

鉛直線グリーン関数法による水深変化を伴う港湾域の波高分布の算定法

中村孝幸*・加藤孝輔**・森田知志***

1. はじめに

本研究では、水深変化を伴う港湾域での波浪特性の推定を目的に、水深変化の影響を近似的に考慮した港内波浪の実用的な算定法について明らかにする。原理的には、効率的な計算が可能なヘルムホルツ方程式に基づく方法を採用することとし、この中でも最も効率的な鉛直線グリーン関数法による算定法について展開する。

鉛直線グリーン関数法は、水深変化の取り扱いを除けば、Isaacson(1978)により提案され、その後中村ら(1985)により薄肉部材にも適用できるように拡張されている。そして、本研究で目的とするようなヘルムホルツ方程式に基づく解析で水深変化の影響を近似的に考慮する方法は、既に日下ら(1983)の研究で一部展開されている。日下らは、グリーンの公式に基づく解析を用いて、棚形の水深変化を想定して異なる水深領域間での流速、圧力等の連続条件を考える領域分割法を用いている。しかしながら、現地の水深変化をどのように棚形の水深変化で近似すべきかなどの水深変化部の実際的な取り扱い方法や、適用性については十分に明らかにされていない。

本研究は、上記したヘルムホルツ方程式に基づく方法の中で最も効率的な鉛直線グリーン関数法により、水深変化を伴う港湾域での波高分布の算定法を展開する。この際、従来の研究で不明確なままとなっていた水深変化部の取り扱い方法を、厳密解析が可能な断面2次元理論による結果との比較から検討する。また、このような取り扱い方法の妥当性を検証するため、港湾模型を用いた水理実験を行う。

2. 水深変化部の接続境界上での条件

接続境界上では、流速と圧力が連続する必要がある。鉛直線グリーン関数法では、回折散乱波ポテンシャル ϕ_s の鉛直方向における分布を、次式のように減衰定常波の影響を無視して進行波モードのそれで近似している。

$$\phi_s(x, y, z; t) = \phi_s(x, y) \frac{\cosh(k(h+z))}{\cosh(kh)} e^{-i\omega t} \quad \dots (1)$$

ここに、 ϕ_s : 回折散乱波ポテンシャルの複素振幅で平面座標 (x, y) のみの関数、 k : 進行波モードの波数 ($=2\pi/L$, L : 波長) $i=\sqrt{-1}$, ω : 角振動数 ($=2\pi/T$, T : 周期), z : 水面を原点とする鉛直座標, h : 水深である。

このため、鉛直線グリーン関数法では、これらの連続条件を厳密に満足させることは困難であり、水深方向における圧力の総和が、境界面上で釣合うというような近似的な表現で代用せざるを得ない。本研究と類似した手法であるグリーンの公式に基づく解析法を用いた日下ら(1983)は、 ϕ_s の水深方向分布を近似するのに、物理的な側面は無視して、重み関数的な表現で、 $\cosh(k(h+z))$ のみを乗じる方法を採用している。

ここでは、従来の研究を参照して、以下の異なる2種類の接続条件を採用して検討してみた。想定した解析モデルは、図-1に示すもので、港湾の泊地や航路のように棚形に水深が変化する場合が想定してある。水深の異なる水域は、説明を簡単にするため、2領域のみとしてあるが、後述する理論的な検討に見られるように、水深の異なる水域あるいは傾斜底を近似するための階段状の水深変化部は複数あってもよい。

a) 流量の連続と圧力積分の釣合条件を用いた場合

①水深変化部の前後では、水平流速の水深方向における積分量、すなわち流量は連続する。ただし、流量としては各異なる水深の全体にわたる量とする。

②水深変化部の前後では、圧力の合力は等しい。ただし、圧力の合力は、深い水深領域においては、浅い水域

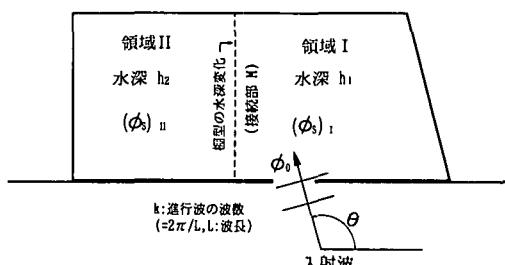


図-1 解析モデル

* 正会員 工博 愛媛大学助教授 工学部環境建設工学科

** 学生会員 愛媛大学大学院 工学研究科

*** 正会員 工修 (株)熊谷組 技術研究所

での水深を対象とした積分量とする。

①に基づく流量の連続条件は、接続部($(x, y)=M$)で、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial((\phi_s)_I + \phi_0) \tanh(k_1 h_1)}{\partial n_1} \\ &= -\frac{\partial(\phi_s)_{II} \tanh(k_2 h_2)}{\partial n_2} \quad \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

