

波—地盤—構造物の相互作用に関する有限要素法解析

朴 佑 善*・高橋 重 雄**・鈴木高二朗***・姜 閔 求****

1. ま え が き

近年、海の構造物の設計において、波と構造物、地盤を総合的に検討する必要性が強調されている。特に、波による砂地盤の液状化が構造物に及ぼす影響や防波護岸背後への波圧の伝播を考慮する場合には、そうした検討が不可欠である（善ら、1987；名合ら、1986；泉宮ら、1989）。こうした現象に対しては、実験的に多くの検討がなされているが、地盤を扱う場合には相似則等の問題があり、実験だけでは限界があることが指摘されている。

この問題を理論的・数値的に検討する試みは、既に多くの研究者によって行われている。その検討の中心となるのが Biot (1941) の二相弾性体理論で、Yamamoto ら (1978, 1981) による研究等により、波と地盤の相互作用に適用されるようになっていく。さらに最近では、地盤の部分について Biot の理論に基づいた有限要素法解析が間瀬ら (1992)、桑原ら (1992) 等によって行われている。ただし、波動場は別の解析解を用いており、波と地盤を同時に解くことはなされていない。

一方、Biot の理論は、地震に対する地盤や構造物の応答計算に早くから適用されており、有限要素法解析が防波堤の地震時の挙動解析などに用いられている（上部ら、1987）。また、衝撃砕波力などの衝撃力が防波堤ケーソンに作用したときの動的応答計算も同様な方法によって行われている（高橋ら、1994）。

本研究は、波—地盤—構造物の相互作用を検討するための数値計算法を開発するものであり、計算法は地震応答解析と同じく Biot の理論に基づく有限要素法解析である。ただし、①砂地盤だけでなく、波動場にも有限要素を適用し、同時に計算できるようにしている。すなわち、圧力と流れの連続性を水と地盤との境界で満たすようにしている。さらに今回の有限要素解析においては、②波だけでなく地盤について無限領域を表す無限要素の導入、③地盤の深いところに対しても特殊な無限要素の導入、④加速度項の採用、⑤土の減衰項の考慮、等を行っ

ている。ただし、計算はパソコンで簡単に行えるよう、断面二次元の周波数領域の線形計算である。

なお、本研究ではこの計算法の適用性を示すため、波と地盤の相互作用として興味あるいくつかの事例に対して計算した。すなわち、①海底砂地盤と進行波の相互作用、②地盤による波の減衰、③混成堤のマウンド透過波、④護岸の背後への波圧の伝播等について検討している。

2. 計 算 方 法

(1) 基 礎 式

水の部分はポテンシャル理論によって定式化し、地盤に対しては海底地盤を気泡の混入を考慮した圧縮性流体で満たされた多孔質弾性体として取り扱う、Biot の二相弾性理論を用いている（図-1）。

Biot の式については間瀬ら、桑原らに見られるように砂粒子と間隙水の加速度項を無視し、砂粒子の変位と間隙水圧の変位を変数とする $u-\pi$ form を用いる例が多い。しかしながら、ここでは加速度項を無視せず、砂粒子と間隙水の変位を変数とする $u-w$ form を用いている。この計算法は線形の周波数領域の計算であるため、容易に加速度項を取り入れることができる。

周波数領域の計算であるため速度ポテンシャル Φ と地盤、間隙水の変位 U, W は以下のように示される。

$$u = \text{Re}[Ue^{-i\omega t}] \dots\dots\dots (1)$$

$$w = \text{Re}[We^{-i\omega t}] \dots\dots\dots (2)$$

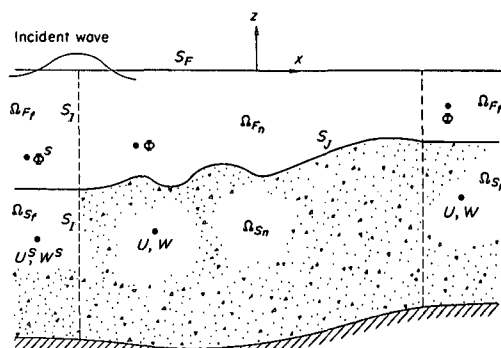


図-1 座標系と変数及び境界条件

* 工博 韓国海洋研究所（前港湾技術研究所特別研究員）
 ** 正会員 工博 運輸省港湾技術研究所水工部耐波研究室長
 *** 正会員 工修 運輸省港湾技術研究所水工部耐波研究室
 **** 工博 運輸省港湾技術研究所特別研究員

