

非対称振動流の乱流遷移特性

——正弦振動流との相違点に着目して——

川村 育男*・田 中 仁**・山路 弘人***・アーマド・サナ****

1. 研究の目的

波動下での底面近傍における流速場や底面せん断力を知ることは、土砂移動やこれに伴う海浜変形などの算定のために非常に重要である。そこで現在までに波動境界層に関する研究が数多くなされてきたが、そのほとんどは正弦振動流を対象としたものである。しかし砂移動が活発な浅海域においては波動の非線形性が卓越してくるために、このように単純化された流体場に対する知見では実際の現象(たとえば net の漂砂量)を十分に説明できない。以上のような背景から、Debajnia・渡辺 (1991)、灘岡・八木ら(1994, 1996)、Ribberink・Al-Salem (1994)、Larson (1995) は非対称振動流下における漂砂量や境界層の乱流特性に関する研究を行い、正弦振動流下とは異なる特性を有することを明らかにしている。しかし、非対称振動流による実験は正弦振動流による実験に比べて非常に少ない状態にある。その理由の一つとして、振動流発生装置が正弦振動流のものと比べて複雑であり高価なことがあげられる。そこで本研究では、まず新たに提案された非対称振動流装置 (田中ら, 1997a) を作製し、その作動性の検討を行い、その有効性を示した。次に、これを用いた実験結果と既往の実験データ、さらには $k-\epsilon$ モデルによる数値実験をもとに非対称振動流の乱流遷移特性を調べ、従来の正弦振動流の結果とは大きく異なる振る舞いを示すことを明らかにした。

2. 実験装置と実験方法

先に提案された機構 (田中ら, 1997a) に基づく非対称振動流発生装置を作製し、風洞実験を行った。図-1 にその概略図を示す。図に示されるような仕組みによりディスクの回転速度が一定でも、ピストンを往と復とで異なる移動速度で運動させ、非対称な振動運動を得ることができる。このシステムによりクノイド波にほぼ一致する流速場を管路内に発生させることができる。ディスクの回転速度をかえることにより異なるレイノルズ数につい

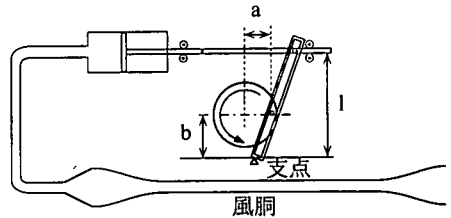


図-1 実験装置

て実験が行える。また、田中ら (1997a) により流速波形の非対称度を表すパラメータ $A_s = U_c / (U_c + U_t)$ はディスクの回転半径 a 、支点と直線移動部までの距離 l 、ディスクの中心から支点までの距離 b と関連づけられているので、様々な非対称度についても実験が行える。ここで、 U_c 、 U_t はそれぞれ峰位相及び谷位相での流速の最大値である。

流速測定は水平管路部(長さ 5 m, 幅 0.2 m, 高さ 0.1 m)の中央部において、管路底面から管路中央までの 24 点についてレーザードップラー流速計を用いて行った。なお管路内壁面は滑面とし、サンプリング間隔は 10 ms で 50 波分のデータを取り、アンサンブル平均して 1 周期内の速度分布、乱れ強度を得た。

現在のところ非線形波動下における乱流遷移限界を判定するためのレイノルズ数は提案されていないので、灘岡ら (1994) にならい、波の峰位相と谷位相を正弦振動の半分とみなし、波の峰位相、谷位相それぞれに対して (1) 式、(2) 式に示すように R_{sc} 、 R_{st} の二つのレイノルズ数を求めた。

$$R_{sc} = U_c \sqrt{2t_c \nu} / \nu \dots\dots\dots (1)$$

$$R_{st} = U_t \sqrt{2t_t \nu} / \nu \dots\dots\dots (2)$$

ここで t_c 、 t_t はそれぞれ峰と谷との継続時間、 ν は動粘性係数である。表-1 に振動流の実験条件を示す。ただし表中の実験 Case 4 はサナら (1997) によって行われた実験である。

Hino et al. (1976) によれば正弦振動流の乱流遷移レイノルズ数 $R_s (= U_c \sqrt{2\nu/\omega}) = 550$ であるから、Case 1

* 学生会員 東北大学大学院工学研究科
** 正 会 員 工 博 東北大学教授 工学部土木工学科
*** 正 会 員 東北大学教務職員 大学院工学研究科
**** 正 会 員 博(工) 前東北大学助手 大学院工学研究科

