

拡張緩勾配方程式を用いた港湾内の複数浮体の動揺解析

土 田 充*・大 山 巧**

1. はじめに

一般に、静穏度解析の最終的な目的は港内船舶の荷役稼働率や船舶避泊地としての安全性などを評価・予測することであり、この意味から港内船舶の波による動揺を精度良く予測することが非常に重要になる。この問題に対し、著者ら（大山・土田、1996）は「拡張緩勾配方程式」に基づく動揺解析モデルを先に開発した。このモデルは、船体近傍に存在する散乱波成分を考慮した形の緩勾配方程式に基づいているため、船体近傍領域を3次元的に取り扱う「部分3次元モデル」（榎木ら、1988, 1990; 大山ら、1992; Takagi et al., 1993）とは異なり、港内全領域を平面2次元的に扱うことが可能である。その結果、部分3次元モデルに比べて計算効率を大幅に向上することができた。

先に開発したモデルは、原理的には港内の複数の浮体を扱うことが可能である。しかし、浮体の数とともに係数バンドマトリックスのバンド幅が増大することから、多数の浮体の動揺を計算する場合には、計算機容量の点で実用上の問題が残されていた。また、複数の浮体を対象とした動揺解析モデルの開発はこれまでにも試みられているが（久保ら、1991；永田ら、1992；森田ら、1994），実際にこれらのモデルで計算可能な浮体の数はわずかであり、港内の多数の浮体を扱い得る実用的なモデルは現在のところ開発されていない。

そこで本研究では、先のモデル（大山・土田、1996）に数値計算上の改良を加え、計算に必要な計算機容量の大幅な削減を図ることにより、港内の多数浮体の相互作用が考慮できる実用性の高い動揺解析モデルを開発した。本論文では、計算機容量の負担を軽減するための数値解析上の改良点について述べ、部分3次元モデルとの比較により本モデルの妥当性を検証した後、港内の複数浮体を対象とした計算例から浮体動揺量や港内波高分布に及ぼす浮体数の影響を検討する。

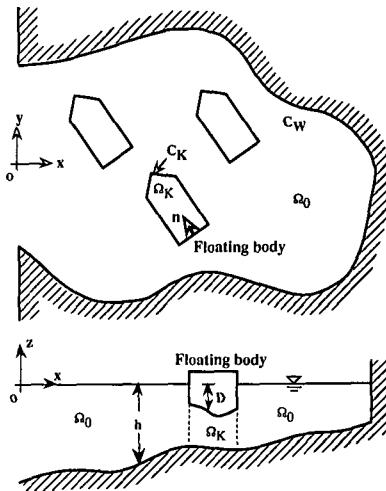


図-1 解析領域と記号の定義

2. 複数浮体の動揺解析法と妥当性の検証

(1) 拡張緩勾配方程式に基づく動揺解析モデル

図-1に示すように、浮体が N 個存在する港湾を対象として、解析領域を港内 Ω_0 、浮体底面下 $\Omega_K (K=1 \sim N)$ に分割する。単浮体の場合の拡張緩勾配方程式の誘導過程については大山・土田（1996）に詳述してあるので、ここでは主に浮体を複数とすることによる表現の相違について述べる。

まず、各領域 $\Omega_I (I=0, 1 \sim N)$ の速度ポテンシャル $\tilde{\phi}^{(I)}$ を入射・回折波ポテンシャル $\phi_d^{(I)}$ と浮体動揺に伴う発生波ポテンシャル $\phi_r^{(I,J,K)} (J=1 \sim 6, K=1 \sim N)$ の和として以下のように表す。

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}^{(I)}(x, y, z, t) &= \phi_d^{(I)}(x, y, z) e^{-i\sigma t} + \sum_{K=1}^N \sum_{j=1}^6 (-i\sigma) \\ &\quad \cdot \delta_{J,K} \phi_r^{(I,J,K)}(x, y, z) e^{-i\sigma t} \end{aligned} \quad (1)$$

ただし、 $J=1 \sim 6$ は各浮体の surge, sway, heave, roll, pitch, yaw 方向の運動に対応し、 $\delta_{J,K}$ は K 番目浮体の J 方向運動の複素振幅、 σ は角周波数である。

