

拡張緩勾配方程式を用いた港湾内の複数浮体の動揺解析

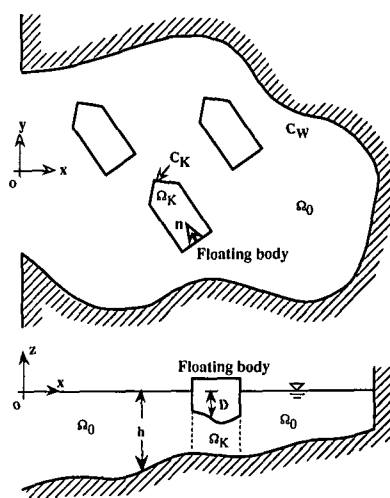
土 田 充*・大 山 巧**

1. はじめに

一般に、静穏度解析の最終的な目的は港内船舶の荷役稼働率や船舶避泊地としての安全性などを評価・予測することであり、この意味から港内船舶の波による動揺を精度良く予測することが非常に重要になる。この問題に対して、著者ら(大山・土田, 1996)は「拡張緩勾配方程式」に基づく動揺解析モデルを先に開発した。このモデルは、船体近傍に存在する散乱波成分を考慮した形の緩勾配方程式に基づいているため、船体近傍領域を3次元的に扱う「部分3次元モデル」(樫木ら, 1988, 1990; 大山ら, 1992; Takagi et al., 1993)とは異なり、港内全領域を平面2次元的に扱うことが可能である。その結果、部分3次元モデルに比べて計算効率を大幅に向上することができた。

先に開発したモデルは、原理的には港内の複数の浮体を扱うことが可能である。しかし、浮体の数とともに係数バンドマトリックスのバンド幅が増大することから、多数の浮体の動揺を計算する場合には、計算機容量の点で実用上の問題が残されていた。また、複数の浮体を対象とした動揺解析モデルの開発はこれまでも試みられているが(久保ら, 1991; 永田ら, 1992; 森田ら, 1994)、実際にこれらのモデルで計算可能な浮体の数はわずかであり、港内の多数の浮体を扱い得る実用的なモデルは現在のところ開発されていない。

そこで本研究では、先のモデル(大山・土田, 1996)に数値計算上の改良を加え、計算に必要な計算機容量の大幅な削減を図ることにより、港内の多数浮体の相互作用が考慮できる実用性の高い動揺解析モデルを開発した。本論文では、計算機容量の負担を軽減するための数値解析上の改良点について述べ、部分3次元モデルとの比較により本モデルの妥当性を検証した後、港内の複数浮体を対象とした計算例から浮体動揺量や港内波高分布に及ぼす浮体数の影響を検討する。



図一 解析領域と記号の定義

2. 複数浮体の動揺解析法と妥当性の検証

(1) 拡張緩勾配方程式に基づく動揺解析モデル

図一に示すように、浮体が N 個存在する港湾を対象として、解析領域を港内 Ω_0 、浮体底面下 $\Omega_K(K=1\sim N)$ に分割する。単浮体の場合の拡張緩勾配方程式の誘導過程については大山・土田(1996)に詳述してあるので、ここでは主に浮体を複数とすることによる表現の相違について述べる。

まず、各領域 $\Omega_i(I=0, 1\sim N)$ の速度ポテンシャル $\hat{\phi}^{(I)}$ を入射・回折波ポテンシャル $\phi_s^{(I)}$ と浮体動揺に伴う発生波ポテンシャル $\phi_r^{(I, K)}$ ($J=1\sim 6, K=1\sim N$)の和として以下のように表す。

$$\begin{aligned} \hat{\phi}^{(I)}(x, y, z, t) &= \phi_s^{(I)}(x, y, z) e^{-i\sigma t} + \sum_{K=1}^N \sum_{J=1}^6 (-i\sigma) \\ &\quad \cdot \delta_{J, K} \phi_r^{(I, J, K)}(x, y, z) e^{-i\sigma t} \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

ただし、 $J=1\sim 6$ は各浮体の surge, sway, heave, roll, pitch, yaw 方向の運動に対応し、 $\delta_{J, K}$ は K 番目浮体の J 方向運動の複素振幅、 σ は角周波数である。