ここに、下添字 I, II および 1, 2 は各水深領域の量、 ϕ_0 : 入射波ポテンシャルの複素振幅、 $\partial/\partial n$: 各領域での内向き法線微分を表す。

また、②に基づく境界面前後の力の釣合条件は、

$$\begin{aligned} & ((\phi_s)_I + \phi_0) \frac{\sinh k_1 h_1 - \sinh k_1 (h_1 - h_2)}{k_1 \cosh k_1 h_1} \\ &= (\phi_s)_{II} \frac{\tanh(k_2 h_2)}{k_2} \quad \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

b) 流量と水位の連続条件を用いた場合

この場合の条件は、Lamb (1964) により導かれている長波を想定した場合と同じである。すなわち、流量の連続は式(3)と同一で、水位の連続条件は次式で示される。

$$((\phi_s)_I + \phi_0) = (\phi_s)_{II} \quad \dots \dots \dots (4)$$

以下では説明の簡略化のため、これらの条件をそれぞれ圧力連続、水位連続と略称することにする。

3. 断面2次元理論による厳密解析

(1) 解析法の概要

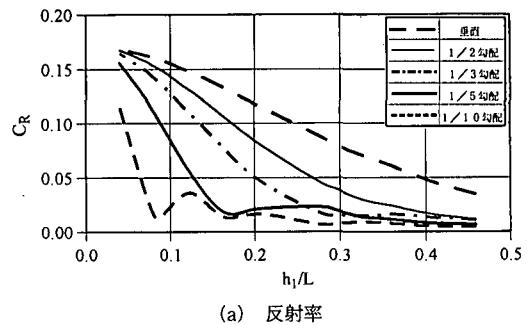
断面2次元理論は、中村・石丸 (1996) によるもので、ブロック堤による波変形の算定に用いられている。この理論解析では、領域分割法とグリーン関数を核関数とする湧き出し分布法とを結合したものが展開されている。接合境界では、圧力および流速の連続条件を減衰定常波の影響を含めて厳密に考慮しており、接合部での傾斜底についても、物体形状の一部と考えてその影響を解析できる。例えば一様勾配の斜面は、一定水深部にある水底構造物と解釈すればよい。また、中村・石丸の研究では、ブロック堤による波変形の解析のため、堤体外の流体運動の表現には非減衰の流体が、堤体内的それには、線形減衰を有する流体が用いられているが、本研究では水深変化があるのみで、全て非減衰の流体とすればよい。

(2) 算定モデル

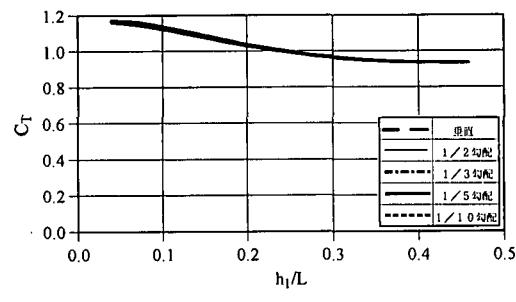
算定では、後述する港湾モデルで採用した水深変化の条件を想定して検討した。すなわち、水深 h は、入射側を $h_1 = 40 \text{ cm}$ 、透過側を $h_2 = 20 \text{ cm}$ の一定水深領域に設定した。また、 h_1 より h_2 への水深変化は、それぞれステップ状の垂直変化および 1/2 勾配、1/3 勾配、1/5 勾配、1/10 勾配の一様斜面変化の計 5 種類を採用した。