港内領域 Ω_0 の緩勾配方程式については、海底面が緩や

* 正会員 工修 清水建設(株)技術研究所環境技術研究部

** 正会員 工博 清水建設(株)技術研究所環境技術研究部

かに変化するという仮定のもとに、自由表面条件と海底面条件を満足する解として、以下のように与える。

$$\Psi^{(0)}(x, y, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \psi_m^{(0)}(x, y) F_m(z; h) \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$F_m = \begin{cases} \frac{\cosh k_0(h+z)}{\cosh k_0 h} & (m=0) \\ \frac{\cos k_m(h+z)}{\cos k_m h} & (m \neq 0) \end{cases} \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 $\Psi^{(0)}$ は $\phi_d^{(0)}$ と $\phi_r^{(0, J, K)}$ を一般的に表したものであり、 h は水深、 k_0 と $k_m (m \neq 0)$ は分散関係式を満足する波数と固有値である。式 (2) の $\psi_m^{(0)}$ に関する Ω_0 での緩勾配方程式は、以下のように表される。

$$\nabla \cdot (a_m \nabla \psi_m^{(0)}) + 2 \sum_{n=0, n \neq m}^{\infty} b_{nm} \nabla h \cdot \nabla \psi_n^{(0)} + \varepsilon_m a_m k_m^2 \psi_m^{(0)} = 0 \quad (m=0, 1, \dots; \text{in } \Omega_0) \quad \dots \dots \dots (4)$$

ただし、 $\varepsilon_m = 1$ (for $m=0$)、 -1 (for $m \neq 0$) であり、 a_m 、 b_{nm} は $k_0 h$ 、 $k_m h$ で表される係数である。

次に、浮体底面下の領域 $\Omega_I (I=1 \sim N)$ での緩勾配方程式について述べる。 Ω_I での入射・回折波ポテンシャル $\phi_d^{(I)}$ および $K \neq I$ の発生波ポテンシャル $\phi_r^{(I, J, K)}$ は一般解のみによって表されるのに対して、 $K=I$ の発生波ポテンシャル $\phi_r^{(I, J, I)}$ は一般解 $\Psi_r^{(I, J, I)}$ と特解 $A^{(I, J)}$ の和として表わされる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \phi_d^{(I)} &= \Psi_d^{(I)} \\ \phi_r^{(I, J, K)} &= \Psi_r^{(I, J, K)} \quad (K \neq I) \\ \phi_r^{(I, J, I)} &= \Psi_r^{(I, J, I)} + A^{(I, J)} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここで、特解 $A^{(I, J)}$ は先に具体的に示してある (大山・土田, 1996)。一般解 $\Psi_d^{(I)}$ 、 $\Psi_r^{(I, J, K)}$ を一般的に $\Psi^{(I)}$ と表し、これを以下のように与える。

$$\Psi^{(I)}(x, y, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \psi_k^{(I)}(x, y) G_k(z; h, D) \quad (I=1 \sim N) \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$G_k(z; h, D) = \cos \frac{k\pi}{h-D} (D+z) \quad \dots \dots \dots (7)$$

ただし、 D は浮体の喫水である。 $\psi_k^{(I)}$ に関する Ω_I での緩勾配方程式は以下のように表される。

$$\nabla \cdot (a_l \nabla \psi_k^{(I)}) + 2 \sum_{k=0, k \neq l}^{\infty} (\beta_{kl} \nabla h + \gamma_{kl} \nabla D) \cdot \nabla \psi_k^{(I)} - \alpha_l \nu_l \psi_k^{(I)} = 0 \quad (l=0, 1, \dots; \text{in } \Omega_I; I=1 \sim N) \quad \dots \dots \dots (8)$$

ただし、 α_l 、 β_{kl} 、 γ_{kl} は h と D から決まる係数である。

接続面 $C_K (K=1 \sim N)$ における浮体側面での不透過条件および浮体下部における圧力と速度の連続条件については、ガラーキン法に基づく鉛直積分型の境界条件を与える。これらは以下に示すとおりである。

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_{ln} \psi_n^{(0)} - \alpha_l \psi_l^{(K)} = R_l^{(J, K)} \quad (l=0, 1, \dots; \text{on } C_K) \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$a_m \frac{\partial \psi_m^{(0)}}{\partial n} + \sum_{n=0}^{\infty} b_{nm} \frac{\partial h}{\partial n} \psi_n^{(0)} - \sum_{k=0}^{\infty} \left[C_{km} \frac{\partial \psi_k^{(K)}}{\partial n} + \left(d_{km} \frac{\partial h}{\partial n} + e_{km} \frac{\partial D}{\partial n} \right) \psi_k^{(K)} \right] = P_m^{(J, K)} + Q_m^{(J, K)} \quad (m=0, 1, \dots; \text{on } C_K) \quad \dots \dots \dots (10)$$

