



$$H_f(k, \alpha) = \iint_{S_H} p_f(x', y') e^{-ik(x' \cos \alpha + y' \sin \alpha)} dx' dy' \dots (4)$$

Kochin 関数を用いて、運動量理論から、次式によって定常波漂流力を求めることができる。

無限水深；

$$F_{Dx} = \frac{\rho g a^2}{8\pi} K^3 \int_0^{2\pi} |A(K, \theta)|^2 (\cos \alpha - \cos \theta) d\theta \dots (5)$$

有限水深；

$$\left. \begin{aligned} F_{Dx} &= \frac{\rho g a^2 K}{4\pi} k \cdot C_1 \int_0^{2\pi} |A(k, \theta)|^2 (\cos \alpha - \cos \theta) d\theta \\ \left( C_1 &= \frac{k \cdot \cosh^2 kh}{2kh + \sinh 2kh} \right) \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

ただし、 $A(k, \theta)$  は運動モードの基準座標  $q_r$  を用いて、

$$A(k, \theta) = H_d(k, \theta) + \sum_{r=1}^{\infty} q_r H_r(k, \theta) \dots (7)$$

で与えられる。(7)式右辺第2項によって、弾性変形の影響が波漂流力に考慮される。本論では  $r=22$  まで考慮した。

### (3) 極浅海域での弾性応答の簡易推定法

圧力分布法のような離散化手法による流体力の推定法は、超大型浮体を対象とした場合には、決して容易な計算とはいえない。そこで、2次元問題に於ける弾性応答問題の簡易推定法について述べる。本手法は別所(1977)が示した方法を弾性浮体に拡張したものであり、解が解析的に与えられる。

理論を展開する上での主な仮定は、先の圧力分布法の場合と同様であり、座標系も図-1を2次元に次元を下げただけである。ただし、Pitchの回転方向は逆であるので注意する。また、水域は極浅海域とし、長波理論が適応可能であるとする。理論展開の過程で、全ての長さに対するパラメータを浮体の半分の長さで規格化する。

#### a) 基礎理論

今、圧力分布法同様に浮体の運動による速度ポテンシャル  $\phi$  は近似的に、

$$\phi_z = \eta'_t \dots (8)$$

である。長波理論を適用すると速度ポテンシャルは  $z$  方向に一定となるのでオイラーの連続の式から、

$$\eta'_t = -h\phi_{xx} \dots (9)$$

水面の静水圧は0であり、ベルヌーイの式から近似的に、

$$\frac{1}{gh} \phi_u = \phi_{xx} \dots (10)$$

が導ける。浮体の外側では(10)式を満足し、浮体下部では  $\eta'$  が与えられるので、(9)式を満たす。ここで、時間項の分離を次のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} \phi(x, t) &= \text{Re}[-i\omega a \phi(x) e^{-i\omega t}] \\ \eta'(x, t) &= \text{Re}[a \eta(x) e^{-i\omega t}] \\ P(x, t) &= \text{Re}[a p(x) e^{-i\omega t}] \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

よって、(9)、(10)式は、

$$\text{浮体下: } \eta = -h\phi_{xx} \dots (12)$$

$$\text{浮体外: } \phi_{xx} + k^2 \phi = 0 \dots (13)$$

となる。ここで、 $k = \sqrt{\omega/gH}$  なる浅海波数である。(11)、(12)式を浮体両端で連続になるように速度ポテンシャルを決定すればよい。

#### b) ラディエーション問題

まず、剛体モードの境界条件を以下のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} r=1, \eta &= \sqrt{\frac{1}{2}} \\ r=2, \eta_2 &= \sqrt{\frac{3}{2}} x \end{aligned} \right\} (-1 \leq x \leq 1) \dots (14)$$

次に、弾性モード ( $r \geq 3$ ) について考える。梁の支配方程式は、次の微分方程式、

$$\frac{d^4 \eta_r}{dx^4} - \beta_r^4 \eta_r = 0 \quad (r \geq 3) \dots (15)$$

となるから、剛体モードと同様に(10)式から、

$$h \frac{d^2}{dx^2} \phi_r = -\eta_r = -\frac{1}{\beta_r^4} \frac{d^4}{dx^4} \eta_r \dots (16)$$

が、浮体下で満足されればよい。ただし、ここで扱うモード型  $\eta_r (r \geq 1)$  は正規直交関係を満たしているとする。そして、両端自由梁の端部での境界条件、

$$\frac{d^2 \eta_r}{dx^2} = \frac{d^3 \eta_r}{dx^3} = 0, \text{ at } x = \pm 1 \dots (17)$$

