

超大型浮体の流体力係数に及ぼす浅水影響

青 木 伸 一*

1. はじめに

近年、浮体式海上空港に代表される超大型浮体構造物が注目を浴びているが、技術的にはまだ多くの問題が残されている。これらについては、既に造船学会を中心に問題点の整理や研究のレビューなども行われている（例えば日本造船学会, 1995）。超大型浮体の動揺や流体力に関する問題点としては、浮体の剛体運動よりもむしろ弾性変形の方が重要であること（影本, 1995）、水深変化や周辺地形の影響を考慮する必要があること（大楠ら, 1994）などが指摘されている。特に海上空港のように、たかだか水深十数 m の浅海域に長さが数 km にも及ぶ超大型浮体を設置しようとする場合、水平スケール（浮体長）に対する鉛直スケール（水深）の比は 10^{-2} のオーダーであり、従来の浮体構造物に比べて相対的に水底の影響を強く受けることが予想される。したがって、これまであまり考慮されなかった海底地形のわずかな変化や底泥の存在など、海底条件の変化が浮体に作用する流体力にどのような影響を及ぼすのかを明らかにしておく必要がある。

弾性浮体に対する計算方法には、大別してモード法と離散化法の 2 つがある。前者は、浮体の変形を直交性を有する固有変形モードの重ね合せとして表現する方法で、個々のモードの大きさを未知数とするものである。また後者は、浮体を有限個の離散化要素に分割し、それらの要素の変位の集合として浮体の変形を表現するもので、個々の要素の変位が未知数となる。前者に属するものとしては、2 次元平板を扱った増田ら (1985)、居駒ら (1995)、白石ら (1994) などがあるが、流体を介した固有モード間の連成影響を無視しているなど、ラディエーション力の取扱いが不十分である。後者に属するものとしては、例えば鈴木ら (1993)、宇都宮ら (1995) がある。

本研究は、超大型浮体に及ぼす海底条件の影響を検討するための基礎的な研究として、有限水深域での弾性変形を含めた浮体による波の発散 (Radiation) および回折 (Diffraction) の問題を一次元弾性梁に対するモード解析および領域分割法を用いて定式化し、数値計算結果から

超大型浮体の流体力係数に及ぼす浅水影響を考察するものである。なお超大型浮体としては、バージ (ポンツーン) 型を対象としている。

2. 理論解析

(1) モード解析と固有モード

図-1 に示すように、ここでは超大型浮体を弾性床の上に支持された両端の自由な長さ $2l$ のオイラー・ベルヌーイ梁とみなしてモード解析を行う。弾性床は静水圧による復原力を表すものである。梁の鉛直変位を $\xi(x, t)$ 、梁に作用する単位長さあたりの外力 (鉛直方向力) を $f(x, t)$ とする。また、梁の単位長さあたりの質量および曲げ剛性は均一で、それぞれ m, EI で与えられるものとする。弾性床のバネ定数を $K (= \rho g)$ とすると、梁の運動方程式は次式で与えられる (例えばマイロヴィッチ, 1984)。

$$m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4} + K \xi = f(x, t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

まず系の固有モードを求めるために、自由振動問題を解析する。 $\xi(x, t)$ を変数分離して次式のように表す。

$$\xi(x, t) = G(x) T(t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

これを式 (1) に代入し、 $f(x, t) = 0$ とおくと次式を得る。

$$-\frac{1}{T(t)} \frac{d^2 T(t)}{dt^2} = \frac{EI}{m} \frac{1}{G(x)} \frac{d^4 G(x)}{dx^4} + \frac{K}{m} \quad \dots\dots\dots (3)$$

(3) 式の両辺は x, t に無関係な定数でなければならないことから、これを分離定数として $\omega_n^2 (> 0)$ とおくと、 $G(x)$ については次式が得られる。

$$d^4 G/dx^4 - \epsilon G = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 $\epsilon = (m\omega_n^2 - K)/EI (> 0)$ とする。式 (4) を式 (5) で与えられる自由端の境界条件の下に解くと、一般解と