$$\phi = \text{Re}[\Phi e^{-i\omega t}] \quad \dots\dots\dots (3)$$

これらを水のラプラス式, 砂地盤の Biot の式に代入すると以下のように書き換えられる.

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad \text{in } \Omega_F \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\begin{aligned} & \{\omega^2 \rho + L^T(D + a^2 Q m m^T)L\}U \\ & + \{\omega^2 \rho_f + aQ\nabla^2\}W = 0 \quad \text{in } \Omega_S \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \{\omega^2 \rho_f + aQ\nabla^2\}U \\ & + \{\omega^2 \rho_f/n + i\omega n/k + Q\nabla^2\}W = 0 \quad \text{in } \Omega_S \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここで, ω : 角周波数, ρ : 土全体の密度, ρ_f : 水の密度, k : 砂の透水係数, $Q = 1 = n/K_f + (a-n)/K_s$, $a = 1 - (3\lambda + 2G)/3K_s$, λ : ラメの定数, G : 剪断弾性係数, n : 砂の空隙率, K_f, K_s : 水および砂の体積弾性係数である. また, m, D, L は以下のとおりである.

$$\{m\}^T = (1, 1, 1, 0, 0, 0) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$[L]^T = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & \partial/\partial y \\ 0 & \partial/\partial y & \partial/\partial x \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$D = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (9)$$

式 (4) は間隙水を含めた土全体の釣り合い式であり, 式 (5) は間隙水の一般的なダルシー則である.

(2) 境界条件

a) 波部

波部の境界条件は一般的なものであり, 水面境界における力学的条件と運動学的条件から,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\omega^2}{g} \Phi \quad \text{on } S_F \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる. また, 沖側の境界条件は, 入射波のポテンシャル Φ^i , 散乱波のポテンシャルを Φ^s として放射条件から

$$\Phi = \Phi^s + \Phi^i \quad \text{on } S_I \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = -\frac{\partial(\Phi^s + \Phi^i)}{\partial n} \quad \text{on } S_I \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left(\frac{\partial}{\partial r} - ik_0 \right) \Phi^s = 0 \quad \text{at infinity} \quad \dots\dots\dots (13)$$

となる.

b) 波と地盤の境界

波と地盤の境界では, 波の圧力と流速を, 砂地盤内の間隙水の圧力と流速で接続しいる. すなわち,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = -i\omega(U_n + W_n) \quad \text{on } S_I \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\Sigma_n = i\omega \rho_f \Phi \quad \text{on } S_I \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\Pi = i\omega \rho_f \Phi \quad \text{on } S_I \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここに, Σ_n は土骨格の応力(境界面に鉛直な成分), Π は間隙水圧である.

c) 地盤部

沖側側方境界では, U, W, Σ_n, Π について波部と同じように入射波成分と反射波成分に分け, 入射波成分には, Yamamoto ら (1981) による解を与え, 散乱波成分には放射条件を考慮している. また, 構造物がある場合, その壁面に鉛直な U, W の成分が 0 であるとしている.

