

非線形分散波モデルを用いた開境界処理に関する研究

Eric C. Cruz*・石倉正英**・青野利夫***

1. ま え が き

堤前波の算定やサーフビートの計算等で行われる浅海波浪計算は、通常、水深の大きな沖側領域から水深の浅い岸側にかけての有限領域で行われる。一般的に沖側の入射波条件は深海波に近く、非線形分散波モデルを用いて波浪場の計算を行う場合、分散項の適用範囲を拡張する必要がある。また、このような計算領域に任意反射構造物が含まれる場合、散乱等により全方位に波が進行するため、沖側や沿岸部の各境界では自由透過境界を設定する必要がある。ただし、分散性が重要となる波浪場の計算を行う場合、開境界の取扱いは非常に複雑となる。

最近の研究では、開境界にエネルギー吸収帯を接続して、Sommerfeldの境界条件と組合わせて数値的に開境界で放射させることが可能となっている(Larsen and Dancy, 1983; Chapman, 1985; Ohyama and Nadaoka, 1991; Ishii et al., 1994)。エネルギー吸収帯による開境界処理は、適切な設定を行うことにより、比較的広い波長範囲の波浪に対して有効であり、長周期成分を境界外に透過させ、短周期成分を消散するフィルターとして機能する。しかしながら、エネルギー吸収帯の幅が狭い場合や減衰量を大きくした場合に、反射成分が開境界で生成され境界内に進行する。従来の研究では、エネルギー吸収帯幅は固定されており減衰量とは独立したもので取扱っている。このことは、エネルギー吸収帯の機能が狭周波数域の波浪成分にのみ作用し、不規則波や分散波では境界で反射成分を作ることになる。この場合、解析する波浪場の周波数帯での許容反射率を満足するようにエネルギー吸収帯の幅と減衰関数を決定する必要がある。

本研究では、開境界を有する地形に対する波浪変形計算モデルとして、分散項の適用範囲を拡張した Boussinesq 方程式を用い、規則波および不規則波に対する最適なエネルギー吸収帯の設計方法を提案し、開境界処理の適合性と、深海域での Boussinesq 方程式の適用性を検証する。

2. 波動モデル

本研究で用いる波動モデルは、透過層に対する拡張 Boussinesq 方程式 (Cruz et al., 1997) で、ここでは、簡単のため不透過層に対する検討を行う。式 (1) と式 (2) は、不透過層に対する拡張 Boussinesq 方程式である。

$$\eta_t + \nabla \cdot [(h + \eta)u] = 0 \quad (1)$$

$$u_t + u \cdot \nabla u + g \nabla \eta + \frac{h^2}{6} \nabla (\nabla \cdot u_t) - \left(\frac{1}{2} + \gamma \right) h \nabla (h \nabla \cdot u_t) - \gamma g h \nabla [\nabla \cdot (h \nabla \eta)] + \varepsilon u = 0 \quad (2)$$

ここで、 η : 水位変動、 u : 断面平均流速ベクトル、 $\nabla \equiv (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ 、 g : 重力加速度、 $\gamma=1/15$: 分散項の拡張係数、 ε : エネルギー吸収帯内の減衰関数である。本研究では、相対水深の比較的大きな領域でのモデルの適用性を検証するため、非線形項を無視した扱いをするが、結果は非線形波に対して適用できるものとなる。

計算領域内で生成する波群の進行に対するモデルの適用性を検討するため、次の群速度の関係式を用いる。

$$C_g \equiv \frac{d\omega}{dk} \quad (3)$$

ここで、 ω : 角周波数、 k : 波数である。式 (3) に対応する分散関係式は式 (4) で表される (Cruz et al., 1997)。

$$\frac{\omega^2 h}{g} = \frac{k^2 h^2 (1 + \gamma k^2 h^2)}{1 + (1/3 + \gamma) k^2 h^2} \quad (4)$$

式 (4) を式 (3) に代入することにより、式 (5) が得られる。

$$C_g = C \left[1 - \frac{(1/3 + \gamma) k^2 h^2}{1 + (1/3 + \gamma) k^2 h^2} + \frac{\gamma k^2 h^2}{1 + \gamma k^2 h^2} \right] \quad (5)$$