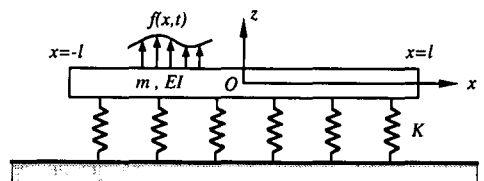


図-1 弾性支持上の梁

して式(6)を得る.

$$d^2G/dx^2=0, \quad d^3G/dx^3=0 \quad \text{at } x=\pm l \quad \cdots (5)$$

$$Y(x)=\sum_{r=0}^{\infty}\{C_r^p P_r(x)+C_r^q Q_r(x)\} \quad \cdots (6)$$

ここに, C_r^p, C_r^q は任意定数であり, P_r, Q_r は次のように与えられる.

$$P_0=1/\sqrt{2}, \quad Q_0=\sqrt{3/2} \cdot x/l \quad \cdots (7)$$

$$P_r=\sqrt{2}\left(\frac{\cos \alpha_r x}{\cos \alpha_r l}+\frac{\cosh \alpha_r x}{\cosh \alpha_r l}\right) \quad \cdots (8)$$

$$Q_r=\sqrt{2}\left(\frac{\sin \beta_r x}{\sin \beta_r l}+\frac{\sinh \beta_r x}{\sinh \beta_r l}\right) \quad \cdots (9)$$

ただし, α_r, β_r は次式を満足する固有値である.

$$\tan \alpha_r l + \tanh \alpha_r l = 0 \quad \cdots (10)$$

$$-\tan \beta_r l + \tanh \beta_r l = 0 \quad \cdots (11)$$

また, (4) 式中の ε とは $\alpha_r^2 = \beta_r^2 = \varepsilon$ の関係にあり, α_r あるいは β_r に対して固有周波数 ω_{nr} が 1 つ対応する. 式(7), (8) および (9) で与えられる関数列は直交関数系を構成しており, $[-l, l]$ におけるそれぞれの関数の 2 乗の積分値が 1 となるように規格化してある. これらの式より, P_0 および Q_0 は剛体としての Heave および Pitch の運動モードを表しており, $P_r (r=1, 2, \dots)$ および $Q_r (r=1, 2, \dots)$ はそれぞれ梁中心に対して対称および非対称な変形モードを表していることがわかる. 図-2 に, 固有変形モードの概略を示す.

(2) 浮体の運動方程式と流体力係数

図-3 に示すように, 浮体を水面上におかれた厚さの無視できる長さ $2l$ の梁とみなす. さらに浮体は時間的に調和振動しているものとする. 関数列 $\{P_r(x), Q_r(x); r=0, 1, 2, \dots\}$ を単に $\{Y_r(x); r=0, 1, 2, \dots\}$ と書くことにすると (すなわち $Y_r(x)$ は $P_r(x)$ と $Q_r(x)$ の 2 つを代表している), 展開定理より, 浮体の運動は次式のように表す

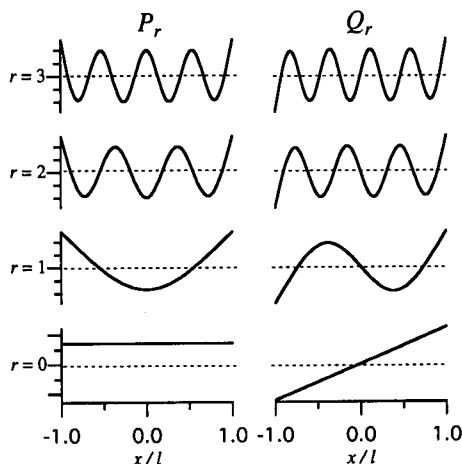


図-2 固有変形モード

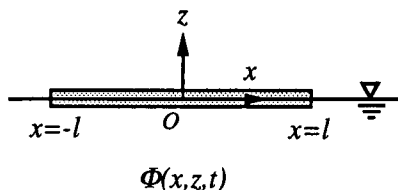


図-3 水面上で振動する梁

ことができる (例えばマイロヴィッチ, 1984).

$$\xi(x, t) = \sum_{r=0}^{\infty} Y_r(x) T_r(t) \quad \cdots (12)$$

ここに, $T_r(t)$ は各々の固有モードの大きさの時間変動を表している. 上式を式(1)に代入して次式を得る.