を考慮して、(12)、(16)式が  $x \pm 1$  上で(13)式と連続となるようにを解けば、それぞれ以下のように発散波ポテンシャル  $\phi_r$  が与えられる。

$$\phi_1 = -\frac{1}{\sqrt{2} \cdot h} \left( \frac{1}{2} x^2 + \frac{i}{k} - \frac{1}{2} \right), \text{ Heave} \dots (18)$$

$$\phi_2 = -\frac{1}{6h} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \left( x^3 - \frac{3+ik}{1+ik} x \right), \text{ Pitch} \dots (19)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_r &= -\frac{\kappa_r}{h} \cdot \frac{d^2 \eta_r}{dx^2}, \quad (r \geq 3) \\ (\kappa_r &= \beta_r^{-4}) \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

ただし、浮体外において弾性モードの場合は、

$$\phi_r = 0, \quad (r \geq 3) \text{ outside } S_H \dots (21)$$

となる。この結果より、弾性モードの場合は浮体の外側に発散波は生じないために Haskind・Newman の定理から、波強制力が無くなることが導かれる。

発散波ポテンシャルが与えられれば発散波による圧力がわかり、これを浮体底面で積分すれば流体力を計算できる。速度ポテンシャルの振幅を  $a$  とすれば、 $r$  次モードと  $s$  次モードとの連成を考慮して、ラディエーション流体力  $F_{rs}$  は以下のように表される。

$$\begin{aligned}
 F_{rs} &= \rho \int_{-1}^1 \eta_r \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} dx \\
 &= \rho \omega^2 a_s \int_{S_H} \phi_s \cdot \eta_r dx \\
 &= \rho \omega^2 a_s \cdot f_{rs} \dots\dots\dots (22)
 \end{aligned}$$

したがって、剛体モードでの流体力は、

$$f_{11} = \frac{1}{h} \left( \frac{1}{3} - \frac{i}{k} \right), \text{ Heave, } \dots\dots\dots (23)$$

$$f_{22} = \frac{1}{3h} \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{k+1} \right), \text{ Pitch } \dots\dots\dots (24)$$

となり、弾性モードでは、(12) 式を用いて、

$$\begin{aligned}
 f_{rs} &= \int_{S_H} \phi_s \cdot \eta_r dx \\
 &= -\frac{K}{h} \kappa_r \int_{S_H} \phi_s \cdot \frac{d^2 \eta_r}{dx^2} dx, \quad (r, s \geq 3) \dots\dots (25)
 \end{aligned}$$

のように表現できる。

### c) ディフラクション問題

入射波振幅  $a_I$  は、

$$a_I = e^{ikx} \dots\dots\dots (26)$$

与えられ、(12) 式を満たす。よって、ディフラクションポテンシャルについて以下のように仮定できる。

$$a_D = -h \frac{\partial^2}{\partial x^2} \cdot \frac{1}{hk^2} \phi_D \dots\dots\dots (27)$$

ディフラクション問題を解くための境界条件は、

$$\eta = a_I + a_D = 0 \dots\dots\dots (28)$$

であるから、ディフラクションポテンシャル  $\phi_D$  は、

$$\phi_D = -e^{ikx} + \frac{ik}{1+ik} e^{ik \cdot x} + e^{ik} \dots\dots\dots (29)$$

となる。

波強制力は (21) 式を考慮すれば、剛体モードだけに現れ、速度ポテンシャルを用いて以下ようになる。

$$E_r = \rho \omega^2 e_r \cdot e^{-i\omega t} \dots\dots\dots (30)$$

ここで、

$$e_r = \int_{-1}^1 \eta_r (\phi_I + \phi_D) dx \dots\dots\dots (31)$$

であり、Heave, Pitch モードに対して次のようになる。

$$e_1 = -\sqrt{2} \cdot e^{ik}, \text{ Heave } \dots\dots\dots (32)$$

$$e_2 = -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{ik}{1+ik} \cdot e^{ik}, \text{ Pitch } \dots\dots\dots (33)$$

### d) 運動方程式

運動方程式は、次のように表現できる。

$$\begin{aligned}
 \frac{w}{g} \frac{d^2}{dx^2} \eta(x, t) + EI \frac{d^4}{dx^4} \eta(x, t) \\
 = P(x, t) + P_D(x, t) \dots\dots\dots (34)
 \end{aligned}$$