(3) 有限要素解析

解析領域を有限個の四辺形要素群に分割し, 四辺形要素内の変数を二次の基底関数を用いて線形内挿する. 式 (4)~(6) に Galerkin 法を適用して以下の方程式を得る.

$$\begin{aligned} & \sum_e \begin{bmatrix} K_{\phi\phi} & K_{\phi u} & K_{\phi w} \\ -K_{uu}/\rho_f & -K_{wu}/\rho_f \\ \text{sym.} & -K_{ww}/\rho_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\Phi}_e \\ \bar{U}_e \\ \bar{W}_e \end{Bmatrix} \\ & = \sum_e \begin{Bmatrix} \bar{f}_{s_i}^{\phi} \\ -\bar{f}_{s_i}^u/\rho_f \\ -\bar{f}_{s_i}^w/\rho_f \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

ここで, $\bar{U}_e, \bar{W}_e, \bar{\Phi}_e$ はそれぞれ四辺形要素の各節点の土粒子, 間隙水の変位と波部の速度ポテンシャルを表す列ベクトルである. また, マトリックス $K_{\phi\phi} \sim \bar{f}_{s_i}$ は次のように表される.

$$\begin{aligned} K_{\phi\phi} &= \int_{\Omega_f} \{N_{\phi,x} N_{\phi,x}^T + N_{\phi,z} N_{\phi,z}^T\} d\Omega_f \\ & - \int_{S_f} \frac{\omega^2}{g} N_{\phi} N_{\phi}^T dS_f \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

$$K_{\phi u} = -i\omega \int_{S_f} N_{\phi} n^T N_u^T dS_f \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$K_{\phi w} = -i\omega \int_{S_f} N_{\phi} n^T N_w^T dS_f \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\begin{aligned} K_{uu} &= \int_{\Omega_s} \{-\omega^2 \rho N_u N_u^T \\ & + (L N_u^T)^T (D + a^2 Q m m^T) (L N_u^T)\} d\Omega_s \quad \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{uw} &= \int_{\Omega_s} \{-\omega^2 \rho_f N_w N_w^T \\ & + (L N_w^T)^T a Q (L N_w^T)\} d\Omega_s \quad \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{ww} &= \int_{\Omega_s} \{-\omega^2 \frac{\rho_f}{n} N_w N_w^T - \frac{i\omega}{k} N_w N_w^T \\ & - (L N_w^T)^T Q (L N_w^T)\} d\Omega_s \quad \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

$$\bar{f}_{s_i}^{\phi} = \int_{S_f} N_{\phi} V_n dS_f \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\bar{f}_{s_i}^u = \int_{S_f} N_u n \Sigma_n^T dS_f \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\bar{f}_{s_i}^w = \int_{S_f} N_w n \Pi^T dS_f \quad \dots\dots\dots (26)$$

ここで、 $\int[\cdot]d\Omega$ は各四辺形要素の領域積分、 $\int[\cdot]dS$ は境界積分、 n は境界における法線ベクトル、 n は n 方向微分を示している。

(4) 特殊要素

本計算法では、境界条件を取り扱うために、いくつかの特殊要素を用いている。たとえば、水部の沖側境界には無限要素を用いており、地盤部の沖側境界でも無限要素を用いている。また、地盤部下部では、仮想岩盤要素を導入している。これは、Yamamotoら (1981) の多層地盤の解析法を応用したもので、無限深さの地盤を取り扱えるようにしたものである。さらに、水部と地盤部の境界を取り扱うためにジョイント要素も用いている。

3. 計算の適用例

(1) 砂地盤内と波の相互作用

図-2は平坦な砂地盤上を進行波が通過する場合の計算結果であり、無限深さで透水係数 $k=0.1$ cm/s、剪断弾性係数 $G=10000$ kN/m²、空隙率 $n=0.45$ の地盤で、水深 $h=7.5$ m、周期 $T=5$ s (波長 $L=34.7$ m)、波高 $H=2$ m の場合の計算結果である。図には波の峰が到達した時点における間隙水圧 Π と土骨格の鉛直変位 U_z 、間隙水の変位 W_z そして剪断応力 τ_{xz} についてその実部と虚部を示している。この例のように硬い砂では波と砂地盤表面の動きは180度ずれており、その振幅も0.06 mmと小さい。また、間隙水の地盤表面での変位はその振幅が0.3 mmと地盤表面の動きより大きく、位相は90度波より進んでいる。間隙水圧は表面でももちろん波圧と同じであるが、1/4波長の深さで地盤表面の1/4とかなり小さくなっており、また、位相は波と同じ位相でずれない。なお、砂地盤内間隙水圧は引っ張りを正としているので図では負値をとっている。