表-1 実験条件

Exp.	$T(s)$	$\nu(\text{cm}^2/\text{s})$	A_s	R_{sc}	R_{st}
Case 1	4.47	0.1420	0.68	333	204
Case 2	2.14	0.1415	0.68	510	284
Case 3	1.72	0.1402	0.68	560	310
Case 4	3.92	0.0089	0.57	604	541

は完全な層流下での実験であると言えよう。ここで ω は角振動数である。

3. 数値計算法

先述の実験データを補完するために、 $k-\epsilon$ モデルによる数値実験を行った。 $k-\epsilon$ モデルには、Jones・Launderモデル(1972)によるオリジナルモデル以降、さまざまなバージョンが提案されている。サナラ(1996)の研究によれば、波動場においてはJones・Launderモデル(1972)の精度が優れているとされているので、これを参考にして、Jones・Launder(1972)のモデルを用いた。このため、計算は滑面の場合のみに限られる。

計算ではクノイド波第一近似解により境界層外縁での圧力勾配の変化を与え、 $k-\epsilon$ モデルに基づく境界層内の計算を差分により行った。計算方法の詳細についてはサナラ(1996, 1997)を参照されたい。

4. 実験結果と考察

(1) 流速分布

図-2(a), (b)にそれぞれCase 1, Case 4の流速分布を示す。図において曲線は層流解を表し、マークは実験結果を表している。

図-2(a)では実験結果は層流解(実線)と非常に一致を示している。このことから実験装置は所期の機能を持つと判断される。(b)では層流解から大きくずれていることから、乱流に至っているものと判断される。なお、図-1に示した装置による乱流域のデータは得られていない。

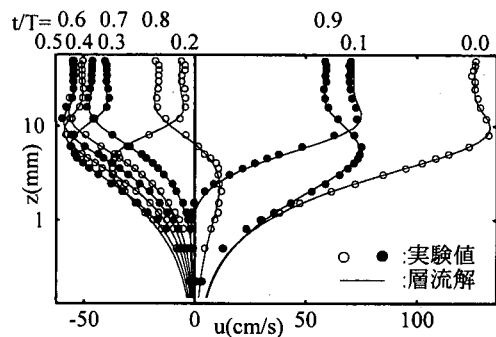


図-2(a) 流速分布

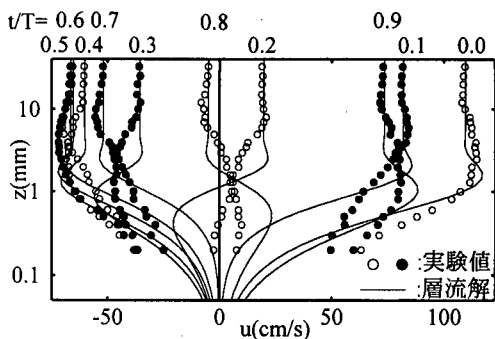


図-2(b) 流速分布

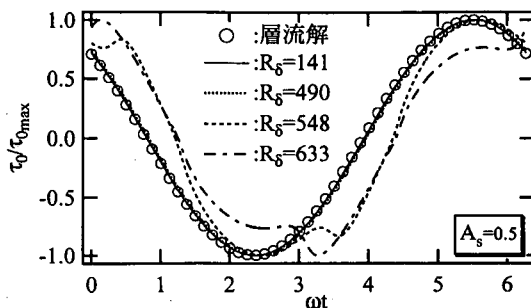
(2) セン断力

図-3(a), (b), (c)に $k-\epsilon$ モデルによる数値実験から得られたせん断力波形を示す。図-3(a), (b), (c)において A_s はそれぞれ0.5, 0.6, 0.7である。また、図中のマークは田中ら(1997b)によるせん断力の層流における解析解を表している。図-3(b), (c)より非対称振動流下においてせん断力波形が主流速の波形とおおきく異なる形を示すことが分かる。また、図-3(a), (b)においては、 $R_s=490$, (c)では $R_s=767$ までは層流解と数値実験の値はよい一致を示すが、それよりレイノルズ数が大きくなると急激に層流解からずれていく様子が確認される。

(3) 摩擦係数

図-4(a)~(c)に異なる A_s について峰位相と谷位相における摩擦係数 f_{wc}, f_{wt} を示す。ここで、摩擦係数の定義は田中ら(1997b)に従っており、代表速度としては峰での流速を用いている。また、同図には田中ら(1997b)による層流での解析解も示されている。

図-4(a)は $A_s=0.5$, すなわち正弦振動流下における摩擦係数であるが、 $R_s=550$ 近傍で層流解から急激にはずれていく様子が確認される。この結果はHino et al.(1976)による限界レイノルズ数と一致しており、この数値計算の妥当性が確認される。図-4(b), (c)はそれぞ