ただし、 n は C_K 上の法線を表し、 $P_m^{(J, K)}$ 、 $Q_m^{(J, K)}$ 、 $R_l^{(J, K)}$ は式 (3)、(7) に示される F_m 、 G_k を含む定積分であり解析的に求められる。

一方、浮体の運動方程式は以下のように表される。

$$m_K \ddot{x}_K + (U_K + k_K) x_K = E_K^{(d)} + \sum_{L=1}^N E_{KL}^{(f)} \quad \dots \dots \dots (11)$$

$$E_{KL}^{(r)} = -\{M_{KL} \ddot{x}_L + N_{KL} \dot{x}_L\} \quad (K=1 \sim N) \quad \dots \dots \dots (12)$$

ただし、 m_K は K 番目浮体の質量マトリックス、 x_K 、 \dot{x}_K 、 \ddot{x}_K は浮体の変位、速度、加速度ベクトル、 k_K は係留系のバネ定数マトリックス、 U_K は浮力による復元力マトリックス、 $E_K^{(d)}$ は K 番目浮体に作用する波強制力、 $E_{KL}^{(f)}$ は、 L 番目浮体の動揺に伴って K 番目浮体に作用する流体力である。また、 M_{KL} 、 N_{KL} は、 $E_{KL}^{(r)}$ を加速度および速度に比例する成分に分解したときの流体力係数マトリックスであり、 $L=K$ の場合には K 番目浮体の付加質量・造波減衰係数に相当する。波強制力ベクトル $E_K^{(d)}$ および流体力係数マトリックス M_{KL} 、 N_{KL} は、 C_K 上の $\psi_m^{(0)}$ および Ω_K での $\psi_k^{(K)}$ を用いて算定できる (大山・土田, 1996)。

(2) 数値解析上の改良点

著者ら (大山・土田, 1996) が先に導いた拡張緩勾配方程式モデルでは、浮体近傍を含めた港内全領域を平面 2 次元場として取り扱うことができる。このため、従来の部分 3 次元モデルに比べて計算効率を大幅に向上することができた。ここでは、港内の多数浮体を扱うことを見頭に置き、先のモデルにさらなる改良を加えて計算に必要な計算機容量の削減を図る。

先のモデルにおいて多数の浮体を対象とする場合、係数バンドマトリックス内には多くの 0 要素が存在することになる。そこで本研究では、これら 0 要素に割り当てられていた容量を可能な限り削減することを試みた。具体的には、2 次元配列を使わないで、マトリックスを構成するすべての非 0 要素のみを 1 次元配列に格納し、双共役勾配法 (Press ら, 1992) により連立方程式を解いた。この方法は、ガウス法のように fill-in がなく、作業領域のための配列も不要になる。その結果、連立方程式を解くために必要な計算機容量は大幅に削減され、多数の浮体をも現実的に扱うことが可能になった。

(3) 部分 3 次元モデルとの比較による妥当性の検証

本モデルの妥当性を検証するために、部分 3 次元モデル (大山ら, 1992) との比較を行った。ただし、部分 3 次元モデルで数多くの浮体を扱うことは計算効率・計算機容量の点で現実的に困難であるため、ここでは矩形港

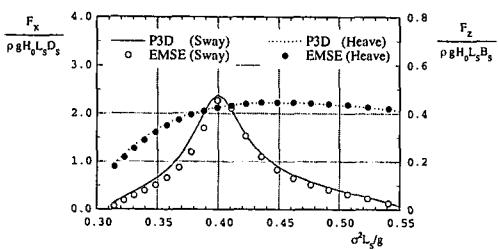


図-2 波力に関する部分 3 次元モデルとの比較

湾内に2個の矩形浮体が存在する場合を対象として計算を行った。

図-2は、波強制力の計算結果を本モデル(EMSE)と部分3次元モデル(P3D)で比較したものである。なお、本モデルの計算では、P3Dで3次元モデルを適用した浮体近傍領域において2個の散乱波モードを考慮した。図に示されるように、両モデルの計算結果は良好な一致を示すことから、本モデルの妥当性が確認できる。