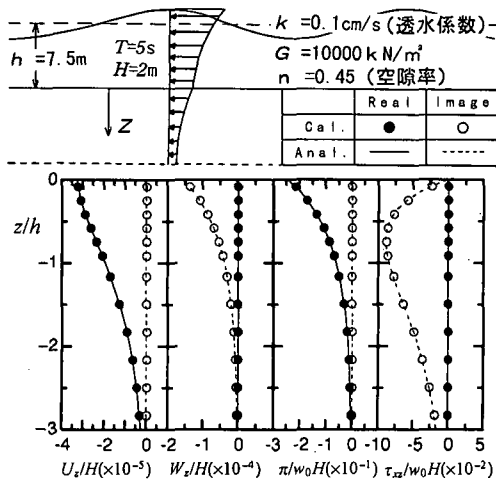


図-2 進行波による砂地盤の間隙水圧と変位

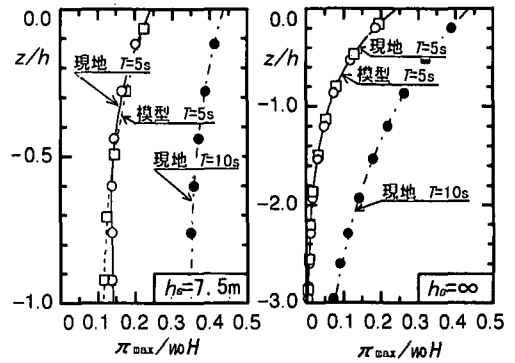


図-3 砂地盤の間隙水圧の変化 (進行波)

こうした傾向は、すでに多くの研究によって確かめられたとおりである。図中の実線および波線で示した Yamamoto ら (1981) の計算値ともよく一致しており、この計算法の有効性が確かめられた。

図-3は、間隙水圧の計算結果であり、そのピーク値を波高で無次元化している。計算では砂地盤の条件を同じくし、現地スケールと模型スケールを比較している。また、地盤下部については無限深さの地盤である場合 (地盤厚 $h_s=\infty$) と不透過な固定岩盤層がある場合 (地盤厚 $h_s=7.5$ m (現地), 0.375 m (模型)) を比較している。当然だが周期が長い方が深部まで圧力が伝播しやすい。また、固定岩盤層がある場合はそこでの反射により、無限地盤の場合より大きな圧力が発生している。

剪断弾性係数と透水係数を同じにし、現地と実験スケール (1/20) について計算している。地盤下部境界が半無限では間隙水圧の相似が成り立つが、固定岩盤層の場合は成立せず、若干異なっている。これは、砂地盤では間隙水圧が透水係数にほとんど依存しないが、剪断弾性係数に依存するため、有限深さの地盤では異なってくることによっている。計算により、各パラメータの影響や相似則の問題が比較的簡単に検討できることが分かる。

(2) 地盤による波の減衰

図-2に示した計算では、同時に地盤の動きによる波の変化も計算できる。Yamamoto・Takahashi (1985) は、多層地盤についてこうした計算を行っており、特に地盤による波の減衰を検討して、剪断弾性係数が小さい軟らかい地盤では、波長の変化と波高の減衰が発生することを示している。さらに、高橋ら (1994) は砂地盤内に強制的に水を送り込み、砂をゆるんだ状態にして強制的に剪断弾性係数を低下させると、波の減衰が発生することを実験的に示している。