港内領域 Ω_0 の緩勾配方程式については、海底面が緩や

* 正会員 工修 清水建設(株)技術研究所環境技術研究部

** 正会員 工博 清水建設(株)技術研究所環境技術研究部

かに変化するという仮定のもとに、自由表面条件と海底面条件を満足する解として、以下のように与える。

$$\Psi^{(0)}(x, y, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \phi_m^{(0)}(x, y) F_m(z; h) \quad \cdots \cdots (2)$$

$$F_m = \begin{cases} \frac{\cosh k_0(h+z)}{\cosh k_0 h} & (m=0) \\ \frac{\cos k_m(h+z)}{\cos k_m h} & (m \neq 0) \end{cases} \quad \cdots \cdots (3)$$

ここで、 $\Psi^{(0)}$ は $\phi_d^{(0)}$ と $\phi_r^{(0, J, K)}$ を一般的に表したものであり、 h は水深、 k_0 と $k_m (m \neq 0)$ は分散関係式を満足する波数と固有値である。式 (2) の $\phi_m^{(0)}$ に関する Ω_0 での緩勾配方程式は、以下のように表される。

$$\nabla \cdot (a_m \nabla \phi_m^{(0)}) + 2 \sum_{n=0, n \neq m}^{\infty} b_{nm} \nabla h \cdot \nabla \phi_n^{(0)} + \varepsilon_m a_m k_m^2 \phi_m^{(0)} = 0 \quad (m=0, 1, \cdots; \text{in } \Omega_0) \quad \cdots (4)$$

ただし、 $\varepsilon_m = 1$ (for $m=0$), -1 (for $m \neq 0$) であり、 a_m, b_{nm} は $k_0 h, k_m h$ で表される係数である。

次に、浮体底面下の領域 $\Omega_i (i=1 \sim N)$ での緩勾配方程式について述べる。 Ω_i での入射・回折波ポテンシャル $\phi_d^{(i)}$ および $K \neq i$ の発生波ポテンシャル $\phi_r^{(i, J, K)}$ は一般解のみによって表されるのに対して、 $K=i$ の発生波ポテンシャル $\phi_r^{(i, J, i)}$ は一般解 $\Psi_r^{(i, J, i)}$ と特解 $\Lambda^{(i, J)}$ の和として表わされる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \phi_d^{(i)} &= \Psi_d^{(i)} \\ \phi_r^{(i, J, K)} &= \Psi_r^{(i, J, K)} \quad (K \neq i) \\ \phi_r^{(i, J, i)} &= \Psi_r^{(i, J, i)} + \Lambda^{(i, J)} \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots (5)$$

ここで、特解 $\Lambda^{(i, J)}$ は先に具体的に示してある (大山・土田, 1996)。一般解 $\Psi_d^{(i)}, \Psi_r^{(i, J, K)}$ を一般的に $\Psi^{(i)}$ と表し、これを以下のように与える。

$$\Psi^{(i)}(x, y, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \phi_k^{(i)}(x, y) G_k(z; h, D) \quad (i=1 \sim N) \quad \cdots \cdots (6)$$

$$G_k(z; h, D) = \cos \frac{k\pi}{h-D} (D+z) \quad \cdots \cdots (7)$$

ただし、 D は浮体の喫水である。 $\phi_k^{(i)}$ に関する Ω_i での緩勾配方程式は以下のように表される。

$$\nabla \cdot (a_i \nabla \phi_i^{(i)}) + 2 \sum_{k=0, k \neq i}^{\infty} (\beta_{ki} \nabla h + \gamma_{ki} \nabla D) \cdot \nabla \phi_k^{(i)} - \alpha_i \nu_i^2 \phi_i^{(i)} = 0 \quad (i=0, 1, \cdots; \text{in } \Omega_i; i=1 \sim N) \quad \cdots (8)$$

ただし、 $\alpha_i, \beta_{ki}, \gamma_{ki}$ は h と D から決まる係数である。

接断面 $C_K (K=1 \sim N)$ における浮体側面での不透過条件および浮体下部における圧力と速度の連続条件については、ガラーキン法に基づく鉛直積分型の境界条件を与える。これらは以下に示すとおりである。

