

三角形潜堤周辺の碎波を伴う波・流れ場の非線形数値計算

柿沼太郎*・渡辺 晃**・磯部雅彦**

1. 序 論

水平面形状が三角形である三角形潜堤は、波高の減衰効果のみならず波向や周辺の流れの制御機能も有し、工学的な関心が寄せられ始めている(武若ら, 1994 a; 武若ら, 1994 b; 鈴木ら, 1995)。また、潜堤は、波を分裂させることも多いので、波の周期の制御の可能性も秘めている。こうした波の分裂は、非線形性の強い場に特有な現象である。そして、非線形系としての水の波は、媒質の輸送、すなわち、定常流の成分を含み得る。従って、三角形潜堤周辺の波・流れ場を正確に解析するためには、波のいわゆる非線形性と分散性とを十分に考慮する必要がある。しかし、三角形潜堤周辺の波・流れ場について、波の非線形性までも厳密に考慮した解析は、ほとんど行われていない。そこで、Dong (1995) を参考にして、強非線形・強分散性の波動方程式を基礎方程式とする、波・流れ場の平面 2 次元の数値解析手法を提案する。そして、この解析手法を三角形潜堤の無限堤体列周辺の波・流れ場に適用し、規則波が入射するときの波高分布、波の分裂、波向の変化および波の非線形性に伴う流れの成分について定量的に評価する。更に、波動方程式に碎波拡散項を付加することによって碎波を考慮し、潜堤を用いたより効果的な波浪制御並びに海浜流の制御まで考察できるようにする。

このように、本研究では、三角形潜堤を扱う。三角形のガラスが光を屈折させるという性質を利用するわけである。ところで、屈折角が臨界角を越える場合、光の全反射が生じる。すなわち、三角形潜堤が有するであろう波を全反射させる機能(坪田ら, 1994)についても着目する。

2. 基礎方程式

2.1 平面 2 次元の波動方程式

非圧縮性の完全流体の非回転運動を対象とし、基礎方程式として、変分原理による平面 2 次元の強非線形・強分散性の波動方程式(磯部, 1994)を用いる。その導出

過程において、速度ポテンシャル ϕ を N 個の関数の重み付き重ね合わせとして、式 (1) のように表わす。

$$\phi(x, z, t) = \sum_{a=1}^N \{Z_a(z, h(x)) \cdot f_a(x, t)\} = Z_a f_a \text{ (総和規約)} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 Z_a は、静水深 h をパラメタとする鉛直分布関数であり、 f_a は、その重み係数である。 Z_a の関数形として、磯部 (1994) と同様に式 (2) を選択する。

$$Z_a(z, h(x)) = \left(\frac{h+z}{h} \right)^{2(a-1)} \quad (a=1, 2, \dots, N) \quad \dots\dots\dots (2)$$

いま、潜堤の側面に緩やかな勾配を設け、対象領域内で緩勾配近似が成り立つと仮定する。すると、平面 2 次元の強非線形・強分散性の波動方程式が式 (3), (4) となる。

$$Z_a^i \frac{\partial \xi}{\partial t} + \nabla (A_{a\beta} \nabla f_\beta) - B_{a\beta} f_\beta + (C_{\beta\alpha} - C_{a\beta}) \nabla f_\beta \nabla h + \frac{\partial Z_a^i}{\partial h} Z_a^i f_\beta \nabla \xi \nabla h = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$g\xi + Z_\beta^i \frac{\partial f_\beta}{\partial t} + \frac{1}{2} Z_\beta^i Z_\beta^i \nabla f_\beta \nabla f_\beta + \frac{1}{2} \frac{\partial Z_\beta^i}{\partial z} \frac{\partial Z_\beta^i}{\partial z} f_\beta f_\beta + \frac{\partial Z_\beta^i}{\partial h} Z_\beta^i f_\beta \nabla f_\beta \nabla h = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$A_{a\beta} = \frac{h}{2(\alpha+\beta)-3} \left(\frac{h+\xi}{h} \right)^{2(\alpha+\beta)-3} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$B_{a\beta} = \frac{4(\alpha-1)(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-5} \frac{1}{h} \left(\frac{h+\xi}{h} \right)^{2(\alpha+\beta)-5} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$C_{a\beta} = \begin{cases} (\alpha-1) \left(\frac{h+\xi}{h} \right)^{2(\alpha+\beta)-4} \\ \times \left\{ \frac{1}{\alpha+\beta-2} - \frac{2}{2(\alpha+\beta)-3} \left(\frac{h+\xi}{h} \right) \right\} & (\alpha \neq 1) \\ 0 & (\alpha = 1) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$Z_a^i = \left(\frac{h+\xi}{h} \right)^{2(a-1)} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial Z_a^i}{\partial z} = \frac{2(\alpha-1)}{h} \left(\frac{h+\xi}{h} \right)^{2\alpha-3} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{\partial Z_a^i}{\partial h} = -\frac{2(\alpha-1)\xi}{h^2} \left(\frac{h+\xi}{h} \right)^{2\alpha-3} \quad \dots\dots\dots (10)$$