(3) 算定結果

図-2(a), (b) は、それぞれの勾配についての反射率



(a) 反射率



(b) 透過率

図-2 断面2次元理論による厳密解

C_R と透過率 C_T の算定結果を示す。図中では、沖側の水深 h_1 を用いた水深波長比 h_1/L (L : 沖側の水深 h_1 での波長) による変化で表す。この図より、水深波長比 h_1/L が大きくなると、反射率 C_R は深海波領域になるため減少して、0 に収束する傾向が見られる。逆に h_1/L が小さく、長波の条件になると、反射率は増大して、水深変化部の形状に依存しない一定値に収束する傾向が認められる。これは、長波長になると水深変化部の長さが波長に比較して十分小さくなり、水深変化量のみが影響するようになるためと考えられる。本研究では、図中に示す条件よりもより長波長の波に対して算定を行っているが、この場合、長波近似を仮定した Lamb (1956) による結果と一致するようになることを確認しており、ここに付記しておく。

一方、勾配の差異による反射率 C_R と透過率 C_T の変化に着目すると、 h_1/L が 0.05~0.3 程度の浅水波領域では、勾配が急になるほど反射率は大きくなる。しかしながら、透過率はその絶対値が大きいためか、勾配による差異はほとんど見られない。

4. 鉛直線グリーン関数法による近似解析

(1) 近似解析の概略

鉛直グリーン関数法を用いる際の水深変化の取り扱いは階段状に不連続的に変化するものと仮定し、前述の断面2次元理論で用いた勾配に合うように近似的に階段状に変化させた。図-3 には、傾斜勾配を 3 段の階段状変化

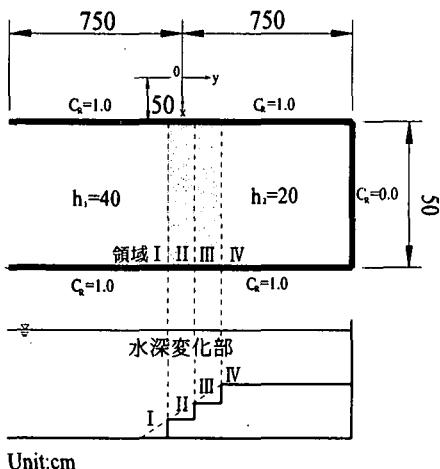


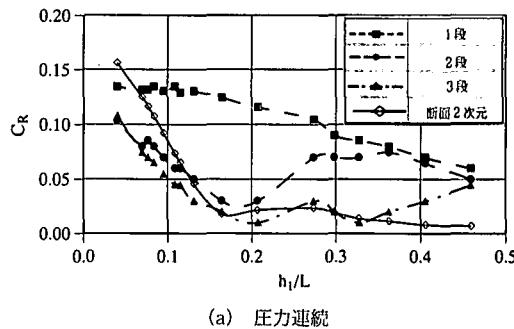
図-3 平面波浪場に設けた疑似 2 次元的な水路

で近似したときのモデルを示す。ここでは、平面的には図-3に示すように、平面波浪場に疑似 2 次元的な水路を作り、側壁部の反射条件を完全反射とし、透過側の最奥部の壁を完全吸収条件（反射率 0）として、いわゆる水深変化のある数値波浪水槽を対象にして算定を行った。算定の前段階として、透過側の最奥壁の完全吸収条件や長峰性の波高分布が水槽内に形成されていることを確認して、下記の数値実験を行った。反射率は、数値波浪水槽内の反射側において、ヒーリーの方法により求めた。また、透過率は透過側の一定波高値から求めた。算定では、接続条件の優劣を比較するため、圧力連続と水位連続の両者を用いた。

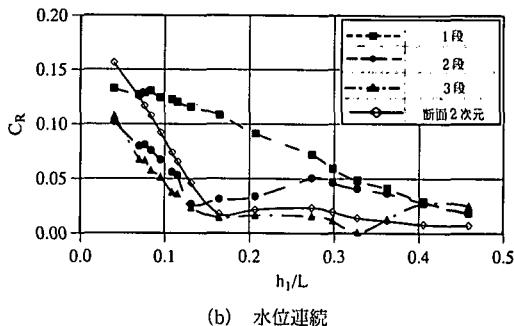
ここでは各種の勾配条件に対する鉛直線グリーン関数法による算定結果を近似解と称して、上述した断面 2 次元理論解析による厳密解とを比較してみる。計算では、1/3 勾配、1/5 勾配については 1~3 段階の等間隔ステップ状変化で近似した解析を、1/10 勾配については 1~4 段階のそれで近似した解析を行った。

