはよく知られている。このような Gaussian 的描像からのかい離は、海の波の非線形性を裏付け、カオス的不規則化との関わりを示唆するものと推察される。

しかしながら、実際の海の波は弱いながらも粘性の影響を受けるため、その不規則化がカオスに関わっているとしても保存系カオスとは異なり、散逸系としての取り扱いが必要となるはずである。また、その不規則構造も散逸系カオスに従うことになると予想される。このような散逸系における水面波の問題は、主として'down shift'の原因をエネルギー逸散に求める立場 (Skandiani ら, 1996) や大気・相互作用に関わるさざ波のモデル化を進める立場 (Ruvinsky ら, 1991) などから取り扱われているが、カオス的不規則化については、何ら検討がなされていない。

そこで本研究では、水面波のカオス的不規則化に重要な変調不安定を重視する立場から深海波を対象とし、側帯波撲乱を伴うストークス波に及ぼす散逸効果を明らかにすることにより、不規則波の生成問題に関するより正しい描像に迫りたい。

## 2. 散逸系の波動モデル

### 2.1 疑似ポテンシャル近似

深海波のエネルギー逸散は、高調波の励起、さらには碎波に伴う高周波モードへのエネルギー輸送とそれの熱エネルギーへの転化（カスケード過程）により、表層で生じていると考えることができる。このため、前述の Ruvinsky らによる疑似ポテンシャル近似にならい、表層に一種の境界層とも呼ぶべき粘性層を考え、この外では、非粘性・非回転として扱えると仮定する。さらに、流体運動の卓越成分は非回転であり、速度ポテンシャル  $\phi$  に支配されるとし、その速度  $V$  を  $\phi$  によって与える。

以上より、境界層内の速度  $V$  は非回転成分  $\phi$  と回転成分  $v = (u, v)$  の和で与えられると仮定し、回転成分  $v$  によってエネルギーを逸散させる一方、その影響を速度ポテンシャル  $\phi$  に反映させる。この近似手法は、運動の卓越成分が非回転の場合に有効であり、非回転波動に対する解析手法の利点をそのまま残しながら、粘性による減衰を評価することが可能となっている。すなわち、回転成分  $v$  を含む自由表面での境界条件を速度ポテンシャル  $\phi$  と水面変動  $\eta$  に関する発展方程式として取り扱い、 $v$  を散逸外力項として減衰計算を行うことができる。このような Ruvinsky らの手法を用い、Skandiani ら (1996) によっても用いられているが、渦度方程式の取り扱いなどに若干の差異があり、以下では著者ら誘導を示す。

### 2.2 波動モデル

表面境界層の厚さ  $\delta$  は波高  $H$  に比べて十分に薄いと仮定すれば、自由表面での圧力  $p$  は次式となる。

$$p|_{\eta} = P_a - \frac{\tau(\eta_{xx})}{[1 + \eta_x^2]^{\frac{3}{2}}} - 2\rho\nu_e(\phi_{xx} - w_z)|_{z=\eta} \quad \dots (1)$$

ここで、 $P_a$  は大気圧、 $\tau$  は表面張力、 $\rho$  は水の密度および  $\nu_e$  は境界層内の碎波等の亂れを考慮した動粘性係数。

上述の仮定より、境界層内の圧力  $p$  は法線方向に一定かつ  $\eta(1 - \delta/\eta) \approx \eta$  と近似できるとすれば、非回転層境界  $z \approx \eta$  での動力学的境界条件は次式のようになる。

\* 正会員 工博 岐阜大学教授 工学部土木工学科

\*\* 学生会員 岐阜大学大学院 工学研究科

$$\phi_t + \frac{1}{2}(\nabla \phi)^2 + g\eta + \frac{P_a}{\rho} - \frac{\tau \eta_{xx}}{\rho[1+(\eta_x)^2]^{\frac{3}{2}}} - 2\nu_e(\phi_{xx} - w_z) = 0|_{z=\eta} \quad (2)$$