* 学生会員 博(工) 東京大学大学院研究生 工学系研究科社会基盤工学専攻

** 正 会 員 工 博 東京大学教授 大学院工学系研究科社会基盤工学専攻

重み係数 f_a と水面変動 ζ が、求めるべき未知変数である。

2.2 碎波の考慮

波動方程式のうちの運動方程式の意味を持つ式 (4) に、次式のように碎波拡散項を付加する。

$$g\zeta + Z\beta \frac{\partial f_\beta}{\partial t} + \frac{1}{2} Z\beta Z\beta \nabla f_\beta \nabla f_\beta + \frac{1}{2} \frac{\partial Z\beta}{\partial z} \frac{\partial Z\beta}{\partial z} f_\beta f_\beta + \frac{\partial Z\beta}{\partial h} Z\beta f_\beta \nabla f_\beta \nabla h - \nu_{D\beta} \nabla^2 f_\beta = 0 \quad (11)$$

$\nu_{D\beta}$ は、 β に依存しないと仮定し、次式で与える。

$$\nu_{D\beta} = \frac{gd}{\sigma^2} f_D, \quad f_D = \alpha_D r_D \tan \beta \sqrt{\frac{g}{d}}, \quad \alpha_D = 1.0 \quad (12)$$

ここで、 d 、 σ および $\tan \beta$ は、それぞれ、平均水深、波の角周波数および海底勾配である。

r_D は、水口ら (1978) および磯部 (1986) より、次式とする。

$$r_D = \begin{cases} 0 & (\gamma \leq \gamma_r) \\ \sqrt{\frac{\gamma - \gamma_r}{\gamma_s - \gamma_r}} & (\gamma > \gamma_r) \end{cases} \quad (13)$$

$$\gamma_r \approx 0.3375, \quad \gamma_s = 0.57 + 5.3 \tan \beta \quad (14)$$

ここで、波高水深比 γ が現れる。ここでは、波高を次式のような root mean square height で定義する。

$$H_{rms}(x) = 2\sqrt{2} \sqrt{\langle \zeta(x, t) - \bar{\zeta}(x, t) \rangle^2} \quad (15)$$

ここで、例えば、 $\bar{\zeta}$ は、入射波の 1 周期間にわたる ζ の時間平均値である。

$-\nu_{D\beta} \nabla^2 f_\beta$ は、運動量方程式のレベルにおいて、近似的に佐藤・Kabilig (1993) の碎波拡散項と一致し、碎波が生じていることによる運動量の拡散を表わすという物理的意味を持っている。

また、各地点において波が碎波しているかどうかの判定は、係数 r_D に自動的に決めさせる。波高水深比と水平方向流速波速比との関連性が強い進行波性の重合波浪場において、 γ を碎波条件に用いることにより、単に波高水深比に着目するだけでなく、波の伝播が水粒子の水平方向の移動に追い付くという実際の碎波機構に近い状況を想定しているのである。ところが、それゆえに、重複波の碎波機構が進行波と異なるならば、このような進行波性の波浪場に対する碎波モデルを重複波性の重合波浪場に適用することは、一つの大きな仮定となる。こうした問題点があるものの、碎波の判定を係数 r_D に自動的に決めさせると、次のような利点が生じる。

- (1) 波頂部における諸量を求めて碎波条件と照らし合わせる必要がない。
- (2) 重複波性の重合波浪場が形成している場合でも、 γ の大きさに従って、碎波に伴う拡散が生じる領域を定める。こうして、碎波条件が明確でない部分