式 (5) の関係は、水深勾配に関して 0 次オーダーであり、Madsen et al. (1991) と類似のものである。図-1 は式 (5) で得られる群速度と相対水深 h/L_0 との関係を示したもので、図中には微小振幅波理論との関係も同時に示してある。図-1 から、本モデルの群速度は相対水深 $h/L_0 < 0.3$ までは線形理論とよく一致し誤差は最大で 5% 程度である。深海波の限界である $h/L_0 < 0.5$ まででは、理論に比較して過大評価する傾向にあるが誤差は 20% 程度となっている。この誤差は、式 (5) の γ を変

* 工博 東亜建設工業(株)技術研究所数値解析研究室
 ** 東亜建設工業(株)技術研究所数値解析研究室
 *** 正会員 工博 東亜建設工業(株)技術研究所数値解析研究室室長

化させることにより補正可能であるが、浅海変形に対するモデルの適用性を減少させる。

3. エネルギー吸収帯パラメータの算定

エネルギー吸収帯内の減衰関数 ε は式 (6) で表される。

$$\varepsilon = \theta \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{N+1}{2F^N} x^N \quad (6)$$

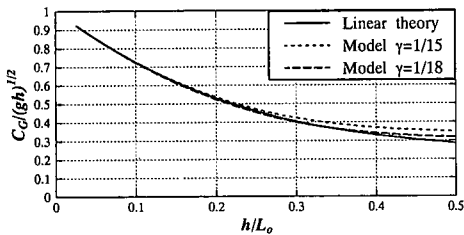


図-1 C_g と h/L_0 の関係

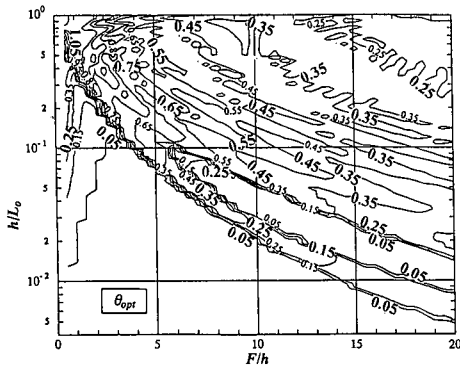


図-2 最適減衰係数 θ_{opt} の算定図

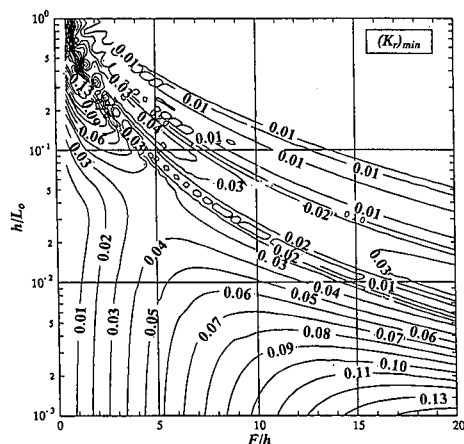


図-3 エネルギー吸収帯の反射率 $(K_r)_{min}$ の算定図

ここで、 θ : 減衰係数、 F : エネルギー吸収帯幅、 N : 減衰関数の次数、 x' : エネルギー吸収帯の先端からの座標 (図-6 参照) である。 $N=1$ の線形エネルギー吸収帯に対する理論解析 (Cruz and Isobe, 1994) から、エネルギー吸収帯からの反射率 K_r は以下のように示される。