$$\sum_{r=0}^{\infty} \left[m Y_r \frac{d^2 T_r}{dt^2} + EI \frac{d^4 Y_r}{dx^4} T_r + K Y_r T_r \right] = f_E(x, t) + f_R(x, t) \quad \cdots (13)$$

ただし, 上式では外力を 2 つの成分にわけて, $f = f_E + f_R$ とおいてある. f_E は, 浮体の運動に関係なく与えられる外力であり, ここでは波強制力とする. f_R は浮体の運動に対する流体からの反作用力として与えられる力 (Radiation force) とする. いま T_{or} を複素振幅として

$$T_r(t) = \text{Re}[T_{or} e^{-i\omega t}] \quad \cdots (14)$$

のように浮体が周波数 ω で正弦的に振動する場合, 線形理論の範囲内では f_R もまた時間的に正弦変動し, かつ任意の正弦変動は $d^2 T_r/dt^2$ と $d T_r/dt$ を用いて表現できるので, f_R を次式のように表すことができる.

$$f_R(x, t) = - \sum_{r=0}^{\infty} \left[\mu_r(x) \frac{d^2 T_r}{dt^2} + \lambda_r(x) \frac{dT_r}{dt} \right] \quad \cdots (15)$$

これを式(13)に代入すると, 次のようになる.

$$\sum_{r=0}^{\infty} \left[\{m Y_r + \mu_r(x)\} \frac{d^2 T_r}{dt^2} + \lambda_r(x) \frac{dT_r}{dt} + EI \frac{d^4 Y_r}{dx^4} T_r + K Y_r T_r \right] = f_E \quad \cdots (16)$$

次に, 上式の両辺に $Y_s(x) (s=0, 1, 2, \dots)$ を掛けた後各項を $[-l, l]$ で積分する. 関数列の直交性から次式を得る.

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 T_s}{dt^2} + \sum_{r=0}^{\infty} \left[\frac{1}{l} \int_{-l}^l \mu_r(x) Y_s(x) dx \cdot \frac{d^2 T_r}{dt^2} \right. \\ \left. + \frac{1}{l} \int_{-l}^l \lambda_r(x) Y_s(x) dx \cdot \frac{dT_r}{dt} \right] + m \omega_{ns}^2 T_s \\ = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f_E(x, t) Y_s(x) dx \quad (s=0, 1, 2, \dots) \quad \cdots (17) \end{aligned}$$

上式より, r モードの運動により s モードに生じる付加質量 M_{sr} および造波減衰係数 N_{sr} が次式で与えられることがわかる.

$$M_{sr} = \frac{1}{l} \int_{-l}^l \mu_r(x) Y_s(x) dx, \quad N_{sr} = \frac{1}{l} \int_{-l}^l \lambda_r(x) Y_s(x) dx \quad \dots\dots\dots (18)$$

次に、浮体の動揺によって生じる発散波の速度ポテンシャルを次のように表す。

$$\begin{aligned} \Phi(x, z, t) &= \text{Re}[\phi(x, z) e^{-i\omega t}] \\ &= \text{Re} \left[\sum_{r=0}^{\infty} \phi_r(x) (-i\omega) T_{or} e^{-i\omega t} \right] \quad \dots (19) \end{aligned}$$

ここに $\phi_r(x, z)$ は r 次の固有モードの運動による Radiation ポテンシャルであり、固有モードの運動速度の複素振幅 $(-i\omega T_{or})$ で正規化してある。いま Φ が求まったとすると、 $f_R(x, t)$ は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} f_R(x, t) &= -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=0} = \text{Re} [i\rho\omega \phi(x, 0) e^{-i\omega t}] \\ &= \text{Re} \left[-\rho \sum_{r=0}^{\infty} [\text{Re}(\phi_r) (-\omega^2 T_{or}) \right. \\ &\quad \left. + \omega \text{Im}(\phi_r) (-i\omega T_{or})] e^{-i\omega t} \right] \\ &= -\sum_{r=0}^{\infty} \left[\rho \text{Re}[\phi_r(x, 0)] \frac{d^2 T_r}{dt^2} \right. \\ &\quad \left. + \rho\omega \text{Im}[\phi_r(x, 0)] \frac{dT_r}{dt} \right] \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