また、境界層表面は自由表面に一致するから、そこで運動学的境界条件は、境界層内の速度  $V = \nabla \phi + v$  に対して  $V\eta_x \approx \phi_x \eta_x$  と近似すれば、次式のように表される。

$$\eta_t + \phi_x \eta_x = \phi_z + w|_{z=\eta} \quad (3)$$

$v$  の鉛直成分  $w$  は渦度方程式に支配されるから、境界層内では  $|\partial w / \partial x| \ll |\partial u / \partial z|$  の関係が成立立つとしてこれを書き換えると、 $w$  の支配方程式は次式となる。

$$w_t = 2\nu_e \phi_{xxx} + \nu_e w_{xx}|_{\eta} \quad (4)$$

また、境界層は碎波によって乱流状態になってしまって気泡を含まないとすれば、非圧縮と仮定でき、速度ポテンシャル  $\phi$  に対して連続条件

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (5)$$

が境界層を含めた全域において成立する。

底面での境界条件は、深海波に対して次式となる。

$$\nabla \phi|_{z=-\infty} \rightarrow 0 \quad (6)$$

これらを自由表面  $\eta$ 、そこでの速度ポテンシャル  $\phi^s = \phi|_{\eta}$  および鉛直速度  $w^s = w|_{\eta}$  に関する発展方程式に書き換える、さらに  $k_0$  を代表長として

$$\left. \begin{aligned} \phi' &= \phi/(g/k_0)^{1/2}, \quad w' = w/(g/k_0)^{1/2}, \quad W = W/(g/k_0), \\ \eta' &= k_0 \eta, \quad x' = k_0 x, \quad z' = k_0 z, \quad t' = t \sqrt{g/k_0} \\ p' &= p/(\rho g/k_0), \quad \tau' = \tau/(\rho g/k_0) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

のように無次元化すると、最終的に解くべき無次元発展方程式が次式のように導かれる。

$$\begin{aligned} \phi_t^s &= -\eta + w^s W - \frac{1}{2} \phi_x^{s2} + \frac{1}{2} W^2 (1 + \eta_x^2) \\ &+ \tau \frac{\eta_{xx}}{(1 + \eta_x^2)^{3/2}} - P_a + \frac{2}{Re^*} \\ &\cdot \frac{\phi_{xx} - W\eta_{xx} - 2Wx\eta_x}{1 - \eta_x^2} - \frac{2}{Re^*} w_z^s \end{aligned} \quad (8)$$

$$\eta_t = -\eta_x \phi_x^s + (1 + \eta_x^2) W + w^s \quad (9)$$

$$w_t^s = \frac{1}{Re^*} (2W_{xx} + w_{xx}^s) \quad (10)$$

ここで、

$$Re^* = (gk_0^3)^{1/2} / \nu_e \quad (11)$$

$$W = \phi_z|_{\eta}, \quad W_x = \phi_{zx}|_{\eta}, \quad W_{xx} = \phi_{zzx}|_{\eta}, \quad \dots \quad (12)$$

$$w^s = w|_{\eta}, \quad w_x^s = w_z|_{\eta}, \quad w_{xx}^s = w_{xz}|_{\eta} \quad \dots \quad (12)$$

各諸量の無次元記号'は簡単のため省略している。

式(8)および(10)は、前述のRuvinskyらやSkandranらのものと若干異なっているが、これらを修正したものとなっている。また、 $Re^*$  は粘性を渦動粘性係数  $\nu_e$  で評価した‘乱流レイノルズ数’と称すべきものであり、粘性力を物性値である動粘性係数  $\nu$  で評価した本来

のレイノルズ数  $Re$  とは  $Re^* = (\nu/\nu_e) Re$  の関係にある。

### 2.3 解 法

式(8)および(9)は右辺に  $w^s$  を含んでいるが、Dommermuth & Yue (1987) によるスペクトル法を用いて解くことができる。また、方程式に若干の差異はあるが、 $\eta$  および  $\phi^s$  に  $w^s$  を加えた時間発展計算も前述のSkandranらによって既に試みられている。

## 3. 散逸系におけるストークス波のカオス

### 3.1 計算条件

初期波として、 $k_p a_p = 0.05, 0.10$  および  $0.15$  のストークス波の不安定領域 ( $|k - k_p| < 2\sqrt{2} k_p a_p$ ) 内の 4 組の側帯波モード  $k_p \pm n\Delta k$  ( $n=1 \sim 4$ ) に  $10^{-2} a_p$  の振幅を与えた準単色波を考える。ここで、 $k_p$  および  $a_p$  はストークス波(主波)の波数および振幅。計算領域  $L_0$  をストークス波の波長  $L_p = 2\pi/k_p$  の 16 倍に定め、実空間での離散間隔  $\Delta x$  を  $L_0/128 = L_p/8$  とした。