(2) 近似解と厳密解の比較

これらの解析による 1/5 勾配の両接続条件による反射率 C_R の算定結果を、図-4(a), (b) に示す。図中では、沖側の水深波長比 h_1/L の変化で表すもので、比較しやすいように厳密解析による結果も併せて示してある。これらの図より、接続条件に関係なく、近似ステップ数に依存した類似した変動傾向が見られる。すなわち、 h_1/L の全領域に対して、概略的に斜面勾配を 1 段で近似するとき、 C_R は最も大きく、2 段以上になると低下する傾向が見られる。斜面勾配を近似する階段数を増すと近似解析による C_R は、厳密解析によるそれに近づくようである。このような傾向は、他の勾配に関しても見られ、特に勾配が急な場合には、より少ない段階数で厳密解に近づくこと



(a) 圧力連続



(b) 水位連続

図-4 1/5 勾配における厳密解と近似解の比較

が確認されている。

両接続条件の優劣を検討すると、 h_1/L に依存する傾向が見られるが、全体的にはより簡単な接続条件である水位連続の方が、より少ない段階数で厳密解に近づくなど優れているようである。また、長周期波に対しては斜面勾配を 1 段のステップで近似する方が、多段で近似するよりも精確に反射率の推定が可能になることも認められる。これは、長周期波になると各段階の立ち上がり部よりの反射波が影響するようになるためと考えられる。今後は、より粗い斜面勾配近似で、しかもより精確な結果が推定できるような接続条件を模索する必要があり、将来的検討課題としたい。

5. 港湾模型による実験的検討

(1) 実験の概要

前述の数値解析法の平面的な波浪变形予測に対する適用性を検討するため、大型平面水槽 (20 m × 44 m) を用いた港湾模型実験を各種の波条件で実施した。模型港湾は、図-5 に示すような 2 つの異なる水深領域からなり、港湾内外の境界は消波材を設置して所定の反射率が実現できようとした。消波材の反射率は、別途に実施した 2 次元実験で求めており、図中でヘチマロン 5 段積みの境界が $C_s = 0.5$ 、ヘチマロン 1 枚貼りのそれが $C_s = 0.8$ である。

港内には、図中に示すように 1/5 勾配斜面を設け、沖側の水深 40 cm と浅水深 20 cm を接合した。作用波の条件

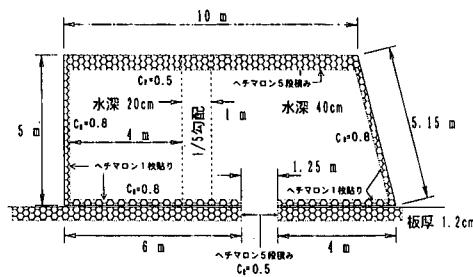


図-5 港湾模型

は、周期 T が 1.42, 1.9, 2.53 s の 3 種類で、波高 H は 4 cm と一定にした。

(2) 実験結果と算定結果の比較

理論算定では、やはり圧力連続条件と水位連続条件の両者を用いて、港内のほぼ中央に位置する 1/5 勾配の傾斜部を、1 段から 3 段の階段状変化で近似して、港湾内外の波高分布を求めた。以下では、4. の検討で近似度の優れていることが確認された水位連続条件を用いたときの結果について紹介する。