図-3(a) セン断力 ($A_s=0.5$)

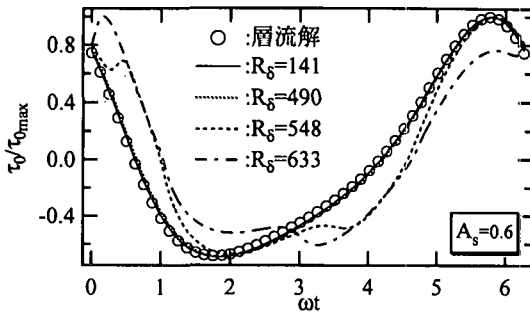


図-3(b) せん断力 (\$A_s=0.6\$)

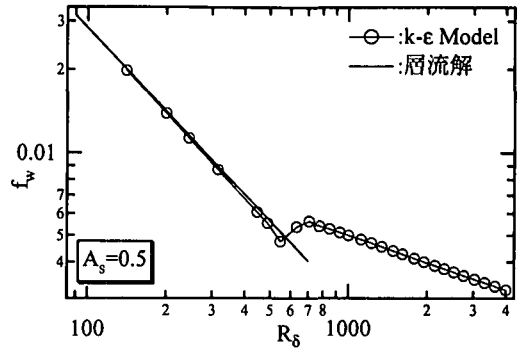


図-4(a) 摩擦係数 (\$A_s=0.5\$)

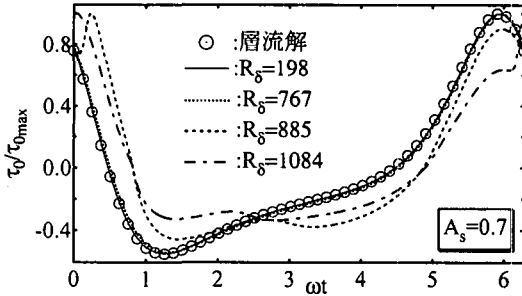


図-3(c) せん断力 (\$A_s=0.7\$)

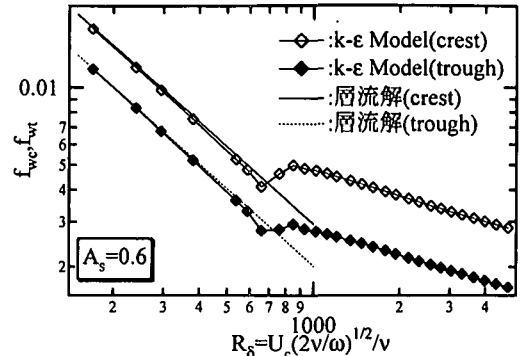


図-4(b) 摩擦係数 (\$A_s=0.6\$)

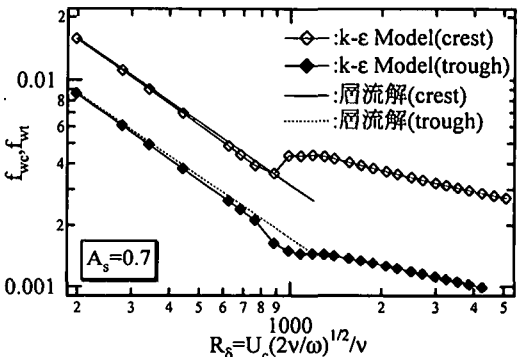


図-4(c) 摩擦係数 (\$A_s=0.7\$)

れ $A_s=0.6$, $A_s=0.7$ のときの摩擦係数であるが, 非正弦振動流下においても図-4(a) でみられたのと同様に, ある R_δ を境に急激に変化していくことが分かる。

(4) 位相のずれ

図-5(a)~(c) に異なる A_s について, 峰位相と谷位相における最大せん断力と最大流速との位相差 θ_c , θ_t を示す。また, 図中の直線は田中ら (1997b) による層流における位相差の解析解である。

図-5(a) は正弦振動流下における位相差であるが, やはり $R_\delta=550$ 近傍での遷移が確認され, 既往の実験結果 (例えば, Jensen et al., 1989) と良く符合している。図-5(b), (c) においても先の正弦振動流の時と同様に, やはりあるレイノルズ数を境に急激な変化が見られる。