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_{in} \phi_n^{(0)} - \alpha_i \phi_i^{(K)} = R_i^{(J, K)} \quad (i=0, 1, \cdots; \text{on } C_K) \quad \cdots \cdots (9)$$

$$a_m \frac{\partial \phi_m^{(0)}}{\partial n} + \sum_{n=0}^{\infty} b_{nm} \frac{\partial h}{\partial n} \phi_n^{(0)} - \sum_{k=0}^{\infty} \left[C_{km} \frac{\partial \phi_k^{(K)}}{\partial n} + \left(d_{km} \frac{\partial h}{\partial n} + e_{km} \frac{\partial D}{\partial n} \right) \phi_k^{(K)} \right] = P_m^{(J, K)} + Q_m^{(J, K)} \quad (m=0, 1, \cdots; \text{on } C_K) \quad \cdots \cdots (10)$$

ただし、 n は C_K 上の法線を表し、 $P_m^{(J, K)}, Q_m^{(J, K)}, R_i^{(J, K)}$ は式 (3), (7) に示される F_m, G_k を含む定積分であり解析的に求められる。

一方、浮体の運動方程式は以下のように表される。

$$m_K \ddot{x}_K + \{U_K + k_K\} x_K = E_K^{(d)} + \sum_{L=1}^N E_{KL}^{(r)} \quad \cdots \cdots (11)$$

$$E_{KL}^{(r)} = -\{M_{KL} \ddot{x}_L + N_{KL} \dot{x}_L\} \quad (K=1 \sim N) \quad \cdots (12)$$

ただし、 m_K は K 番目浮体の質量マトリックス、 $x_K, \dot{x}_K, \ddot{x}_K$ は浮体の変位、速度、加速度ベクトル、 k_K は係留系のバネ定数マトリックス、 U_K は浮力による復元力マトリックス、 $E_K^{(d)}$ は K 番目浮体に作用する波強制力、 $E_{KL}^{(r)}$ は、 L 番目浮体の動揺に伴って K 番目浮体に作用する流体力である。また、 M_{KL}, N_{KL} は、 $E_{KL}^{(r)}$ を加速度および速度に比例する成分に分解したときの流体力係数マトリックスであり、 $L=K$ の場合には K 番目浮体の付加質量・造波減衰係数に相当する。波強制力ベクトル $E_K^{(d)}$ および流体力係数マトリックス M_{KL}, N_{KL} は、 C_K 上の $\phi_m^{(0)}$ および Ω_K での $\phi_k^{(K)}$ を用いて算定できる (大山・土田, 1996)。

(2) 数値解析上の改良点

著者ら (大山・土田, 1996) が先に導いた拡張緩勾配方程式モデルでは、浮体近傍を含めた港内全領域を平面 2 次元場として取り扱うことができる。このため、従来の部分 3 次元モデルに比べて計算効率を大幅に向上することができた。ここでは、港内の多数浮体を扱うことを念頭に置き、先のモデルにさらなる改良を加えて計算に必要な計算機容量の削減を図る。

先のモデルにおいて多数の浮体を対象とする場合、係数バンドマトリックス内には多くの 0 要素が存在することになる。そこで本研究では、これら 0 要素に割り当てられていた容量を可能な限り削減することを試みた。具体的には、2 次元配列を使わずに、マトリックスを構成するすべての非 0 要素のみを 1 次元配列に格納し、双共役勾配法 (Press ら, 1992) により連立方程式を解いた。この方法は、ガウス法のように fill-in がなく、作業領域のための配列も不要になる。その結果、連立方程式を解くために必要な計算機容量は大幅に削減され、多数の浮体をも現実的に扱うことが可能になった。

(3) 部分 3 次元モデルとの比較による妥当性の検証

本モデルの妥当性を検証するために、部分 3 次元モデル (大山ら, 1992) との比較を行った。ただし、部分 3 次元モデルで数多くの浮体を扱うことは計算効率・計算機容量の点で現実的に困難であるため、ここでは矩形港