上式を式 (15) と比較すると、 $\mu(x), \lambda(x)$ が決定されるので、(18) 式より速度ポテンシャル ϕ_r を用いて付加質量および減衰係数を表すと以下ようになる。

$$M_{sr} = \frac{\rho}{l} \int_{-l}^l \text{Re}[\phi_r(x, 0)] Y_s(x) dx \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$N_{sr} = \frac{\rho\omega}{l} \int_{-l}^l \text{Im}[\phi_r(x, 0)] Y_s(x) dx \quad \dots\dots\dots (22)$$

また波強制力 f_E についても、複素振幅 $f_{oEs}(x)$ を用いて、

$$f_E(x, t) = \text{Re}[f_{oEs}(x) e^{-i\omega t}] \quad \dots\dots\dots (23)$$

と表せるので、(17) 式の右辺は次のように書ける。

$$\begin{aligned} F_{Es}(t) &= \text{Re}[F_{oEs} e^{-i\omega t}] \\ &= \text{Re} \left[\frac{1}{l} \int_{-l}^l f_{oEs}(x) Y_s(x) dx \cdot e^{-i\omega t} \right] \quad \dots (24) \end{aligned}$$

ここに F_{oEs} は、 s モードの波強制力の複素振幅である。よって、運動方程式 (17) は次のように簡略化される。

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 T_s}{dt^2} + \sum_{r=0}^{\infty} \left[M_{sr} \frac{d^2 T_r}{dt^2} + N_{sr} \frac{dT_r}{dt} \right] \\ + m\omega_{ns}^2 T_s = F_{Es}(t) \quad \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

(3) 領域分割法を用いた境界値問題の定式化

a) Radiation 問題

ここでは、浮体が固有変形モードで調和振動する場合の発散波の速度ポテンシャル ϕ_r を求める方法を示す。まず、浮体底面での境界条件は次式となる。

$$\partial \xi / \partial t = \partial \Phi / \partial z \quad \text{at } z=0 \quad \dots\dots\dots (26)$$

式 (12)、(14) および (19) を考慮すると、上式は ϕ_r に

関する境界条件式に書き換えられる。すなわち、

$$\partial \phi_r / \partial z = Y_r \quad \text{at } z=0 \quad \dots\dots\dots (27)$$

浮体底部で上式を満足するような速度ポテンシャルを決定するために、領域分割法を用いる。図-4 に示すように、水深 h の流体領域を $(-)$, (0) , $(+)$ の3つの領域に分割し、それぞれの領域での速度ポテンシャルを ϕ_{r-} , ϕ_{r0} , ϕ_{r+} とおく。 ϕ_{r-} , ϕ_{r+} については次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \phi_{r\pm} &= A^{\pm} e^{\pm ik(z \mp l)} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} B_n^{\pm} e^{\mp kn(x \pm l)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \quad \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

ここに、 $A^{\pm}$, $B_n^{\pm}$ ($n=1, 2, \dots$) は複素数の未定定数、 k, k_n は次式を満足する固有値である。

$$\omega^2 h/g = kh \tanh kh = -k_n h \tan k_n h \quad \dots\dots\dots (29)$$

一方、領域 (0) での速度ポテンシャルは、(27) 式を満足する特解をフーリエ余弦変換を用いて求めることにより、次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \phi_{r0} &= \frac{1}{h} \left\{ C_0 + D_0 \frac{x}{l} - \int \left(Y_r(x) dx \right) dx \right\} \\ &+ \frac{2}{h} \sum_{m=1}^{\infty} \left[C_m \frac{\cosh \mu_m x}{\cosh \mu_m l} + D_m \frac{\sinh \mu_m x}{\sinh \mu_m l} \right. \\ &+ \frac{(-1)^m}{\mu_m} \left\{ \cosh \mu_m x \sinh \mu_m x \cdot Y_r(x) dx \right. \\ &\quad \left. - \sinh \mu_m x \cosh \mu_m x \cdot Y_r(x) dx \right\} \\ &\quad \cdot \cos \mu_m(z+h) \quad \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

ここに、 C_m, D_m ($m=0, 1, 2, \dots$) は複素数の未定定数である。また $\mu_m = m\pi/h$ ($m=1, 2, \dots$) で与えられる。