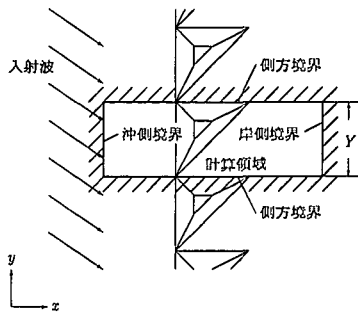


図-1 計算対象領域

重複波に対しても、碎波拡散を考慮できる。

- (3) 波が碎波点に近づくにつれて徐々に碎波拡散が生じるため、数値計算において過大な波の反射を伴わない。従って、 α_D を碎波点を挟んで線形に増加させるという操作を必要としない。

3. 初期条件と境界条件

波動方程式を解くために、初期条件および水平方向の境界条件が必要である。初期条件は、静水状態とする。また、境界条件であるが、計算対象領域は、図-1のように、沖側境界、岸側境界および側方境界の3種類の境界に囲まれている。

このうち、沖側境界および岸側境界では、開境界条件を適用する。他方、側方境界では、同一の物理現象がある一定の長さ Y の周期で沿岸方向に無限回繰り返しているという状況を想定し、周期境界条件を適用する。すなわち、両側方境界において対応する水面変動と速度がそれぞれ等しいとする。いまの場合、未知変数が水面変動 ζ と速度ポテンシャルの次元を持つ f_a であるから、側方境界における速度ポテンシャルの多価性を認めることになるが(今井, 1970)、これは、速度 $v = \nabla \phi$ に関する運動方程式において、速度ポテンシャル ϕ が相対的な役割を演ずるからである。

4. 数値計算法

基礎方程式を差分方程式に離散化するにあたり、ADI法を用いる。その際に、空間に関しては、中央差分を用いる。他方、時間に関しては、 f_a に対して、中央型または後退型スキームを用い、 ζ に対しては、前進型スキームを用いる。

5. 数値実験

比較的簡単な場合に対して、本解析手法の妥当性を水面変動の実験値との比較により検証してから、三角形潜堤を沿岸方向に無限個並べた堤体列が有する、波・流れ場の制御機能について検討した。沖側境界において微小

振幅の規則波を入射させるが、その条件すなわち波向、周期および波高を独立に変えて計算を行なった。数値実験（Ⅰ）では、入射波の波向のみを変えて、波が潜堤上で全反射しない場合と全反射する場合を比較した。また、入射波の波向が同じでも、周期によって波が潜堤上で全反射しない場合、全反射する場合またはその遷移的な場合となる。そこで、数値実験（Ⅱ）では、入射波の周期のみを変えて計算を行なった。また、数値実験（Ⅲ）では、入射波の波高を大きくし、潜堤上で波が碎波する条件を扱った。

5.1 数値実験（Ⅰ）：入射波の波向の違い

水深が一様な領域に、図-2のような三角形潜堤を y 軸方向に無限個並べ、計算条件を表-1のように設定した。なお、差分格子間隔を $\Delta x = \Delta y = 0.01$ m としても、

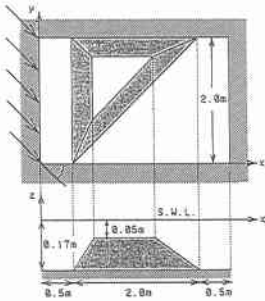


図-2 数値実験（Ⅰ）の三角形潜堤

表-1 数値実験（Ⅰ）の計算条件

諸元	Case 1	Case 2
沖側境界での静水深 h_{off}	0.17 m	
波高 H_{in}	0.018 m	
周期 T_{in}	1.0 s	
入射波		
波長 L_{in}	1.14 m	
$U_{\text{rin}} = H_{\text{in}} L_{\text{in}}^2 / h_{\text{off}}^2$	4.8	
入射角 ^(*) α_{in}	-34.9°	0.0°
差分格子間隔 $\Delta x, \Delta y$	0.025 m	
計算時間間隔 ^(**) Δt	$T_{\text{in}}/250$	
ϕ を近似する級数の項数 N	3	

(*) 波向が x 軸の正の方向となす角

(**) ADI 法の 2 段階分

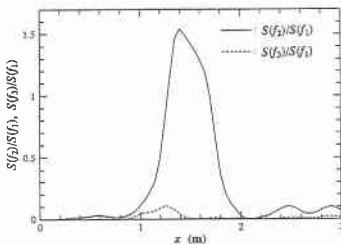


図-3 Case 1 の $S(f_2)/S(f_1)$, $S(f_3)/S(f_1)$ ($y=1$ m)