波数空間についてはその範囲を  $0 \leq k \leq 4k_p$  と定め、これをフーリエモード数  $N=64$  に適合させて 64 分割し、波数間隔  $\Delta k$  を  $k_p/16$  とした。時間については  $\Delta t/T_p = 0.01$  と離散化して RKG 法によって発展計算を行った。

### 3.2 表面張力および粘性応力

表面張力は式(8)の右辺第 5 項を通して現れ、それに対する波長の影響はその無次元表示  $\tau'$  に集約されている。表面張力  $\tau$  として常温での値  $7.45 \times 10^{-2} \text{ N/m}$  を用い、 $L_p$  の単位を  $m$  とすると、式(7)より  $\tau' = 1.17 \times 10^{-6} L_p^{-2}$  となる。

粘性応力は境界層内の乱れに起因しているとし、その作用を式(8)の右辺第 7 および 8 項、式(10)の右辺によって表している。この結果、これらの影響は式(11)で定義される‘乱流レイノルズ数’  $Re^*$  によって評価されることになる。いま、動粘性係数  $\nu$  を  $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  と与えると、式(11)より

$$Re^* = 1.27 \times 10^7 (\nu/\nu_e) L_p^{3/2} \quad (13)$$

のように表示される。

リーフ上での孤立波の崩れ型碎波による渦動粘性係数  $\nu_e$  としては、 $3.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$  程度の値が得られている。深海波の碎波の場合はこれより一桁以上低いと考え、 $\nu_e/\nu$  の値は高々  $5 \times 10^2$  程度と仮定する。

### 3.3 スペクトルの時間発展

散逸系と保存系におけるスペクトルの時間発展の比較を行うため、 $k_p a_p = 0.15$  のストークス波に前述のような 4 組の側帯波擾乱を加えた準単色波のほかに、 $k_p \pm 4\Delta k$  の 1 組のモードに  $10^{-2} a_p$  の振幅を与えた準単色波の場合についても伝播計算を行った。

図-1 は、 $\nu_e/\nu = 1$  とし、 $L_p$  を  $8.0 \text{ m}$ ,  $0.4 \text{ m}$ ,  $0.08 \text{ m}$  と変化させたときのこれらの波のスペクトルの時間変化

を示したものであり、 $T_p$ は $L_p$ に対応した周期である。

4組の側帯波擾乱を与えた場合、(b) の $L_p=0.4\text{ m}$ でも(a) の $8.0\text{ m}$ と同様にカオス的に不規則化するが、減衰も進んでいる。さらに、(c) の $L_p=0.08\text{ m}$ になると、前述のように表面張力と粘性応力の影響が増し、これらによる変動を繰り返しながら減衰が進み、不規則化する前に波が消えて行く。また、(d) のように側帯波擾乱が $k_p \pm 4\Delta k$ のモード一組の場合、減衰を伴いながらもFPU再帰が続き、不規則化は生じない。これは、ストークス波が不可避的擾乱(例えば、有限桁数化による誤差など)のためにFPU再帰の後に必ずカオス化する保存系の場合(Yasuda & Mori, 1997)と大きく異なっている点であり、散逸効果によって不可避的擾乱が消え、ストークス波の安定性が保たれることを示すものと言える。

### 3.4 エネルギー逸散

粘性によってエネルギー逸散が生じるが、それは第一義的に $Re^*$ の値に支配されている。 $Re^*$ は $\nu_e/\nu$ および $L_p$ の両方に依存するが、ここでは簡単のために散逸は分子粘性のみによるとして $\nu_e/\nu=1$ とし、 $L_p$ の値を変化させることによって $Re^*$ を変化させる。

図-2は、前述の4組の側帯波擾乱を伴う $k_p a_p = 0.05$ および $k_p a_p = 0.15$ のストークス波の伝播過程でのエネルギー逸散率 $\epsilon$

$$\epsilon = [1 - E(t)/E(0)] \times 100(\%) \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

の時間変化を、 $L_p=0.08, 0.16, 0.4$ および $8.0\text{ m}$ の波について示したものである。 $k_p a_p$ によるエネルギー逸散率 $\epsilon$ の差異は小さく、 $L_p$ に大きく依存している。したがって、このように粘性応力が $\nu_e/\nu=1$ となる分子粘性のみの場合、 $L_p=8.0\text{ m}$ ではエネルギー逸散自体が無視でき、非粘性流体場での非回転波動としての取扱いが可能となる。しかし、 $L_p$ が実験室レベルの $0.4\text{ m}$ 程度まで短くなると指數関数的に減衰が進むようになり、その影響は無視できなくなる。