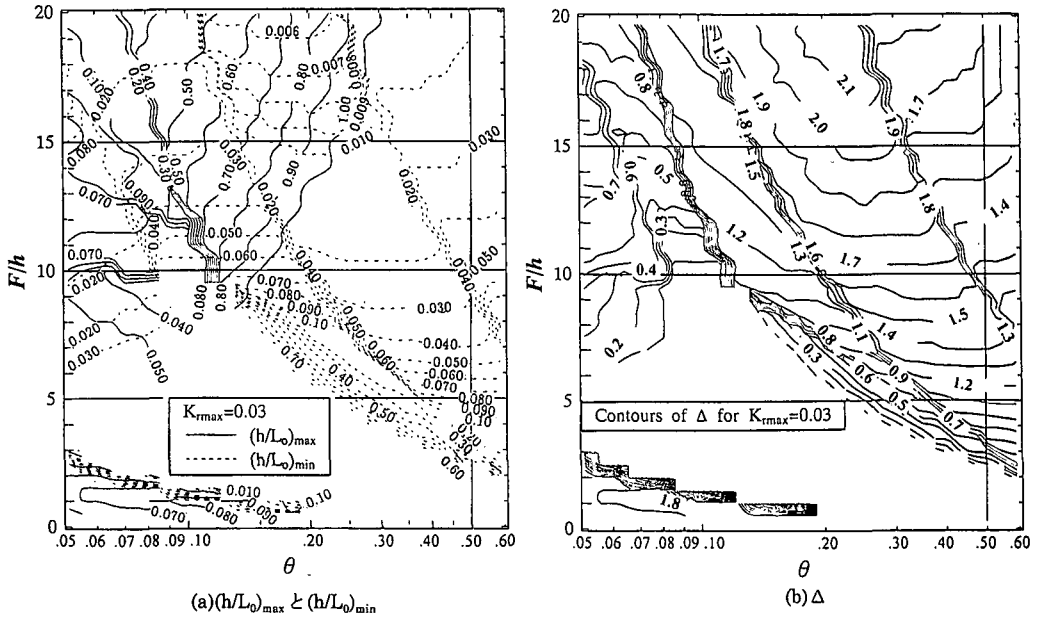
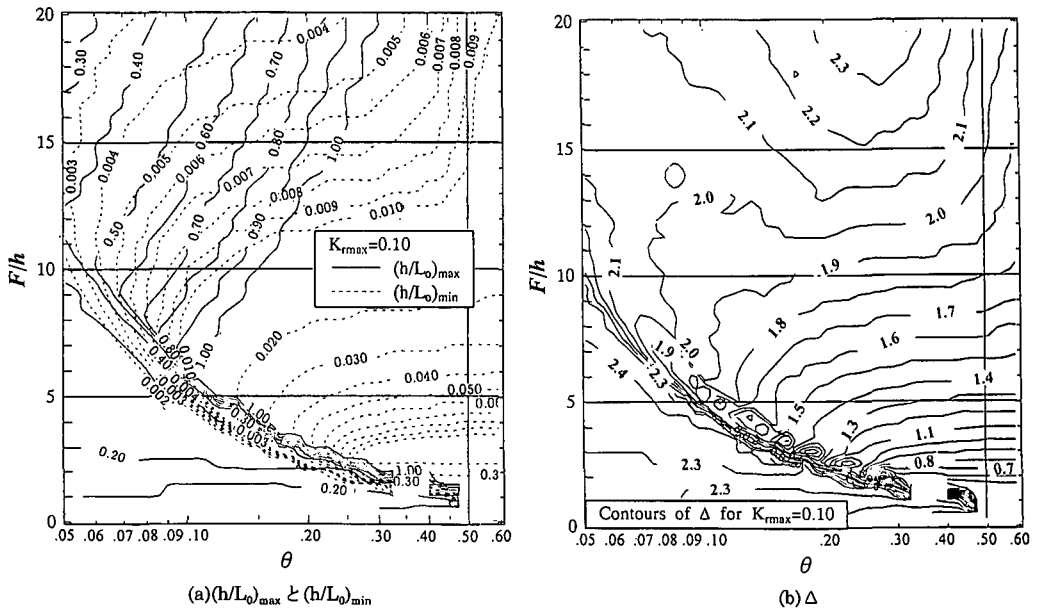
$$K_r = f(kh, F/h, \theta) \quad (7)$$

すなわち、反射率は入射波の相対水深 h/L_0 、エネルギー吸収帯の相対幅 F/h 、減衰係数 θ の関数となる。一般的に、入射波と用いられる Sommerfeld の放射条件の波速差が最大となる分散性波浪に対して高い減衰係数が要求され、エネルギー吸収帯での波エネルギーを減衰するためには式 (2) の摩擦係数型の減衰関数が要求される。しかしながら、減衰率を極端に高くすることはできないため、減衰量は必然的にエネルギー吸収帯幅にも依存することになる。分散性が低い規則波や帯域幅が非常に狭い不規則波の場合、 θ の最適値 θ_{opt} は与えられた F/h に対して反射率 K_r が最小になるように決定できる。 F/h と h/L_0 から算定される θ_{opt} と対応する K_r の分布を示したのが図-2 と図-3 である。一般的な法則として、エネルギー吸収帯幅が非常に狭い場合と入射波が高い分散性を有する場合を除いて θ_{opt} は 1 以下になる。これらの図から、与えられた F/h と h/L_0 に対応する θ_{opt} を用いることにより、分散性波浪でも反射率 K_r を 1% 以下に押さえることが可能となる。ただし、図-2 と図-3 は、周波数範囲 (これは固定水深に対する分散性の指標に他ならない) が広い一般的な不規則波にはそのまま適用できない。しかしながら、減衰理論から許容反射率 $(K_r)_{max}$ 、 F/h 、 θ に対応するエネルギー吸収帯内の最大と最小の周波数を決定する方法を用いることが可能である。この周波数範囲の入射波は減衰させることができ、反射率は $(K_r)_{max}$ 以下となる。減衰可能な周波数範囲の指標は次式で与えられる。