ただし、 $w$  は単位幅重量、 $E$  は浮体のヤング率、 $I$  は単位幅当たりの断面 2 次モーメントである。

速度ポテンシャルは  $r$  次モードの基準座標  $q_r$  を用い

て、

$$\phi(x) = \sum_{r=1}^{\infty} q_r \phi_r(x) \dots\dots\dots (35)$$

と表現できる。よって、両辺に  $s$  次モードのモード型を乗じて直交関係を考慮して浮体全体に積分し整理すれば、 $s$  次モードの運動方程式は以下になる。

$$(-T\omega^2 + g)q_s - \omega^2 \sum_{r=1}^{\infty} [q_r f_{sr}] + \frac{EI}{\rho} \frac{q_s}{k_s} = g e_s \dots (36)$$

ここで、 $T$  は吃水である。また、 $\omega_s$  はドライモードの固有周波数であり、剛体モードでは  $\omega_s = 0$  である。(36) 式を整理すれば最終的に運動方程式は以下のように示される。

$$\begin{aligned}
 \{g - (\omega^2 - \omega_s^2)T\} q_s - \omega^2 \sum_{r=1}^{\infty} q_r f_{sr} \\
 = \begin{cases} g e_s & \text{for } n=1, 2 \\ 0 & \text{for } n \geq 3 \end{cases} \dots\dots\dots (37)
 \end{aligned}$$

(37) 式を解いて  $q_s$  が与えられれば、浮体の鉛直変位は、

$$\eta(x) = \sum_{s=1}^{\infty} q_s \eta_r(x) \dots\dots\dots (38)$$

によって計算される。

## 3. 結果及び考察

### (1) 実験値との比較

2 次元水路において、比較的水深の浅い条件で波浪中弾性応答実験を行ったので、その結果と圧力分布法による計算結果の比較を図-2, 3 に示す。尚、水深は 0.9 m, 浮体長さは 3.0 m, 浮体幅は 1.75 m, 浮体高さは 0.04 m である。模型素材は発泡ウレタンで、曲げ剛性は  $1.75 \times 105 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$  である。図-2 が波上側、図-3 が波下側端部

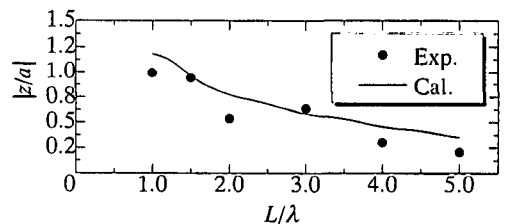


図-2 波上側端部での鉛直変位の振幅

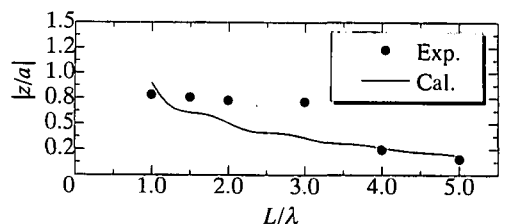


図-3 波下側端部での鉛直変位の振幅

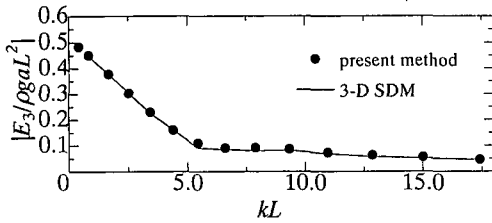


図-4 浅吃水浮体に働く Heave の波強制力

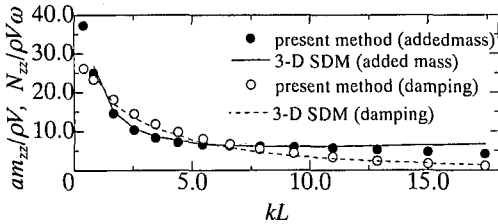


図-5 浅吃水浮体に働く付加質量及び造波減衰係数

の鉛直変位の絶対値である。ただし、横軸の  $L$  は浮体長さ、 $\lambda$  は水深に対応する波長である。多少、両者の結果にずれが見られるが、この原因として、計算が3次元であることよりも、実験時の計測精度に問題があると考えられる。しかしながら、傾向はほぼ一致している。

本計算コードの検証と、浅吃水理論の適用の妥当性を示すために、3次元特異点分布法による計算値との比較を行った。計算モデルは、長さ  $L=1\text{ m}$ 、幅  $B=0.5\text{ m}$ 、そして、吃水  $T=0.03\text{ m}$  とし水深  $h=0.15\text{ m}$  とした。その結果を無次元波数 ( $k$ : 浅海波数) に対して、図-4 に Heave の波強制力を、図-5 に Heave の付加質量係数及び造波減衰係数をそれぞれ比較して示す。波強制力と造波減衰係数に関しては両者は非常によく一致している。ところが、付加質量係数は高周波数域で多少ずれが生ずる。これは、計算精度の悪化が原因であり、計算要素が増えれば一致する。著者らは本計算コードについて、無限水深に対しては既にその妥当性を確認しており、有限水深に対しても妥当性が確認できたといえる。