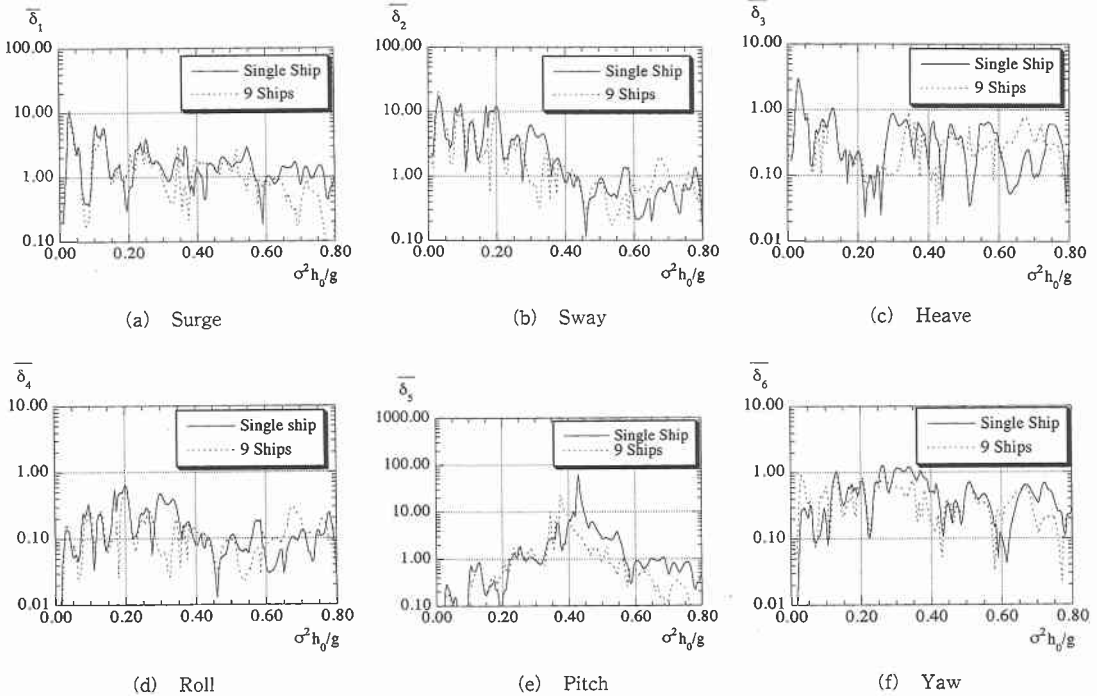


図-5 動揺振幅に及ぼす浮体数の影響

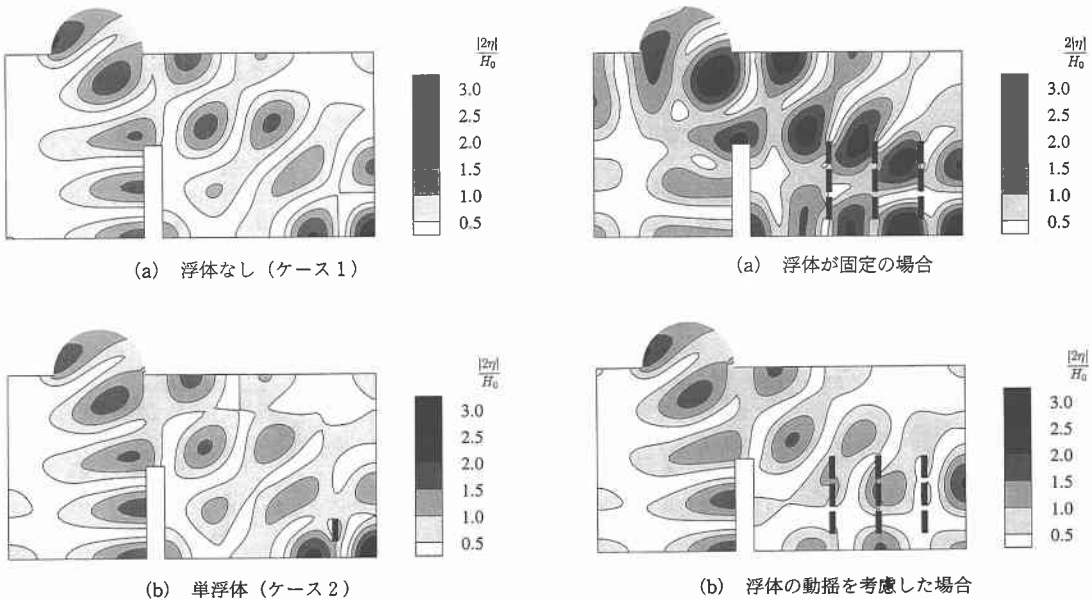


図-6 浮体数 0 および 1 の場合の港内波高比分布

図-7 浮体数 9 の場合の港内波高比分布

内全体の波高分布がかなり変化する。図-8(a), (b) には、参考のため、9 浮体の動揺振幅を示した。この図からわかるように、各浮体の動揺パターンにはかなりの差異がある。例えば、浮体 S1 と浮体 S2 は隣接しているに