図-4は砂地盤の長さ4.0 m、厚さ0.4 m、水深0.25 mで、波高8.0 cm、周期1.0 sとし、実験と同じ条件で計

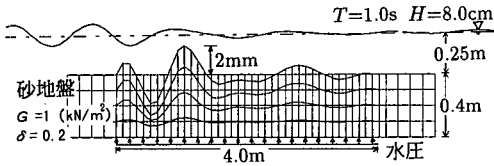


図-4 波による柔らかい地盤の変位

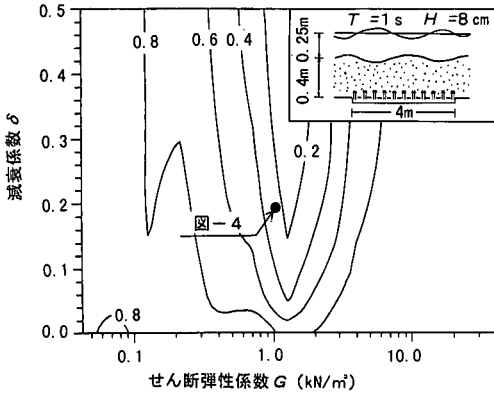


図-5 地盤による消波 (波高伝達率)

算した結果であり、砂地盤変位が最大となる瞬間の地盤の変位と水面波形の様子であるが、実験と同様な位相と振幅の地盤の波形が得られている。なお、計算では砂の剪断弾性係数 G を小さくし、 1 kN/m^2 として砂のゆるんだ状態を表現し、減衰係数 δ は 0.2 としている。なお、減衰係数 δ は複素剪断弾性係数 G^* の虚数部で、 $G^* = G(1 + i\delta)$ の関係にあり、複素弾性係数を用いることで地盤によるエネルギー減衰が表現できる。こうした地盤による波への影響が計算できるのが本計算法の特徴である。

図-5 は、地盤の剪断弾性係数 G と減衰係数 δ を変化した場合の、波高伝達率 K_T の変化を示したものであるが、剪断弾性係数 G が 1 kN/m^2 程度で波高伝達率 K_T が 0.2 程度で最小をとっている。実験では剪断弾性係数の測定を行っていないが、注水量を変化させ地盤の軟らかさを変えて実験を行っており、ボーリング状態の軟らかすぎる状態ではかえって波高伝達率が大きくなる点など、計算と実験はよく似た傾向を示している。

(3) 成防波堤の場合の間隙水圧と波高伝達率

図-6 は、ケーソン式の防波堤がある場合の間隙水圧

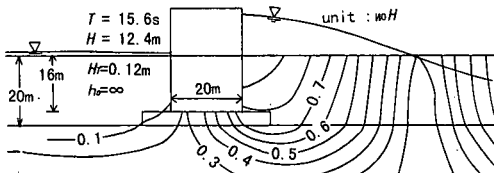


図-6 防波堤の場合の間隙水圧分布

分布を示すものである。計算は現地スケールであり、水深 $h=20 \text{ m}$ 、マウンド上水深 $h_b=16 \text{ m}$ 、ケーソン幅 20 m 、 $T=15.6 \text{ s}$ 、 $H=12.4 \text{ m}$ の条件で、マウンドの透水係数を 1.0 m/s としている。なお、地盤下部は半無限 ($h_s=\infty$) の条件である。直立壁があると当然重複波となり、地盤内にそれに対応した間隙水圧が発生する。図に示したのは間隙水圧の分布であり、ケーソン前趾下に比較的大きな圧力が作用している。また、捨石マウンドには流れが発生し、ケーソン背後に伝達波が発生する。この場合流速は約 40 cm/s で、波高伝達率は 0.01 と小さい。

図-7 はケーソン式混成堤のマウンド透過波による波高伝達率 K_T について計算した例であり、横軸に波長水深比をとって透水係数ごとに示している。波の周期とマウンドの透水係数、そしてマウンドの高さを変化させている。当然だが、透水係数が大きく、周期が長いほど、そしてマウンドが高いほど伝達率は大きくなっている。