3. 計 算 例

浮体の動揺特性や港内静穏度に及ぼす浮体数の影響を調べるために、図-3に示す港湾内にバネ係留された矩形浮体の動揺解析を行った。ケース1は浮体が存在しない場合、ケース2,3はそれぞれ浮体数が1,9の場合である。全ての浮体の緒元は同一とし、係留系の配置・特性は青木(1989)の検討例と同じものを設定した。図-4に浮体と係留バネの具体的な諸元を示す。浮体の設置位置については、ケース2では港内の最奥部(S1), ケース3では図-3のS1~S9とした。なお、図中において点線で示した陸境界は反射率 $K_R=0.8$ 、実線で示した陸境界は反射率 $K_R=1.0$ と設定した。

(1) 動搖特性に及ぼす浮体数の影響

図-5に、ケース2, 3における浮体S1の動搖振幅の

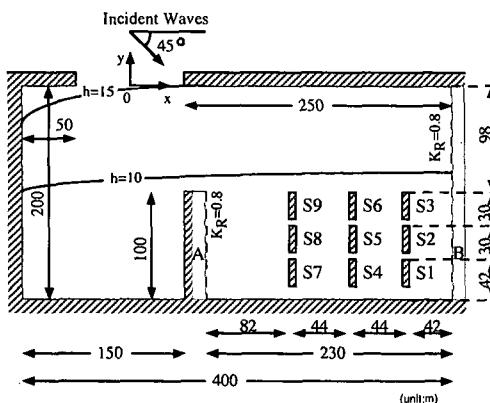


図-3 港湾の平面図

Diagram showing a beam system. The beam is 24m long and 6m high, supported by springs at the ends. A coordinate system (X, Y) is centered at Gs. The base has a height of 1.12m and a width of 7.35m.

図-4 係留系の諸元

周波数応答を示す。図中、縦軸の δ_j ($J=1 \sim 6$) は無次元動搖振幅であり、 $\delta_1 \equiv |2\delta_{1,1}/H_0|$ ($J=1 \sim 3$)、 $\delta_4 \equiv |B_S \delta_{4,1}/H_0|$ 、 $\delta_J \equiv |L_S \delta_{J,1}/H_0|$ ($J=5, 6$) と定義している。ただし、 H_0 は入射波高、 L_S は浮体長、 B_S は浮体幅を表す。図-5 に示されるように、 $\sigma^2 h_0/g$ が 0.25 よりも長周期側では両ケースの結果には差異がほとんどないが、短周期側では各方向の動搖振幅がかなり異なっており、S1 以外の浮体による回折波および動搖に伴う発生波が浮体 S1 の動搖特性に大きな影響を与えていていることがわかる。このように、港内に多数の浮体が存在する場合には、各浮体による回折波や発生波が複雑に干渉することから、浮体の動搖量を精度よく予測するためには、浮体間の相互作用を考慮して解析を行う必要がある。

(2) 港内波高分布に及ぼす浮体数の影響

図-6(a), (b)に, $\sigma^2 h_0/g = 0.32$ の場合について, 浮体が存在しないケース1と浮体数1のケース2に対する波高比分布の結果を示す。両者を比較すると, 極大波高の絶対値には若干の相違がみられるが, 波高分布のパターンはほとんど同じであることがわかる。すなわち, 本検討ケースでは, 浮体S1のみの回折・造波の影響は小さい。

次に、浮体数が9（ケース3）の結果を図-7(a), (b)に示す。各図は、入射・回折波のみ考慮した場合（浮体は固定）および動搖による発生波も含めた場合の波高分布である。まず、図-7(a)の結果では、壁面A, B間の多重反射が顕著に現れるなど、ケース1, 2の波高分布図（図-6(a), (b)）とはパターンが大きく変化していることがわかる。さらに、9浮体の動搖の影響を全て考慮した場合（図-7(b)）は、回折効果のみ考慮した場合（図-7(a)）とはかなり異なった結果が得られている。すなわち、発生波の影響がほとんどなかった単浮体の場合とは異なり、全ての浮体の動搖を考慮した場合の発生波は入射・回折波と同程度の振幅を持ち、結果として港