水面変動の計算結果にほとんど違いが現れなかった。

Case 1 において、斜め入射した波が潜堤周辺で分裂および屈折する。このうち、まず、波の分裂の様子を調べる。Case 1 において、2 倍および 3 倍周波数成分の周波数スペクトルの値の、基本周波数成分の値に対する比 $S(f_2)/S(f_1)$ および $S(f_3)/S(f_1)$ は、それぞれ、 $y=1$ m の測線に沿って図-3 のように変化する。これより、高周波数成分が、潜堤背後で再帰長を有することがわかる。

次に、波の屈折の様子を調べるために、波浪場の方方向スペクトルを求める。方向スペクトルは、各地点における水面変動の時系列および流速ベクトルの x, y それぞれの軸方向の成分の時系列を算出し、EMLM (磯部ら, 1984) によって求めた。図-4 は、Case 1 における $(x, y) = (2.75 \text{ m}, 1 \text{ m})$ の地点での水面波形の方方向スペクトルである。

更に、ここでは、次のような平面 2 次元的な時間平均値によって、計算結果を定量的に評価する。すなわち、波高 H_{rms} と鉛直平均流速の定常流成分 U である。このうち、 U は、次式で与える。

$$U \equiv \frac{(\text{線流量 } Q \text{ の時間平均値})}{(\text{その地点の平均水深})} = \frac{\bar{Q}}{h + \xi} \quad \dots (16)$$

図-5 に、Case 1 における H_{rms} の入射波に対する比お

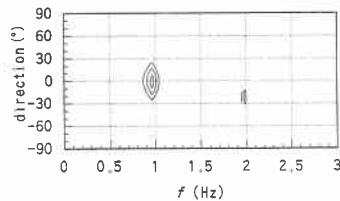


図-4 Case 1 の方向スペクトル ($(x, y) = (2.75 \text{ m}, 1 \text{ m})$)

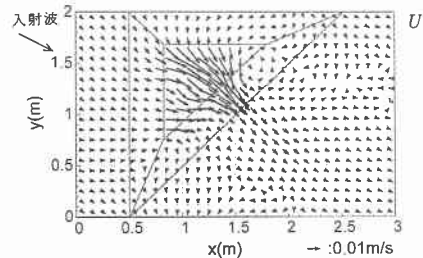
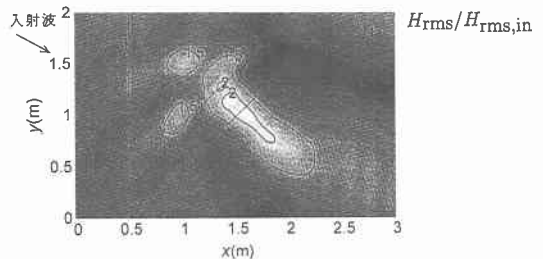


図-5 Case 1 における波高と流れ

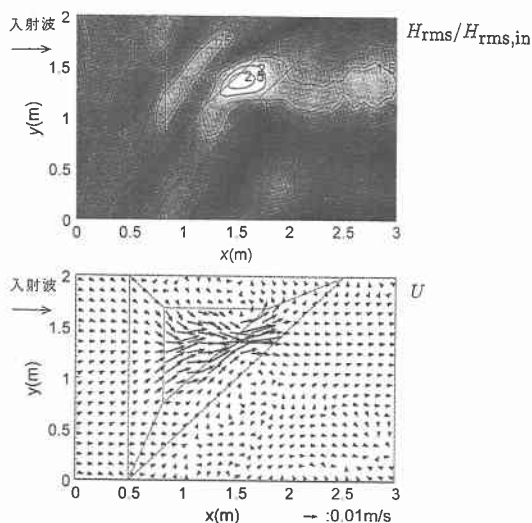


図-6 Case 2 における波高と流れ

および鉛直平均流速の定常流成分 U を示す。岸側斜辺付近で波高が大きくなり ($H_{rms}/H_{rms,in} \approx 2$)、そのため、堤体背後のある区間にわたって、波高が比較的大きい。また、堤体間の水深が深い地点では、 $H_{rms}/H_{rms,in} \approx 1$ である。その他の地点では、波高が減衰している。また、潜堤上では、高く浅い波と大きな流れとが共存する。

同様に、Case 2 の全反射する場合における計算結果を図-6 に示す。岸側斜辺からの波の反射によって、その付近の天端上で波高が局地的に非常に大きくなっている ($H_{rms}/H_{rms,in} \approx 2.5$)。