## (2) 簡易推定法の妥当性の確認

本論で導いた簡易推定法による弾性応答振幅の計算値

と、圧力分布法による計算値を比較して図-6 に示す。ただし、計算モデルは  $B/L=0.5$ 、 $h/L=4.4\times 10^{-3}$ 、曲げ剛性  $EI/B=8.0\times 10^{10}\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{m}$  とし、 $L/\lambda=2.0$  である。両計算値は非常によく一致しており、簡易推定法の理論展開の妥当性が示された。

## (3) 浅海域での弾性応答特性の検討

実機スケールにおいて、長さ  $2000\text{ m}$ 、幅  $500\text{ m}$ 、吃水  $10\text{ m}$ 、曲げ剛性  $1.93\times 10^{17}\text{ kg}\cdot\text{cm}^2$  の浮体を想定して、無限水深、水深  $h=50\text{ m}$ 、 $30\text{ m}$ 、 $15\text{ m}$  と変化させて各々の水深に対応する波長  $\lambda$  を用いて、 $L/\lambda$  を一定とした場合の弾性変形の違いについて考察を試みた。図-7～図-12 にそれぞれ、各  $x$  座標での鉛直変位の実部、虚部及び絶対値を  $L/\lambda=5.0$ 、 $8.0$  の順で示す。

全体的に、水深が浅くなるほどその変化の影響はなくなり、弾性応答性状が  $L/\lambda$  によって決まる傾向にある。弾性応答性状に必ずしも大きな差はなく、振幅の結果を見ても無限水深と水深  $15\text{ m}$  の場合とでほとんど違いがない。このことは、 $L/\lambda$  が大きくなるほどいえることである(実際の入射波は  $L/\lambda$  が非常に大きい)。流体力の計算精度は、水深が浅くなるほど厳しくなることを考えれば、

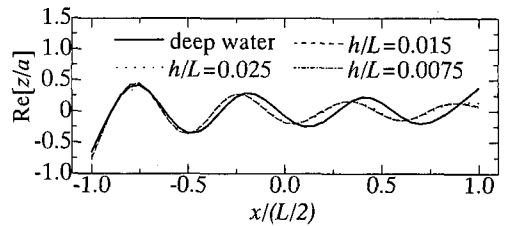
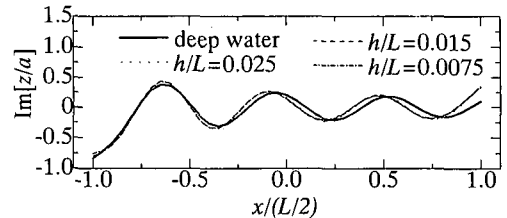
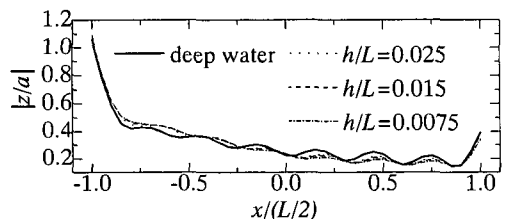
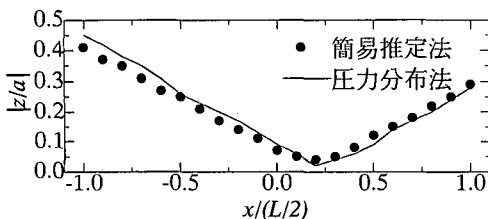
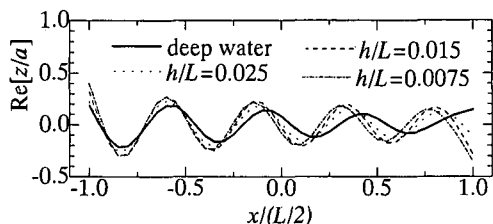
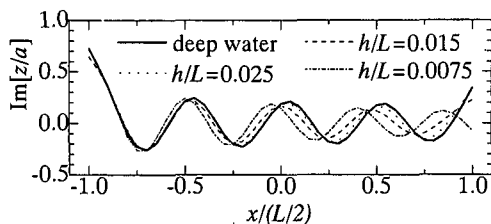
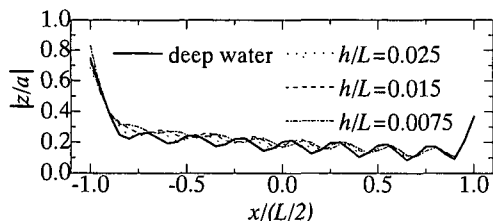
図-7 実数部を用いた弾性変形状態 ( $L/\lambda=5.0$ )図-8 虚数部を用いた弾性変形状態 ( $L/\lambda=5.0$ )図-9 各点の鉛直変位の絶対値 ( $L/\lambda=5.0$ )