式 (28) および (30) 中の未定定数を決定するために、各領域の仮想境界線上 (図中の破線) で圧力および流速の連続条件を適用する。すなわち、

$$\begin{aligned} \phi_{r\pm}|_{x=\pm l} &= \phi_{r0}|_{x=\pm l}, \quad \partial \phi_{r\pm} / \partial x|_{x=\pm l} = \partial \phi_{r0} / \partial x|_{x=\pm l} \\ &\quad \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

未定定数の決定法は、吉田ら (1990) にならない選点解法を用いればよい。すなわち、仮想境界線上に未知数と同じ数の参照点を設け、その点で式 (31) が成立するとして連立方程式を構成する方法である。このようにして求

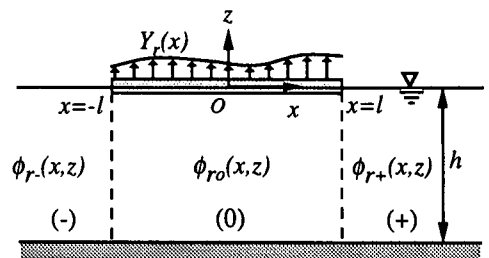


図-4 対象領域の分割と速度ポテンシャル

められた速度ポテンシャルを、式 (21) および (22) に代入して積分を実行することにより付加質量 M_{sr} および減衰係数 N_{sr} が決定される。なおこのとき、 $M_{sr}=M_{rs}$ なる相反関係が成り立つ。また P_r および Q_r で与えられる対称および非対称変形モードは互いに全く独立となり、両者の間の連成影響を考える必要はなくなる。

b) Diffraction 問題

固定浮体 (平板) による Diffraction 問題については、浮体底部の境界条件を $\partial\phi/\partial z=0$ として領域 (0) のポテンシャルを求め、さらに領域 (-) あるいは (+) のポテンシャルに入射波の速度ポテンシャルを付加しておけばよい。未定定数に関する連立方程式の係数マトリックスは Radiation 問題の場合と同一である。また各固有変形モードの波強制力の複素振幅 F_{0es} は、式 (24) の第 3 項の積分より求められる。

3. 計算結果および考察

(1) 級数項の評価

領域分割法のような固有関数展開法を用いる場合には、ポテンシャルの一般解に現われる無限級数の打ち切りの精度について検討しておく必要がある。いま式 (28) および (30) で考慮する項数をともに n とし、項数の増大に対する解の収束性を調べる。なおこのとき仮想境界線上の計算点の数は各々 $n+1$ となる。

図-5 は、項数 n を変化させた場合の対称変形モードの付加質量 (対角要素) の計算結果をプロットしたものである。ただし項数の最大値を 30 とし、 $n=30$ に対する計算値との比として表してある。これより、高次の変形モードの計算には多くの項数を必要とすることがわかる。

(2) 流体力係数の浅水影響

流体力係数に影響を及ぼす要因としては、浮体長 ($2l$)、水深 (h)、振動周期 ($T=2\pi/\omega$) の 3 つがある (無次元量としては 2 つ)。ここでは対比を明確にするために、 $l=1000$ m と $l=10$ m という長短 2 種類の浮体に対して、水深を 9 m, 10 m, 11 m とわずかに変化させ、振動周期 1~20 sec の範囲で計算を行った。

図-6 は、 $l=1000$ m の浮体に対する対称変形モードの付加質量および減衰係数の周期変化を、水深をパラメータとして示したものである。図中には、剛体運動モード ($M_{0,0}^p, N_{0,0}^p$)、10 次の変形モード ($M_{10,10}^p, N_{10,10}^p$) および 5 次と 10 次のモードの連成 ($M_{5,10}^p, N_{5,10}^p$) に対する流体力係数がプロッ

トされている。これより、付加質量については、剛体運動モードおよび弾性変形モードとも周期による変化がほとんどなく、ほぼ水深のみの関数となっていることがわかる。また減衰係数については、弾性変形モードは剛体運動モードとその特性が大きく異なっており、周期の短い振動に対して減衰が大きい。また、計算の範囲内では、水深の影響よりも周期の影響のほうが大きく現われている。