そこで、フーリエ振幅 $A(t)$ が指數関数的に減衰する点に着目し、 $A(t)$ を次式のように仮定する。

$$A(t) = A(0) e^{-\sigma t} \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

これより、 $\epsilon=90\%$ となるときの振幅を $A_c$ 、そのときの時間間を $T_c$ として、減衰率 $\sigma$ を次式によって与える。

$$\sigma = \frac{1}{T_c} \log_e |A(0)/A_c| \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

なお、 $t/T_p=1000$ においても $\epsilon$ が90%以下の場合、その時の $A$ の値を $A_c$ とし、時間 $T_c$ も $1000 T_p$ で与える。

図-3は、 $k_p a_p = 0.05, 0.10$ および $0.15$ のストークス波について、こうして求めた $\sigma$ と $\nu_e/\nu=1$ とした式(13)の $Re^*$ との関係をプロットしたものである。 $Re^* \leq 10^6$ では $k_p a_p$ による差異が生じているが、 $Re^* \geq 10^6$ ではほとんど差異はなくなっている。そこで、 $T_c/T_p=1000$ にお

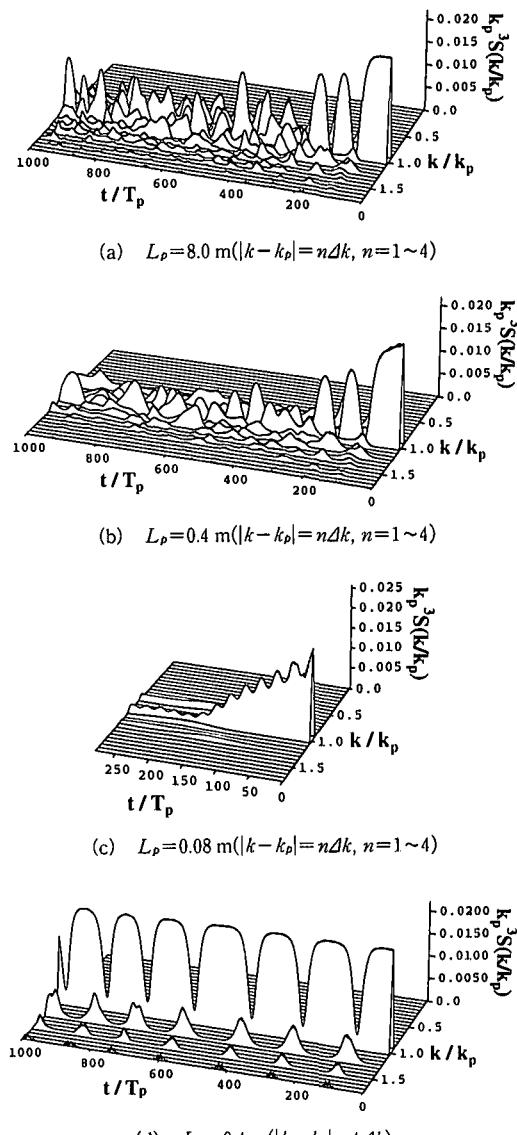


図-1 分子粘性による散逸系( $\nu_e/\nu=1$ )における側帯波擾乱を伴う $k_p a_p = 0.15$ のストークス波のスペクトルの時間発展

いて $A_c/A(0)=0.9$ となる場合を逸散限界として式(16)より $\sigma$ を求め、この $\sigma$ の値に対応する $(Re^*)_{dc}$ の値を求めるとき $\approx 2 \times 10^7$ となる。逸散が分子粘性のみによっているとして逸散限界波長 $(L_p)_{dc}$ を求めるとき、 $1.35\text{ m}$ となるから、対象とする波の波長がこれより短いと分子粘性による逸散でも無視できなくなる。さらに、この $(Re^*)_{dc}$ の値を式(15)に代入し、これを $(L_p)_{dc}$ と $\nu_e/\nu$ に関する方程式として解くと、動粘性係数 $\nu_e$ の値に応じた逸散限界波長 $(L_p)_{dc}$ が次式で与えられる。

$$(L_p)_{dc} = 1.35 (\nu_e/\nu)^{2/3} \quad (\text{単位, m}) \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