5.2 数値実験 (II)：入射波の周期の違い

図-7 のような三角形潜堤の無限堤体列を対象とし、表-2 のように、入射波の周期が異なる四つのモデル・ケース Case A~D を設定した。計算結果として、 $H_{rms}/H_{rms,in}$ を図-8 に示す。Case A において、潜堤背後の波高が減衰しておらず、波向もあまり変化しなかった。他方、Case B では、潜堤背後において、波高の減衰が見られる。これは、Case A と異なり、波の分裂が生じたからである。また、Case C では、 $(x, y) = (2 \text{ m}, 1 \text{ m})$ の地

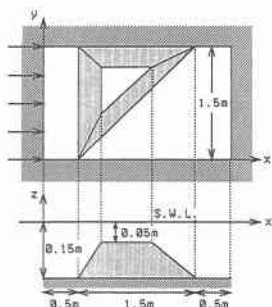


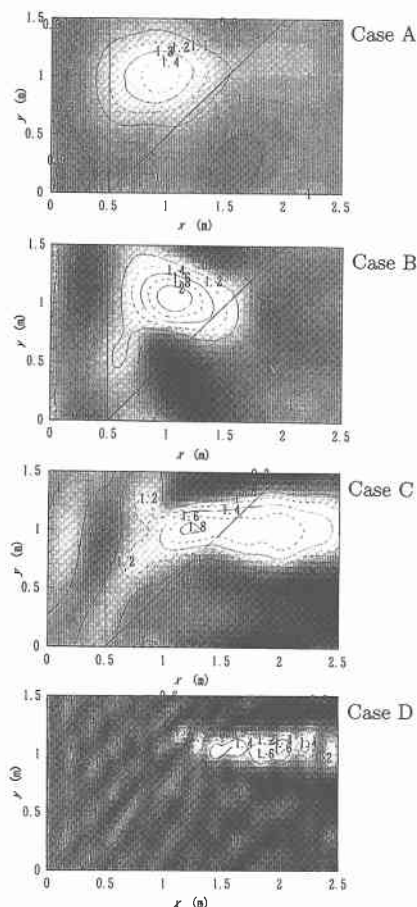
図-7 数値実験 (II) の三角形潜堤

表-2 数値実験 (II) の計算条件

諸元	Case A	Case B	Case C	Case D
沖側境界での静水深 h_{0t}	0.15 m			
波高 H_{in}	0.01 m			
周期 T_{in}	2.0 s	1.5 s	1.0 s	0.5 s
波長 L_{in}	2.36 m	1.74 m	1.09 m	0.384 m
$U_{rin} = H_{in} L_{in}^3 / h_{0t}^3$	17	9.0	3.5	0.44
入射角 ^(*) α_{in}	0.0°			
差分格子間隔 $\Delta x, \Delta y$	0.025 m			
計算時間間隔 ^(**) Δt	$T_{in}/250$			
ϕ を近似する級数の項数 N	2			

(*) 波向が x 軸の正の方向となす角

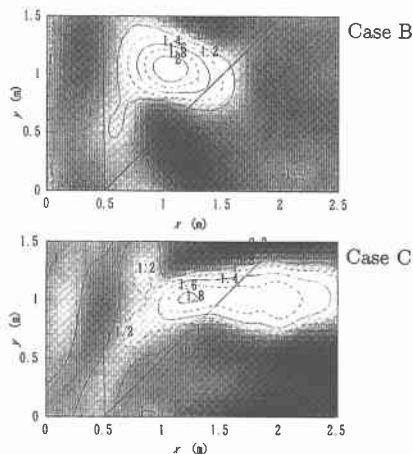
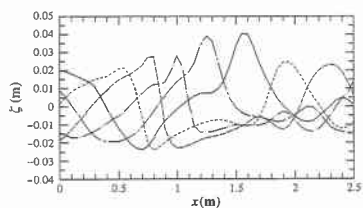
(**) ADI 法の 2 段階分

図-8 数値実験 (II) における $H_{rms}/H_{rms,in}$

点に、波高のもう一つのピークが生じており、これは、Case D と類似している。ただし、Case D では、波があまり分裂せず潜堤背後において波高が大きくなる地点が存在する。

5.3 数値実験 (III)：碎波する場合

数値実験 (III) では、数値実験 (II) のそれぞれの場合において、入射波の波高を $H_{in} = 0.04 \text{ m}$ と大きくして、


 図-9 数値実験 (III) における $H_{rms}/H_{rms,in}$

 図-10 Case B' における水面波形 ($y=1$ m)

潜堤上で波が碎波する条件を扱う. 計算結果の例として, Case A, B に対応する Case A', B' の $H_{rms}/H_{rms,in}$ を図-9 に示す.