(5) 乱流遷移判定図

以上の本水理実験の実験データ, 数値実験さらには灘岡ら (1994, 1996), サナラ (1997), 田中ら (1997a) の実験データを用い図-5の乱流遷移図を得た。図中における白ぬきのマークは層流状態にあることを示し, 黒印は乱流状態にあるものである。ここで図中の実線と鎖線は, 式 (1), (2) で定義される $R_{\delta c}$, $R_{\delta t}$ を 550 としたときの線である。 A_s が与えられたとき, クノイド波理論より t_c/T , t_t/T が一定値で定まるため, $R_{\delta c}=R_{\delta t}=550$ の関係を $R_\delta \sim A_s$ の図中に描くことが出来る。

非対称振動流の遷移限界 R_δ 数は正弦振動流の 550 よりも高いことがこの図から分かる。特に, A_s が大きく非

対称性がより顕著なケースではかなり高いレイノルズ数まで層流が保持されている。また, $R_{\delta c}=550$ では遷移レイノルズ数は過小評価され, $R_{\delta t}=550$ では過大評価になることが分かる。そこでこの図から, 遷移限界を表す実験式として式 (3) を求めた。

$$R_\delta = 550 + 83000(A_s - 0.5)^2 \dots\dots\dots (3)$$

式 (3) は $A_s=0.5$ (正弦振動流) では $R_\delta=550$ となり, 従来の知見と矛盾しない式形を有する。

さて, 式 (3) においては波の非対称性を表す指標と

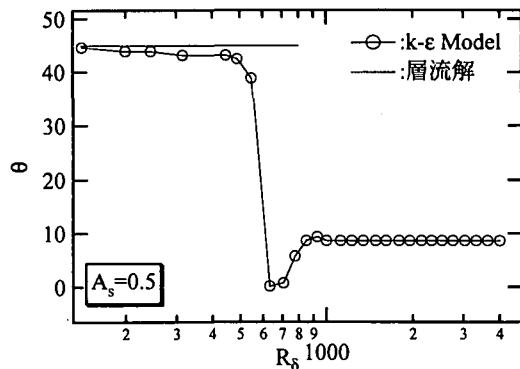
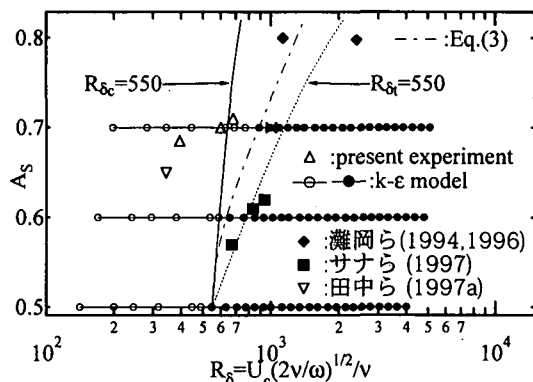
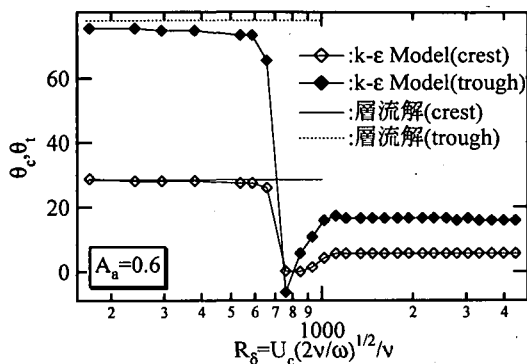
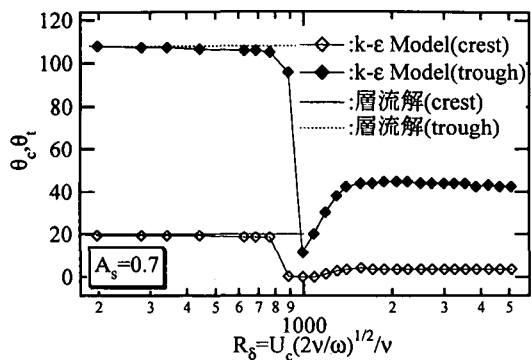
図-5(a) 位相差 ($A_s=0.5$)

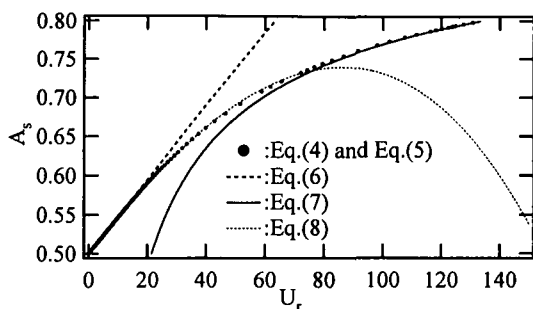
図-6 乱流遷移図

図-5(b) 位相差 ($A_s=0.6$)図-5(c) 位相差 ($A_s=0.7$)