### 3.5 変調不安定

変調不安定は、不安定領域内に擾乱が加えられれば  $k_p a_p$  の値に関係なく生じる (Yasuda & Mori, 1997)。しかし、成長率は  $(k_p a_p)^2$  に比例するため、 $k_p a_p$  の値が小さいと成長速度が遅くなり、側帯波モードが十分に発達する前に主波モード自体がエネルギーを失い、さらに成長が遅れることになる。このため、 $k_p a_p$  や  $L_p$  の値によっては不安定が消え、見掛け上安定となってしまう。

図-4は、前述の4組の初期擾乱を伴う  $k_p a_p = 0.05, 0.10$  および  $0.15$  のストークス波の主波モードのスペクトルの時間発展と  $L_p$  の関係を示したものである。前述したように  $L_p = 8.0 \text{ m}$  ではエネルギー逸散は無視できないため、図-1に示したように主波モードの振幅低下は周辺モードへのエネルギー供給によっていると考えることができる。しかし、 $L_p = 0.4 \text{ m}$  では逸散が無視できず、主波モードの振幅低下はエネルギーの逸散と周辺モードへの供給によることになる。さらに、 $L_p = 0.08 \text{ m}$  になると、変調不安定が生じないままエネルギー逸散によって主波モードの振幅が減衰する。このような主波モードの減衰や変調は  $k_p a_p$  に依存し、変調不安定による準周期的変動（不完全 FPU 再帰）が消える限界の  $(L_p)_{mc}$  の値も  $k_p a_p$  の値に応じて変化する。これらの値を図-4から推定すると、 $k_p a_p = 0.05$  では  $(L_p)_{mc} = 0.14 \text{ m}$ ,  $0.10$  では  $0.12 \text{ m}$ ,  $0.15$  では  $0.08 \text{ m}$  となる。

これらの  $(L_p)_{mc}$  の値をこのときの  $\nu_e/\nu = 1$  とともに式

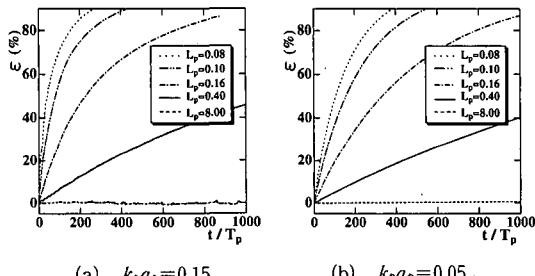


図-2 散逸系 ( $\nu_e/\nu=1$ ) におけるストークス波のエネルギー逸散率  $\epsilon(t)$  の経時変化

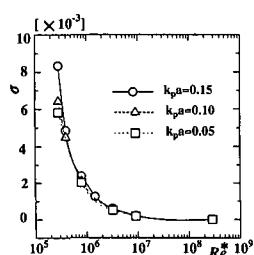


図-3 散逸系 ( $\nu_e/\nu=1$ ) における減衰率  $\sigma$  と  $Re^*$  の関係

(13)に代入すると、分子粘性による散逸系における変調不安定の発生限界に対する  $Re^*$  値の  $(Re^*)_{mc}$  がそれ次のように導かれる。

$$\left. \begin{aligned} k_p a_p = 0.05 ; (Re^*)_{mc} &= 6.65 \times 10^5, (L_p)_{mc} = 0.14 \text{ m} \\ k_p a_p = 0.10 ; (Re^*)_{mc} &= 5.27 \times 10^5, (L_p)_{mc} = 0.12 \text{ m} \\ k_p a_p = 0.15 ; (Re^*)_{mc} &= 2.88 \times 10^5, (L_p)_{mc} = 0.08 \text{ m} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

これらを逆に式(13)に代入し、式(18)と同様な  $L_p$  (単位: m) と  $\nu_e/\nu$  の関係式を導くと、次式のようになる。

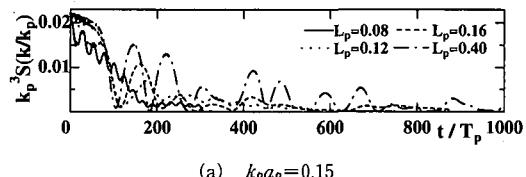
$$\left. \begin{aligned} k_p a_p = 0.05 ; L_p &= (0.14)(\nu_e/\nu)^{2/3} \\ k_p a_p = 0.10 ; L_p &= (0.12)(\nu_e/\nu)^{2/3} \\ k_p a_p = 0.15 ; L_p &= (0.08)(\nu_e/\nu)^{2/3} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