も関わらず、S2 の Sway 方向の動揺振幅は S1 に比べてかなり大きくなっている。

以上のように、港内に多数の浮体が存在する場合には、各浮体が比較的小さくても全浮体の動揺に伴う発生波が

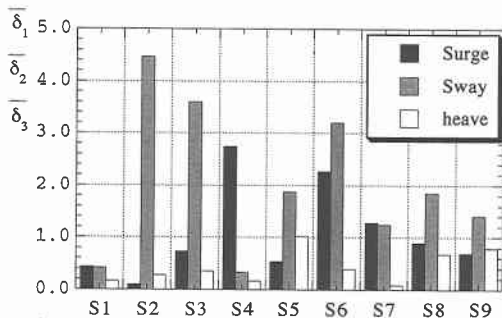
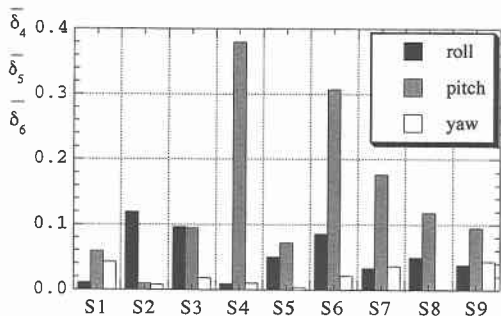
(a) $J=1\sim3$ (b) $J=4\sim6$

図-8 各浮体の動揺パターン

有意な大きさを持ち、港内の波高分布は浮体が存在しない場合に比べてかなり変化する可能性がある。

4. おわりに

港湾内の複数浮体を対象とした動揺解析法として、拡張緩勾配方程式に基づく実用性の高いモデルを開発した。本モデルでは数値解析上の改良がなされているため、従来モデルより必要な計算機容量がさらに削減されてい

る。そのため既存のモデルでは取り扱うことのできなかった多数の浮体を対象とした動揺解析が可能となった。本論文では部分3次元モデルと比較することにより本手法の妥当性を確認し、計算例として矩形港湾内の複数浮体の動揺解析を行い、浮体間の相互作用の重要性を示した。

参考文献

- 青木伸一 (1989): 港内係留船の波浪動揺の予測とその低減化に関する研究, 大阪大学博士論文, pp. 184-185.
- 大山 巧・土田 充・清川哲志 (1992): 部分3次元モデルによる任意海底地形・任意形状港湾内の船体動揺解析, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 821-825.
- 大山 巧・土田 充 (1995): 散乱波成分を考慮した緩勾配方程式と港内船舶の波力解析への応用, 海岸工学論文集, 第42巻, pp. 991-995.
- 大山 巧・土田 充 (1996): 拡張緩勾配方程式による港内船舶の動揺, 土木学会論文集 (印刷中).
- 久保雅義・斎藤勝彦・大音宗昭・芳田利春 (1991): 近接して係留された2浮体の波浪動揺に関する研究, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 766-770.
- 榎木 亨・青木伸一・濱本 敏 (1988): 港湾形状を考慮した港内船舶の回折・造波問題の解析, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 692-696.
- 榎木 亨・青木伸一・馬場英通 (1990): 港内係留船の波浪動揺特性とその予測, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 709-713.
- 永田修一・藤田 孝・三宅成司郎・巻幡敏秋・小田一紀 (1992): 有限長の防波堤と複数係留浮体の波による干渉, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 811-815.
- 森田修二・榎木 亨・出口一郎・青木伸一 (1994): 隣接船の相對動揺から見た係留船の安全評価, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 926-930.
- Press, W. H., A. Teukolsky, W. T. Vetterling and B. P. Flannery (1992): Numerical Recipes, Cambridge Univ. Press, pp. 77-82.
- Takagi, K., S. Naito and K. Hirota (1993): Hydrodynamic forces acting on a floating body in a harbor of arbitrary geometry, Proc. 3rd Offshore and Polar Eng. Conf., Vol. 3, pp. 192-199.