こうした計算値は、これまでの実験結果と比較的によく一致しており、たとえば、図は示していないが倉田ら (1980) の実験結果と比較したところ、波高伝達率 K_T が $0.02 \sim 0.05$ とほぼ妥当な値であることが分かった。

なお実際の適用においては、マウンドの透水係数の与え方に注意が必要である。砂の場合は層流状態を仮定して粒径に応じた値を用いるが、マウンド捨石内の流れは乱流状態にあるために、Dupuit-Forchheimer 則を用い、粒径だけでなく流速に対応した透水係数を見つけて近似する必要がある。 $D_{15}=2 \sim 4 \text{ cm}$ というような実験スケールでは一般に $k=0.1 \sim 0.5 \text{ m/s}$ 程度の透水係数をとる。

(4) 防波護岸裏込石内に発生する間隙水圧

図-8 はケーソン式護岸に対する計算例である。護岸背後の裏込部および埋立砂内に発生するマウンド透過波による間隙水圧のピーク値分布を示している。表-1 は計算条件を示すものであり、高橋ら (1996) の実験条件とほぼ同じ形状に対する計算結果である。表中、 G は剪

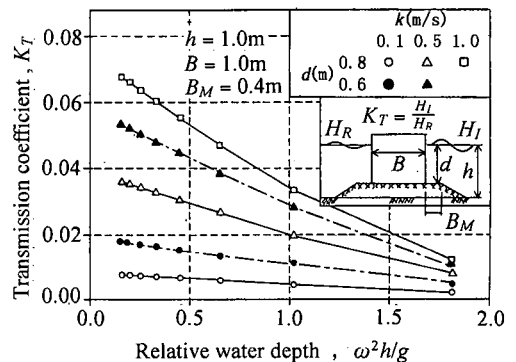


図-7 マウンド透過波による波高伝達率

表-1 護岸に関する計算の条件

	海底砂	埋立砂	マウンド	裏込石	ケーソン
G (kN/m ²)	13400	7000	15000	15000	900000
ν	0.333	0.333	0.333	0.333	0.167
n	0.445	0.445	0.529	0.529	—
k (m/s)	0.0001	0.0001	0.1	0.1	—
ρ (t/m ³)	1.9	1.9	1.74	1.74	2.0
ρ_f (t/m ³) = 0 K_s (kN/m ²) = 3.6×10^7 K_f (kN/m ²) = 2.1×10^6					

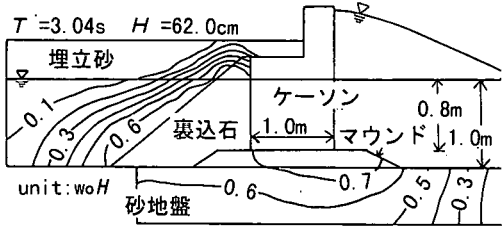


図-8 護岸背後の間隙水圧 (模型量)

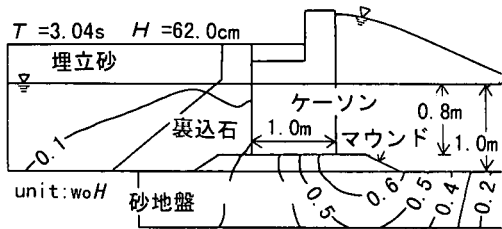


図-9 護岸背後の間隙水圧 (圧抜きの効果)

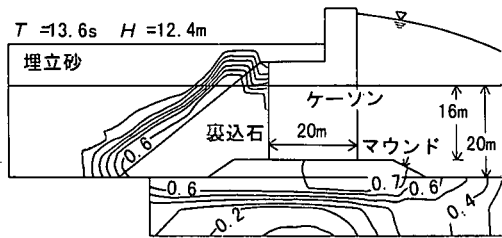


図-10 護岸背後の間隙水圧 (現地量)