Case A' では, 波のエネルギーの碎波拡散による減衰および波の分裂のために, 波高が減衰した. Case B' においても, 碎波拡散により, 天端上の波高比は, 碎波しない Case B ほど大きな値を示さない. Case B' の $y=1$ m における入射波の位相 $2\pi \times n/5$ ($n=1, 2, 3, 4, 5$) に対応する水面波形を図-10 に示す. この場合, 碎波した波が分裂している.

6. 結 論

以上より, 本研究において, 次のような結論を得た.

- (1) 波の強非線形性・強分散性を考慮した, 波・流れ場の平面 2 次元的数値解析手法を提案した. 基礎方程式に碎波拡散項を導入しているから, 碎波も考慮可能である.
- (2) この碎波拡散項は, 全対象領域にわたって考慮し, 拡散係数が正の値を持つかどうかは, 碎波拡散項を含む係数 r_D に判断させた. 従って, 碎波拡散項を付加した基礎方程式は, 碎波指標を別途必要としない. ただし, 水平渦による質量輸送, 並びに, 碎波に伴う拡散現象の波の位相に関する変化を無視した.
- (3) 提案した数値モデルを適用することによって, 規

則波が入射するとき, 三角形潜堤の無限堤体列周辺の波・流れ場の解析を行なった. 潜堤背後において, 高周波数成分が再帰長を有した.

- (4) 三角形潜堤上で波が全反射する場合, 潜堤の岸側斜辺付近の天端上で波高が局地的に非常に大きくなるが, 堤体背後での波高の減衰効果が, 全反射しない場合よりも大きくなった. ただし, 光のように顕著な全反射は, 起きなかった.
- (5) 波長が潜堤の大きさの 2 倍もある波は, 波高が大きい場合に限り, 潜堤による波高の制御が可能だった.
- (6) 潜堤上の碎波は, 波が潜堤上で全反射するしないに関わらず, 潜堤上および潜堤背後において, 潜堤による波高の減衰効果を大きくし, 定常流を減少させた.
- (7) 定常流が比較的大きくなる潜堤上では, ここで行ったように, 波と流れの相互干渉を両者の非線形性を十分に考慮して考える必要がある.

今回は, 実水槽を用いた実験値との比較ができなかった. 特に, 重複波性の重合波浪場における碎波および碎波した波の分裂機構が明らかでない. また, 三角形潜堤が波を全反射させる場合の波向の変化について詳細に検討する必要がある. これらを一一つ解明し, どのような方向スペクトルの構造を持つ波に対して三角形潜堤が有効であるのかを調べたい.

参 考 文 献

- 磯部雅彦・近藤浩右・堀川清司 (1984): 方向スペクトルの推定における MLM の拡張, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp. 173-177.
- 磯部雅彦 (1986): 放物型方程式を用いた不規則波の屈折・回折・碎波変形の計算法, 第 33 回海岸工学講演会論文集, pp. 134-138.
- 磯部雅彦 (1994): 非線形緩勾配波動方程式の提案, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp. 1-5.
- 今井 功 (1970): 流体力学, 株式会社岩波書店, pp. 54-62.
- 佐藤慎司・M. Kabiling (1993): Boussinesq 方程式を用いた波浪・海浜流・海浜変形の数値計算, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 386-390.
- 鈴木康正・上原 功・富田康大・望月徳雄・平石哲也 (1995): フレネル潜堤による波向・波高変更効果に関する模型実験, 海岸工学論文集, 第 42 巻, pp. 701-705.
- 武若 聡・入江 功・黒田 寛 (1994 a): テーパー型潜堤による波向き制御, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp. 726-730.
- 武若 聡・入江 功・辻 利徳 (1994 b): テーパー型潜堤を用いた沿岸流制御の試み, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp. 731-735.
- 坪田勇人・磯部雅彦・渡辺 晃 (1994): 潜堤を用いた波浪制御に関する研究, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp. 641-645.
- 水口 優・辻岡和男・堀川清司 (1978): 碎波後の波高変化についての一考察, 第 25 回海岸工学講演会論文集, p. 155-159.
- Dong, L. (1995): Study on wave transformation over submerged triangular breakwaters, Doctoral Dissertation, Univ. of Tokyo, 143 p.