$$\Delta = \log \frac{(h/L_0)_{max}}{(h/L_0)_{min}} \quad (8)$$

図-4 は $(K_r)_{max}=0.03$ に対する $(h/L_0)_{max}$ 、 $(h/L_0)_{min}$ 、 θ を示したものである。また、図-5 は $(K_r)_{max}=0.10$ に対する同様の関係を示したものである。

これらの図から、減衰可能な周波数の範囲は $\theta=0.25$ の周りで最大となるのが認められる。この結果は、Ohyama and Nadaoka (1991) による数値計算結果と符合している。これらの図は、計算領域内の主要な波エネルギーの周波数範囲が、前もって計算あるいは近似できる場合、不規則波の数値計算に対するエネルギー吸収帯パラメータ算定図として用いることができる。この場合、エネルギー吸収帯幅は局所水深に従って決定することが可能で、 θ は計算領域に対する許容反射率から決定される。許容反射率を 0 に近づけると、一般的に大きなエネ

図-4 $(K_r)_{\max}=0.03$ の時の $(h/L_0)_{\max}$, $(h/L_0)_{\min}$, Δ の関係図-5 $(K_r)_{\max}=0.10$ の時の $(h/L_0)_{\max}$, $(h/L_0)_{\min}$, Δ の関係

ルギー吸収帯幅を要求し、減衰量も小さくなる。

深海波領域では、式(5)の線形群速度では若干精度が不足するため、減衰理論で用いる波数 k に関しては式(9)の微小振幅波理論の関係から算定している。

$$\omega^2 = gk \tanh kh \quad \text{..... (9)}$$

結果として、図-2から図-5では $h/L_0 > 0.5$ の範囲に対して式(9)を適用したことになる。

上で示した理論解析では、非線形項を無視している。 K_r に対する非線形の検討は必要ではあるが、非線形性は K_r に対して重要な影響を与えない。これは、吸収帯による内部への反射が、放射される波の波速と仮定した波速との差によるため、深海域では非線形の影響は小さく、その差は無視できる。浅海域では、波速が相対波高 $H/h = 0.4$ に対して $C/\sqrt{gh} \approx 1.10$ となる(クルーズ・背野,

1995)。ただし、吸収帯内では波エネルギーは減衰されるため、Sommerfeldの放射条件が適用される場では、このような増加は起こらない。したがって、上述した理論解析は線形ではあるものの、非線形波理論に対しても適用できることになる。

4. 数値計算への適用

モデル方程式(1)と(2)を用いて、規則波および不規則波に対する数値計算を行う。不規則波計算では、沖側からの入射波は、設計周波数スペクトル $S(f)$ を用い、 η と u は、線形重ね合法で作成する。

$$\eta(x, t) = \sum_{m=1}^M a_m \cos(k_m x - 2\pi f_m t + \alpha_m) \quad \cdots \cdots (10)$$

$$u(x, t) = \frac{2\pi}{h} \sum_{m=1}^M \frac{f_m}{k_m} a_m \cos(k_m x - 2\pi f_m t + \alpha_m) \quad \cdots \cdots (11)$$

$$a_m = \sqrt{2S(f_m)\Delta f} \quad \cdots \cdots (12)$$

ここで、 a : 振幅、 f : 周波数、 α : 位相差、 m : M 個に分割したスペクトルの周波数成分、 $f_m (= \omega_m/2\pi)$ と k_m は式(9)で関係づけられる。