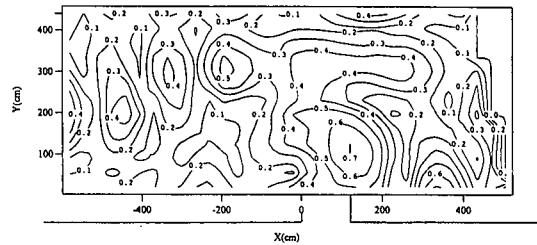
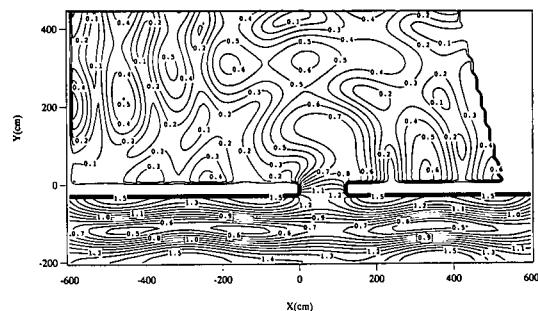
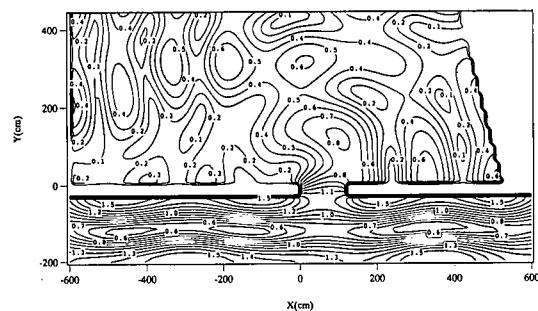
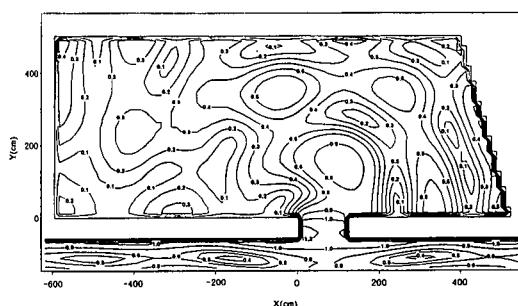
図-6, 7 は実験結果と算定結果の一例を示すもので、図中には入射波高で除した波高比のコンターがプロットしてある。図-7 の算定では、1/5 勾配の傾斜部を垂直変化（1段ステップ）で近似してある。これらの図を比較すると、開口部付近や港内における部分重複波の腹、節の形成位置がほぼ同じ位置に見られ、ほぼ対応した結果になっていることがわかる。そして、波高比の絶対値は、算定結果の方が、腹、節の位置で、若干ではあるが、全体的に低い値を示している。

次に図-8 は、図-7 と同一の波条件に対して、傾斜部を 3 段のステップで近似したときの算定結果を示す。1 段ステップ近似の図-7 と比較してみると、3 段ステップ近似では、腹の位置で若干波高比が増大する傾向はあるものの、両者の間に有意な差は見られない。このように傾斜部の近似による差異が有意に見られないのは、平面波浪場では、近似解析で用いたような長水路の場合と異なり、屈折・回折現象などによる平面的な波の変形が強く、断面 2 次元的な検討で認められた近似誤差がかなり平滑化されることによるものと考えられる。

最後に図-9 は、港湾内の水深変化を無視して、一定水深の条件（沖側水深 40 cm）で波高分布を求めたときの算定結果を示す。この結果と水深変化を考慮した前出までの結果を比較すると、水深変化の影響によって、特に港内左側上方では節、腹の出現位置や数が異なるなど十分な予測になっていないことがわかる。

6. 結 語

(1) 鉛直線グリーン関数法と領域分割法を結合した

図-6 波高比の実験結果； $T=1.90$ s図-7 波高比の算定結果； $T=1.90$ s
(1段ステップ近似)図-8 波高比の算定結果； $T=1.90$ s
(3段ステップ近似)図-9 水深一定条件での波高比の算定結果
($T=1.90$ s, $h=40$ cm)

解析法では、水深変化部の接続条件として、流量と水位の連続条件を用いる方が、流量の連続と圧力積分の釣合条件を用いるより精度の良い算定が行える。その場合、水深波長比にもよるが、 $1/10 \sim 1/3$ の傾斜勾配に対しては、高々 2段程度のステップ状変化でほぼ近似できる。

(2) 本研究で展開した解析法により、棚型の水深変化を有する港湾域での平面的な波高分布のパターンやその絶対値などを含めて、ほぼ予測できる。

(3) 港湾域のような平面波浪場の算定では、波の屈折・回折現象など平面的な波変形の影響が強く現れるようになるため、水深変化部を階段状変化で近似するときの誤差や採用した接続条件による差異の影響はほとんど見られなくなる。

参考文献

- 中村孝幸・奥吉雄 (1985): 任意平面形状を有する堤体構造物まわりの波変形の解析法について、第32回海岸工学講演会論文集、pp. 594-598.
- 中村孝幸・石丸満久 (1996): ブロック堤体内でのエネルギー逸散機構を考慮した波変形の解析法、海岸工学論文集、第43巻、pp. 106-110.
- 日下理・辰本正弘・岩崎晃 (1983): 任意反射率境界と水深変化を考慮した港内波高分布の解析、第30回海岸工学講演会論文集、pp. 128-132.
- Issacson, M. Q. (1978): Vertical cylinder of arbitrary section in waves, Jour. of Waterways, Coastal and Ocean Eng. Div., ASCE, Vol. 104, No. WW 4, pp. 309-322.
- Lamb, H. (1964): Hydrodynamics, 6th Edition, Cambridge Univ. Press.