### 3.6 カオス的不規則化

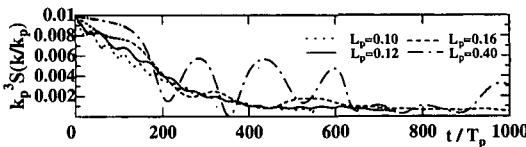
ストークス波は変調不安定とモード間干渉のためにカオス的に不規則化するが、不完全 FPU 再帰による準周期過程を経て不規則過程に遷移する。

これは変調不安定による側帯波の成長に時間を要するためであるが、この準周期過程の間にエネルギー逸散のために主波からエネルギーが失われると不規則過程に遷移せず、準周期過程のまま減衰して行くことになる。前述の図-4の  $L_p = 0.08 \text{ m}$  や  $0.16 \text{ m}$  の波のスペクトルの時間変化はこのことを示したものであり、不規則化が強い散逸のために抑えられていることを示している。

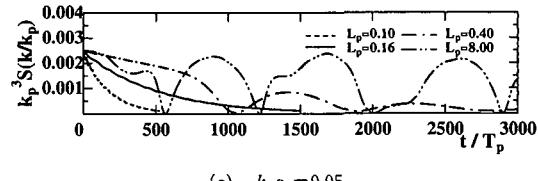
したがって、ストークス波がカオス的に不規則化するには、単に変調不安定が生じるだけでは不十分であり、



(a)  $k_p a_p = 0.15$



(b)  $k_p a_p = 0.10$



(c)  $k_p a_p = 0.05$

図-4 散逸系 ( $\nu_e/\nu=1$ ) における側帯波擾乱 ( $|k - k_p| = n\Delta k$ ,  $n=1 \sim 4$ ) を伴うストークス波の主波モードのスペクトルの時間変化と  $L_p$  (m) の関係

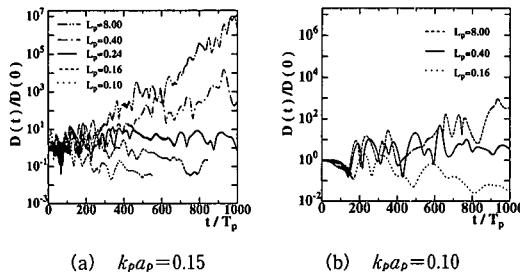


図-5 散逸系における Separation distance  $D(t)$  の時間発展と  $L_p(m)$  の関係

準周期過程から不規則過程に遷移するに十分な非線形強度が要求される。この強度が散逸効果を上回っておれば、アトラクターを伴う散逸系カオスとして不規則化する。

それ故、散逸系におけるカオス的不規則化は、 $1/Re^*$  で表されるエネルギー逸散強度と  $k_p a_p$  で表される非線形強度の関係に支配され、 $k_p a_p$  に応じてカオス的不規則化限界を与える  $(Re^*)_{cc}$  の値も変化する。このため、カオス的不規則化の判定を Separation distance  $D(t)$  の時間発展によって行い、 $D(t)$  を次式のように定義する。

$$D(t) = \sum_{n=1}^N |A_n(t) - A'_n(t)| \quad \dots \dots \dots \quad (20)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} A'_n(0) &= A_n(0); n=1, \dots, N \text{ and } n \neq N/4 \\ A'_n(0) &= A_n(0) + 10^{-3} A'_n(0); n=N/4 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (21)$$

図-5 は、分子粘性による散逸系 ( $\nu_e/\nu=1$ ) における  $k_p a_p=0.10$  および 0.15 のストークス波に前述の 4 組の側帯波擾乱を与えたときの  $D(t)$  と  $L_p$  の関係を示す。 $k_p a_p=0.15$  の場合、 $L_p \geq 0.40$  m では  $D(t)$  の値が指数関数的に増大し、カオス的に不規則化していると判定できる。これに対し、 $L_p \leq 0.16$  m では  $D(t)$  は時間とともに減少しており、エネルギー逸散が不安定を抑え込んで、カオス的不規則過程には遷移しないことがわかる。そして、 $L_p=0.24$  m では  $D(t)$  は発達も減衰もせず、ほぼ初期値のままであり、逸散と不安定が均衡している。これより、 $\nu_e/\nu=1$  の下では、 $k_p a_p=0.15$  のストークス波に対して  $L_p=0.24$  m が不規則化限界波長 ( $L_p$ )<sub>cc</sub> となり、 $k_p a_p=0.10$  の場合には  $(L_p)$ <sub>cc</sub>=0.40 m となる。