図-6(a), (b), (c)は、式(2)から非線形項を除いた線形分散波の不規則波シミュレーション結果で合田の修正スペクトルを入射波スペクトルとして用いている。有義波諸元を用いた相対水深と相対波高はそれぞれ $h/L_{1/3} = 0.40$ 、 $H_{1/3}/h = 0.05$ である。不規則波は $x=0$ で入射し、エネルギー吸収帯は $x=12L_{1/3}$ に設置されている。エネルギー吸収帯パラメータは図-5から算定した。

$$F = 15h, \theta = 0.25, (h/L_0)_{\max} = 1.0, (h/L_0)_{\min} = 0.0095$$

この相対水深の範囲は、入射波の周波数範囲に対して適切になるように選択されている。図-6(c)は、正規化した水面変動に関して、シミュレーション結果と理論計算結果とを比較した結果である。いくつかの周波数で overshootが見られるものの波群の進行は良く再現されている。

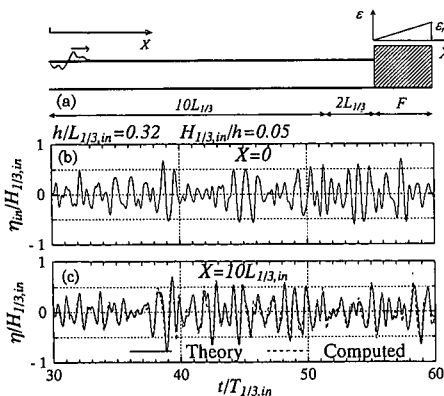


図-6 水平床上での不規則波計算結果

る。

次に、平面波浪場に対する計算モデルの分散特性とエネルギー吸収帯の有効性を検証するため、半無限防波堤に対する数値計算を行った。図-7(a)は、線形分散波理論による計算結果を示したもので、エネルギー吸収帯は計算領域の外周部全域に設置されている。また、エネルギー吸収帯のパラメータは次のように決定されている。

$$\text{岸沖方向のエネルギー吸収帯幅: } F/h = 10$$

$$\text{沿岸方向のエネルギー吸収帯幅: } F/h = 8$$

$$\theta_{\text{opt}} = 0.5 \text{ (図-2で反射率が1\%になるように設定)}.$$

図-7(b)は計算領域内の反射領域、進行波領域および防波堤背後の遮蔽域での回折係数 K_d の横断分布を示したもので、 K_d は計算が定常状態になった時の波形包絡線から求めている。また、比較のために Penny and Price (1952)の解析解も同時に示してある。計算結果と理論解は全領域で高い一致を示している。

分散波モデルの実際への適用として、離岸堤周辺の回折を取り扱う。半無限防波堤と異なり、離岸堤は有限長であり、また散乱効果から入射波、反射波および回折波成分が全方向で同時に存在する。計算波高の検証をするため、最も再現の困難な離岸堤背面での計算結果について検討する。

図-8(a)に離岸堤の配置と瞬間的な水位分布を示す。散乱波の一部と反射波が沖側境界に向かい、同時に、側

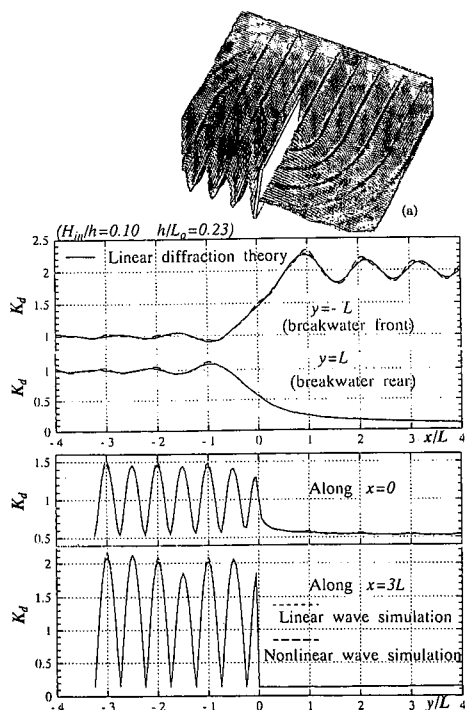
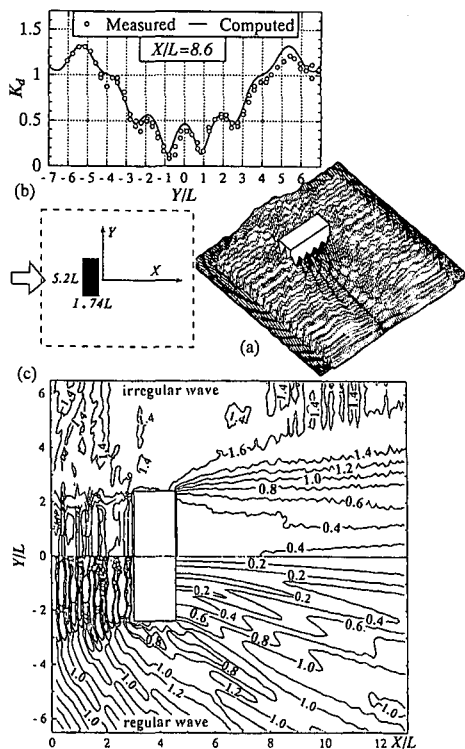