して A_s を用いたが、むしろアーセル数などの波の諸元により表されたパラメータの方が扱いやすい場合もある。そこで、ここではクノイド波理論を用いて、 A_s をアーセル数 U_r と関係づけておく。

まず、クノイド波理論（一次近似解）によれば A_s , U_r は次式で与えられる（田中ら, 1997a）。

$$A_s = \frac{1}{k^2} \left(1 - \frac{E}{K} \right) \quad (4)$$

図-7 A_s と U_r の関係

$$U_r = \frac{16}{3} k^2 K^2 \quad (5)$$

ここで、 k ：楕円関数の母数、 K ：第一種完全楕円積分、 E ：第二種完全楕円積分である。上二式による計算は複雑であるため、楕円積分に対する近似式（Byrd and Friedman, 1970）を用いることにより、アーセル数の大小に応じて次の近似式が得られる。

アーセル数が小さいとき：

$$A_s = 0.5 + \frac{3}{64\pi^2} U_r \quad (6)$$

アーセル数が大きいとき：

$$A_s = 1 - \frac{4}{\sqrt{3} U_r} \quad (7)$$

式（4）、（5）から得られる厳密解を、上記の近似式とともに図-7に示した。 U_r が 30 から 60 の範囲では近似式の精度が十分ではない。そこで、式（6）の形を考慮に入れ、 $U_r < 75$ の範囲では式（6）に代わり次式を用い、 $U_r > 75$ では式（7）を用いることとする。

$$A_s = 0.5 + \frac{3}{64\pi^2} U_r - 1.33 \times 10^{-3} U_r^2 - 1.11 \times 10^{-7} U_r^3 \quad (8)$$

ここに得られた近似式の精度を検討した結果、その誤差は 0.5% 以下であり、十分な精度を有していることが分

かった。

5. 結 論

(1) 簡単な仕組みによる非対称振動流発生装置を作製して実験を行い、層流下においては層流解と非常に一致を得ることができた。これによって、このシステムの有効性が示された。

(2) k - ε モデルを用いた数値実験により、層流から乱流への遷移が確認された。

(3) 以上の結果と他の実験データから、乱流遷移限界は R_s と非対称パラメータ A_s (あるいはアーセル数) により表現されることが分かった。

謝辞：本研究に対して文部省科学研究費の補助を受けた。ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- アーマド・サナ・田中 仁 (1996): 低レイノルズ数 k - ε モデルの管内振動流への適用性に関する研究, 水工学論文集, 第40巻, pp. 779-785.
- アーマド・サナ・田中 仁・山路 弘人 (1997): Transitional behavior of asymmetric oscillatory boundary layers, 水工学論文集, 第41巻, pp. 651-656.
- 田中 仁・山路弘人・アーマド・サナ・首藤伸夫 (1997a): クノイド波を模擬する非対称振動流発生装置の提案とその基本的特性の検討, 土木学会論文集, 第565号/II-39, pp. 111-118.

- 田中 仁・ムトゥル・スーマー・ヨルゲン・フレッソー (1997b): クノイド波動下における層流底面境界層の解析解とその実験的検証, 土木学会論文集. (印刷中)
- 灘岡和夫・八木 宏・二瓶泰雄・野本康介 (1994): 非対称振動流の乱流構造特性について, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 141-145.
- 灘岡和夫・八木 宏・二瓶泰雄・野本康介 (1996): 非対称振動流の乱流構造特性—特にレイノルズ数依存性について—, 海岸工学論文集, 第43巻, pp. 441-445.
- Mohammad Dehajnia・渡辺 晃 (1991): 非対称振動流によるシーフローの発生と漂砂量, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 236-240.
- Larson, M. (1995): 乱流波動境界層に対する閉形式の解, 海岸工学論文集, 第42巻, pp. 26-30.
- Byrd, P. F and M. D. Friedman (1970): Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Scientists, 2nd Edition, Springer-Verlag, 358 p.
- Hino, M., M. Sawamoto and S. Takasu (1976): Experiments on transition to turbulence in an oscillatory pipe flow, J. Fluid Mech., Vol. 75, pp. 193-207.
- Jensen, B. L., B. M. Sumer and J. Fredøse (1989): Turbulent oscillatory boundary layer at high Reynolds numbers, J. Fluid Mech., Vol. 206, pp. 265-297.
- Jones, W. P. and B. E. Launder (1972): The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, pp. 301-314.
- Ribberink, J. S and A. A. Al-Salem (1994): Sediment transport in oscillatory boundary layers in case of rippled beds and sheet flow, J. Geophys. Res., Vol. 99, No. C6, pp. 12707-12727.