図-6 各点の鉛直変位の振幅

図-10 実数部を用いた弾性変形状態 ( $L/\lambda=8.0$ )図-11 虚数部を用いた弾性変形状態 ( $L/\lambda=8.0$ )図-12 各点の鉛直変位の絶対値 ( $L/\lambda=8.0$ )

少なくとも弾性変形に対しては、 $L/\lambda$ を合わせれば水深を厳密に考慮しなくとも十分に応答性状を把握できるようである。

#### (4) 定常漂流力

先の実機スケールの計算モデルを用いて、定常波漂流力を計算した。図-13に弾性応答を考慮しない場合の、図-14に弾性応答を考慮した場合の結果を、それぞれ、水深変化を比較して示す。運動を考慮しない場合は、水深が浅くなると明らかに波漂流力が増大する傾向にある。この原因は、波は水深が浅い場合に浮体下を通過しにくくなる為で、当然の結果であると思われる。しかし、弾性変形を考慮すると傾向は異なるものの、水深による差が小さくなっている。これは、弾性変形によって波の透過側に生ずる発散波が水深に関係なく同等の大きさであるためであると考えられる。しかしながら、弾性変形は浮体剛性によって大きく異なるため漂流力特性も大きく変化する。(影本, 1994)によって、全てのケースにおいて以上の考察が該当するかは疑問が残る。今後、さらに検討が必要であると考えられる。

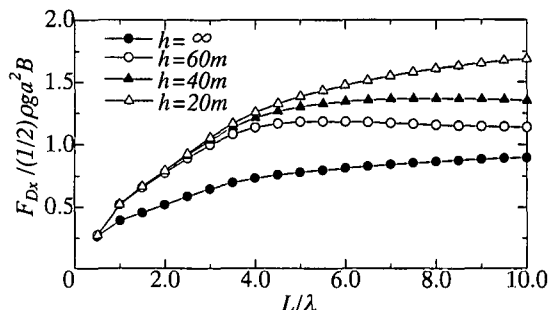


図-13 弾性変形を考慮しない場合の定常波漂流力

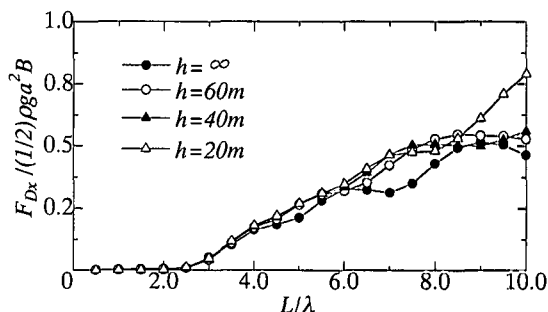


図-14 弾性変形を考慮した場合の定常波漂流力

## 4. 結 言

以上の結果を基に、本論では次の結論が得られた。

- 1) 長波理論を用いた弾性応答の簡易推定法を示し、実用に供し得ることが確認された。
- 2) 浮体長さや波長の比率が弾性応答性状を決定する重要なパラメータであることが明らかとなった。
- 3) 弾性変形を考慮しない場合、定常波漂流力は水深による差が顕著に現れる。しかし、変形を考慮した場合は  $L/\lambda=9.0$  程度までの長周期波に対しては、水深の影響は極めて小さい。

謝辞：日本大学総合科学研究所・別所正利教授には多くの御助言を頂きました。ここに、感謝の意を表します。

## 参 考 文 献

- 影本 浩 (1994): 海洋空間利用のための大規模浮体に対する波の影響について, 第12回海洋工学シンポジウム, pp. 107-112.
- 別所正利 (1977): 浅い水面に浮かんで動揺する平板に働く流体力について, 防衛大学校理工学研究報告, 第15巻第3号.
- 前田久明, 増田光一, 宮島省吾, 居駒知樹 (1995): ポンツーン型超大型浮体式海洋構造物の波浪中弾性応答に関する研究, 日本造船学会論文集, 第178号, pp. 203-212.
- 矢後清和 (1995): 可撓性箱型浮体の強制動揺実験と変動圧力分布, 第13回海洋工学シンポジウム, pp. 313-320.
- 山下誠也 (1979): 浅喫水箱形浮体の波浪中動揺と変動圧力-圧力分布を用いる計算と実験との比較一, 日本造船学会論文集, 第146号, pp. 165-172.