図-7 半無限防波堤周りの波動場の計算結果



図—8 矩形離岸堤周りの波浪場の計算結果

方境界では散乱波と共に進行波と回折波が重なり合っている。エネルギー吸収帯パラメータを以下に示す。

$$F/h=10, \theta=0.25[(h/L_0)_{\max}=1.0, (h/L_0)_{\min}=0.025]$$

図—8(b)は、計算結果から得られる回折係数の横断分布($x=8.6L$)を示したもので、図中には Harms (1980) による規則波の実験結果が同時に示されている。分散性の影響は離岸堤から離れるに従って強くなるが、計算結果と実験結果はよく一致しており本モデルの妥当性が示されている。また、図—8(c)は規則波と不規則波の K_d の平面分布を比較した結果である。

5. 結 論

分散項の適用範囲を拡張した Boussinesq 方程式を用いて、波群の進行特性を検討し、エネルギー吸収帯に対する実用的なパラメータ設定方法を検討した。本研究で得られた結論は以下のとおりである。

(1) エネルギー吸収帯に関する減衰理論に基づいて、規則波及び不規則波の数値シミュレーションに対する吸収帯パラメータの算定図を提案した。規則波に対しては、与えられた吸収帯幅と周波数から最適な減衰係数が求められることを示した。不規則波に対しては、周波数域と許容反射率とから最適な減衰係数と吸収帯幅が算定できることを示した。

(2) 分散項の適用範囲を拡張し、開境界を有する波浪場の計算に適用できる Boussinesq 方程式モデルを開発した。本モデルは、深海域でも良好な分散特性を有し、また、回折波や反射波が存在する複雑な波浪場においても、エネルギー吸収帯を用いて波浪場を歪めることなく計算が行える。

参 考 文 献

- クルーズ C. エリック・青野利夫 (1995): 陸棚およびバー型地形に対する崩れ砕波の数値モデル, 海岸工学論文集, 第 42 巻, pp. 81-85.
- Chapman, D. C. (1985): Numerical treatment of cross-shelf open boundaries in bathymetric coastal ocean model. Jour. Phys. Ocean., Vol. 15, pp. 1060-1075.
- Cruz, E. C., Isobe, M. and Watanabe, A. (1997): Boussinesq equations for wave transformation on porous beds. Coastal Engineering, Vol. 30, pp. 125-156.
- Cruz, E. C. and Isobe, M. (1994): Numerical wave absorbers for short and long wave modeling. Proc., Int. Symp. on Waves-Phys. and Num. Modelling, Univ. British Columbia, Vol. II, pp. 992-1001.
- Harms, V. W. (1980): Diffraction of water waves by isolated structures. Jour. Waterway Port Coastal Ocean Div, ASCE, Vol. 106, No. WW4, pp. 494-497.
- Ishii, T., Isobe, M. and Watanabe, A. (1994): Improved boundary conditions to a time-dependent mild-slope equation for random waves. Proc., 24th Int. Conf. Coastal Eng., ASCE, pp. 272-284.
- Larsen, J. and Dancy, H. (1983): Open boundaries in short wave simulations—a new approach. Coastal Eng., Vol. 7, pp. 285-297.
- Madsen, P. A., Murray, R. and Sorensen, O. R. (1991): A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Coastal Eng., Vol. 15, pp. 371-388.
- Ohyama, T. and Nadaoka, K. (1991): Development of a numerical wave tank for analysis of nonlinear and irregular wave fields. Fluid Dynamics Res., Vol. 8, pp. 231-251.
- Penney, W. G. and Price, A. T. (1952): The diffraction theory of sea waves and the shelter afforded by breakwaters. Philo. Trans. Royal Soc. A, Vol. 244, pp. 236-253.