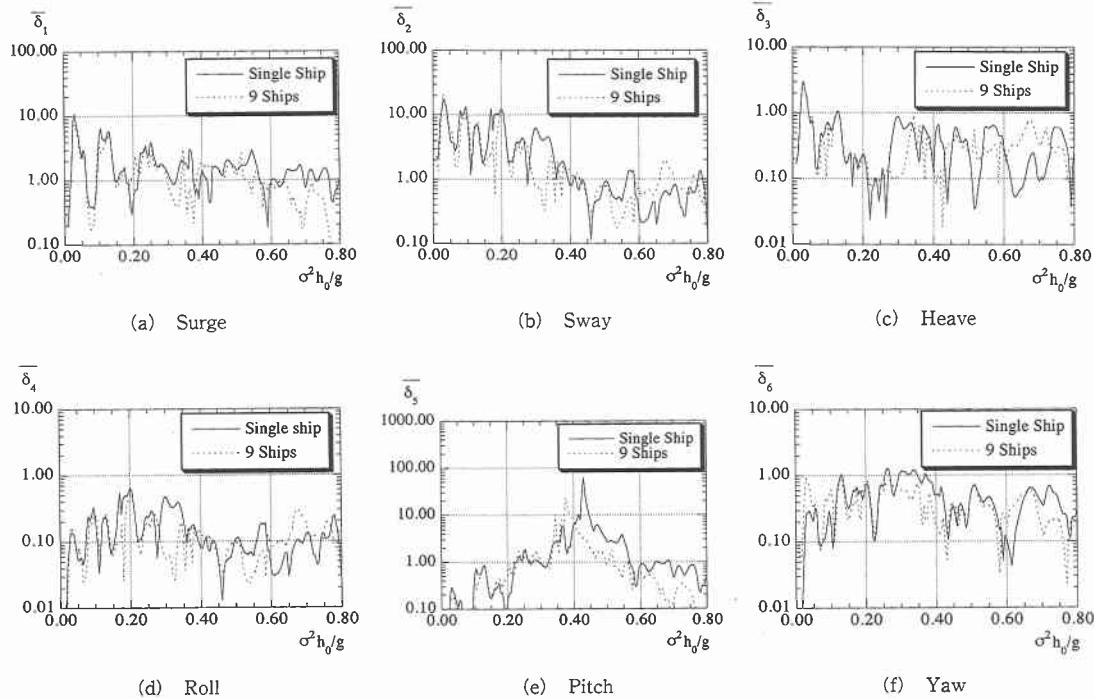
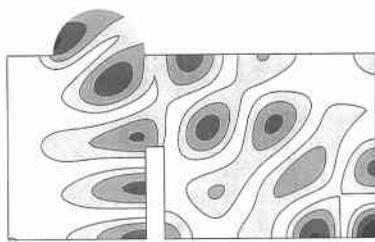
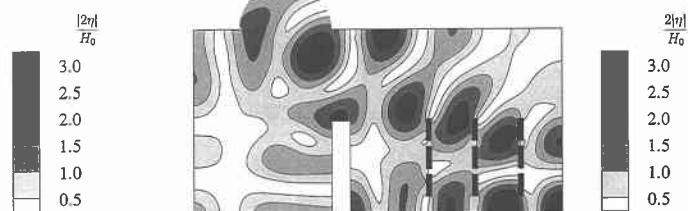


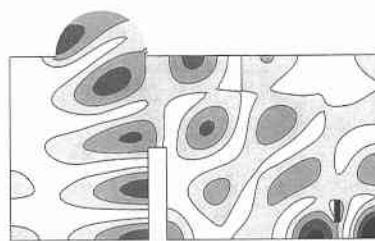
図-5 動搖振幅に及ぼす浮体数の影響



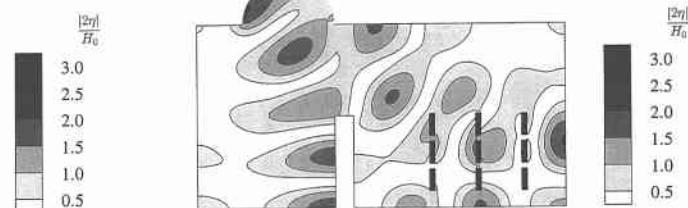
(a) 浮体なし (ケース 1)



(a) 浮体が固定の場合



(b) 单浮体 (ケース 2)



(b) 浮体の動搖を考慮した場合

図-6 浮体数 0 および 1 の場合の港内波高比分布

内全体の波高分布がかなり変化する。図-8(a), (b)には、参考のため、9浮体の動搖振幅を示した。この図からわかるように、各浮体の動搖パターンにはかなりの差異がある。例えば、浮体S1と浮体S2は隣接しているに