断弾性係数, n は空隙率, ν はポアソン比, k_0 は透水係数, ρ, ρ_f はそれぞれ土, 水の密度, K_s, K_f は土, 水の体積弾性係数である。

マウンド透過波により裏込石内には前面波圧の70%程度もの大きな間隙水圧が発生し, また, 埋立砂に伝播する際には, 等圧線が密になり圧力が大きく減衰している。こうした結果は実験結果とよく一致している。

一方, 実験によると裏込部天端に埋立砂をおかないようにして裏込部の圧力を開放すると, その圧力は大きく低減することが分かっている。計算でもこの様子が図-9のように再現され, 実験値とも非常によい一致を見ている。逆に, 越波や雨水でケーソン背後が冠水した場合に静水面上の埋立砂の飽和度が上がって裏込内の密閉度

が大きくなり, 圧力がケーソン前面の波圧とほとんど同じになることも実験と同様に計算で再現できている。

ところで, 砂や石を使うこのような実験では相似則が成り立たず大きな問題である。図-10では図-8の実験条件の20倍にして現地スケールとし, マウンド, 裏込内の透水係数も1m/sとして計算している。

模型量の計算結果と比較すると, 埋立砂内ではやや圧力の減衰が模型量の方が大きいようであるが, マウンド, 裏込石内では意外にも模型量に近いことが分かる。

4. ま と め

波と地盤と構造物の相互作用についてFEMによる数値計算法を開発し, その適用性を検討した。本計算法は, 線形計算で周波数領域の比較的簡単な計算であるが, 波と地盤と構造物の相互作用を適切に表すことができる。今後は, こうした計算を用いて, 多様な波と地盤と構造物の相互作用の問題について検討していきたい。特に, 相似則の問題や現地での現象の解明に用いていきたい。

参 考 文 献

泉宮尊司・古俣弘和・飯田秀樹 (1989): 波浪による海底地盤の液状化発生条件及び海底谷のある海浜への適用, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 784-788.

上部達生・守屋正平 (1987): 砂地盤上の大水深混成式防波堤の大型模型振動実験と地盤応答解析, 港研資料, No. 589, 61 p.

倉田克彦ら (1980): 混成堤捨石マウンドからの透過現象に関する考察, 海岸工学論文集, 第27巻, pp. 401-405.

桑原久実ら (1992): 波浪による混成防波堤周辺地盤の弾塑性挙動, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 861-865.

善 功企ら (1987): 海底地盤の波浪による液状化および高密度化, 港研報告, 第26巻, 第4号, pp. 125-180.

高橋重雄ら (1994): 衝撃波力に対する防波堤ケーソンの動的挙動, 港研報告, 第33巻, 第2号, pp. 59-86.

高橋重雄・鈴木高二郎・徳淵克正・岡村知光・下迫健一郎・善 功企・山崎浩之 (1996): 護岸の吸い出しに関する水理模型実験, 港研報告 (予定).

高橋重雄・下迫健一郎・山本 悟・三浦裕信 (1994): 液状化した砂地盤の特性とそれによる消波に関する基礎実験, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 611-616.

名合宏之ら (1991): 変動水圧による構造物の沈下に関する研究, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 826-830.

間瀬 肇・川迫郁夫・酒井哲郎 (1991): 混成堤基礎地盤の波浪応答に関する研究, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 821-825.

Biot, M. A. (1941): General theory of three-dimensional consolidation, J. Appl. Phys., Vol. 12, pp. 155-164.

Yamamoto, T., Koning, H. S. H. L., and van Hijing, E. (1978): On the response of a poro-elastic bed to water waves, J. F. M., Vol. 87, Part 1, pp. 193-206.

Yamamoto (1981): Wave-induced pressures and effective stresses in inhomogeneous seabed foundations, Ocean Eng., Vol. 8, pp. 1-16.

Yamamoto, T., and Takahashi, S. (1985): Wave damping by soil motion, ASCE, WW, Vol. 111, No. 1, pp. 62-77.