これらの  $(L_p)$ <sub>cc</sub> の値を  $\nu_e/\nu$  とともに式 (13) に代入すると、不規則化限界を与える  $(Re^*)$ <sub>cc</sub> の値および任意の  $\nu_e/\nu$  に対する  $(L_p)$ <sub>cc</sub> 値が次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} k_p a_p=0.15; (Re^*)_{cc} &\approx 1.49 \times 10^6, (L_p)_{cc}=4.17(\nu_e/\nu)^{2/3} \\ k_p a_p=0.10; (Re^*)_{cc} &\approx 3.21 \times 10^6, (L_p)_{cc}=2.50(\nu_e/\nu)^{2/3} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

これからもわかるように、波の発達に伴って散逸が分子粘性から碎波による渦動粘性に進むに従って、不規則化限界波長も長くなるが、ストークス波がカオス的に不規

則化するには、こうした粘性による散逸効果 ( $\nu_e/\nu$ ) に打ち克つに必要な非線形性 ( $k_p a_p$ ) と慣性 ( $L_p$ ) が要求される。したがって、風などの外力がこの要求に応えれば、ストークス波は内因的に不規則化していくことになる。

#### 4. 結 語

疑似ポテンシャル近似によって、表面張力と渦動粘性応力の影響を取り入れたストークス波の伝播計算を行い、エネルギー逸散、変調不安定およびカオス的不規則化に及ぼす散逸効果について検討した。その結果、エネルギー逸散は、主波の波長および渦動粘性係数の閾値として表される「乱流レイノルズ数」 $Re^*$  に支配され、 $Re^*$  の値がほぼ  $2 \times 10^7$  を上回る場合にはエネルギー逸散は無視できることが明らかになった。これに対し、変調不安定やカオス的不規則化は  $Re^*$  だけでなく  $k_p a_p$  の値にも依存し、散逸系におけるストークス波の不安定および不規則化限界を与える  $Re^*$  の値は  $k_p a_p=0.15$  に対して  $6.65 \times 10^5$  および  $1.50 \times 10^6$ 、 $k_p a_p=0.10$  に対して  $5.27 \times 10^5$  および  $3.21 \times 10^6$  となることが明らかとなった。また、 $k_p a_p=0.10$  のストークス波の場合、 $L_p \leq 0.12$  m であれば分子粘性のみでもそれによる散逸効果のためにカオス的不規則化が抑えられる一方、碎波によってそれの 100 倍程度の渦動粘性 ( $\nu_e=100\nu$ ) となると  $L_p=0.8$  m でも不規則化が生じないことになる。

このように、保存系ではストークス波がほとんど必ずカオス的に不規則化するのに対し、散逸系ではエネルギー逸散に打ち克つ慣性力 ( $L_p$ ) と非線形性 ( $k_p a_p$ ) がカオス的不規則化に必要となる。このことから、海の波に対する風の作用の本質は逸散を上回るエネルギーの供給にあり、その不規則性は風によるのではなく、波自身の不規則化によっていることが示唆される。

#### 参考文献

- Dommermuth, D. G. and D. K. P. Yue (1987): A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves, J. Fluid Mech., Vol. 184, pp. 267-288.
- Ruvinsky, K. D., F. I. Feldstein and G. I. Freidman (1991): Numerical simulations of the quasi-stationary stage of ripple excitation by steep gravity-cappillary waves, J. Fluid Mech., Vol. 230, pp. 339-353.
- Skandiani, C., C. Kharif and J. Poitevin (1996): Nonlinear evolution of water surface waves: the frequency downshift phenomenon, Contemporary Math., Vol. 200, pp. 157-171.
- Yasuda, T. and N. Mori (1997): Roles of sideband instability and mode coupling in forming a water-wave chaos, Wave Motion 825, Vol. 26, No. 2, pp. 100-123.
- Yuen, H. C. and B. M. Lake (1982): Nonlinear dynamics of deep-water gravity waves, Adv. in Appl. Mech., Vol. 22, pp. 67-327.