も関わらず、S2のSway方向の動搖振幅はS1に比べてかなり大きくなっている。

以上のように、港内に多数の浮体が存在する場合には、各浮体が比較的小さくとも全浮体の動搖に伴う発生波が

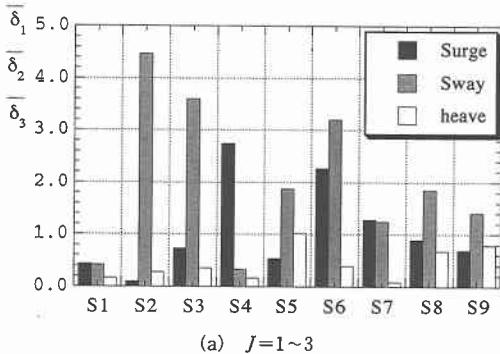
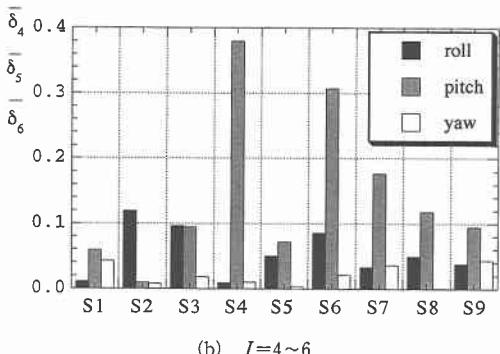
(a) $J=1 \sim 3$ (b) $J=4 \sim 6$

図-8 各浮体の動揺パターン

有意な大きさを持ち、港内の波高分布は浮体が存在しない場合に比べてかなり変化する可能性がある。

4. おわりに

港湾内の複数浮体を対象とした動揺解析法として、拡張緩勾配方程式に基づく実用性の高いモデルを開発した。本モデルでは数値解析上の改良がなされているため、従来モデルより必要な計算機容量がさらに削減されてい

る。そのため既存のモデルでは取り扱うことのできなかつた多数の浮体を対象とした動揺解析が可能となった。本論文では部分3次元モデルと比較することにより本手法の妥当性を確認し、計算例として矩形港湾内の複数浮体の動揺解析を行い、浮体間の相互作用の重要性を示した。

参考文献

- 青木伸一 (1989): 港内係留船の波浪動揺の予測とその低減化に関する研究、大阪大学博士論文、pp. 184-185.
- 大山 巧・土田 充・清川哲志 (1992): 部分3次元モデルによる任意海底地形・任意形状港湾内の船体動揺解析、海岸工学論文集、第39巻、pp. 821-825.
- 大山 巧・土田 充 (1995): 散乱波成分を考慮した緩勾配方程式と港内船舶の波力解析への応用、海岸工学論文集、第42巻、pp. 991-995.
- 大山 巧・土田 充 (1996): 拡張緩勾配方程式による港内船舶の動揺、土木学会論文集(印刷中)。
- 久保雅義・斎藤勝彦・大音宗昭・芳田利春 (1991): 近接して係留された2浮体の波浪動揺に関する研究、海岸工学論文集、第38巻、pp. 766-770.
- 榎木 亨・青木伸一・濱本 敏 (1988): 港湾形状を考慮した港内船舶の回折・造波問題の解析、第35回海岸工学講演会論文集、pp. 692-696.
- 榎木 亨・青木伸一・馬場英通 (1990): 港内係留船の波浪動揺特性とその予測、海岸工学論文集、第37巻、pp. 709-713.
- 永田修一・藤田 孝・三宅成司郎・巻幡敏秋・小田一紀 (1992): 有限長の防波堤と複数係留浮体の波による干渉、海岸工学論文集、第39巻、pp. 811-815.
- 森田修二・榎木 亨・出口一郎・青木伸一 (1994): 隣接船の相対動揺から見た係留船の安全評価、海岸工学論文集、第41巻、pp. 926-930.
- Press, W. H., A. Teukolsky, W. T. Vetterling and B. P. Flannery (1992): Numerical Recipes, Cambridge Univ. Press, pp. 77-82.
- Takagi, K., S. Naito and K. Hirota (1993): Hydrodynamic forces acting on a floating body in a harbor of arbitrary geometry, Proc. 3rd Offshore and Polar Eng. Conf., Vol. 3, pp. 192-199.