以上のように、付加質量と減衰係数で水深および周期に対する依存性が大きく異なる理由としては、以下のようことが考えられる。すなわち、非常に長い浮体が水表面で振動することによって引き起こされる浮体下部の流体運動は、水深が浅い場合には振動周期やモードに関係なく水平方向の流れが卓越しており、長波的な運動と

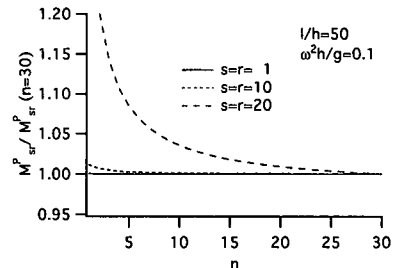


図-5 級数項の打ち切りの影響

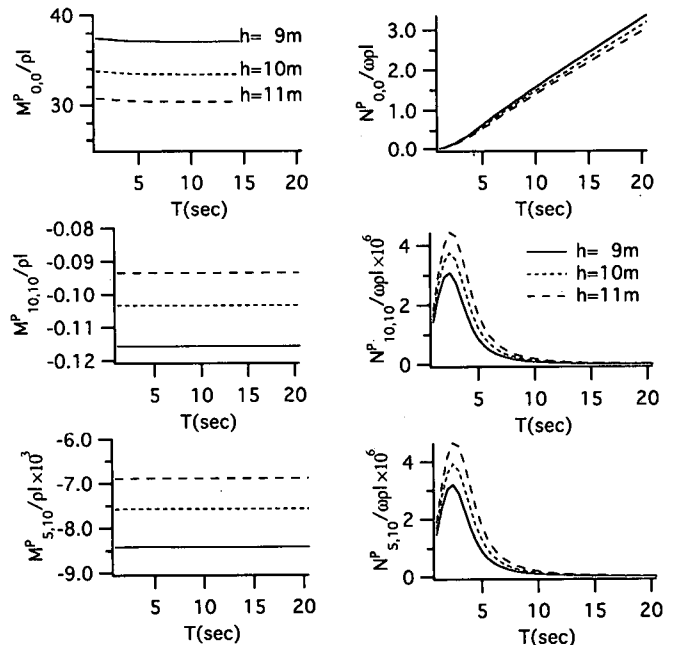


図-6 流体力係数に及ぼす水深と振動周期の影響 (対称変形モード, $l=1000$ m)

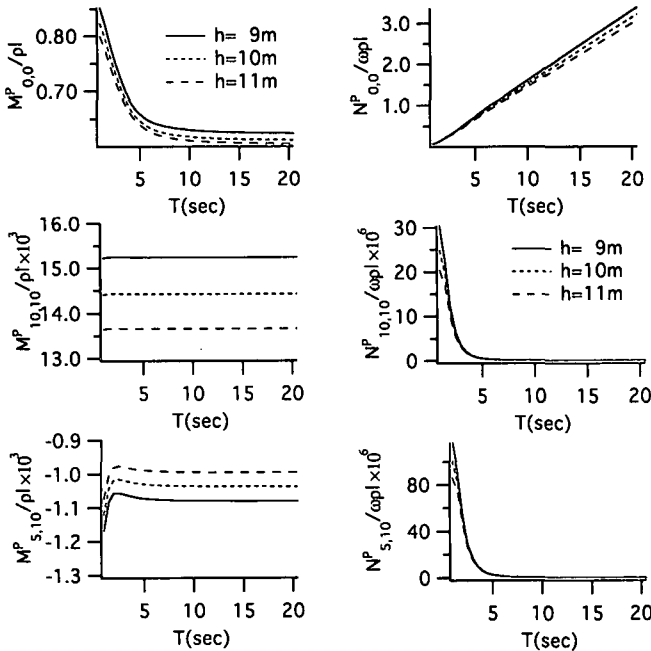


図-7 流体力係数に及ぼす水深と振動周期の影響
(対称変形モード, $l=10$ m)

なっている。そのため、定在波に係る付加質量は水深の影響を強く受ける。一方造波減衰は、浮体から自由波となって遠ざかる発散波のエネルギー伝播速度に関係するため、発散波の水深波長比が大きい範囲では周期の影響を強く受ける。

図-7は、 $l=10$ mの浮体に対する対称変形モードの付加質量および減衰係数の周期変化を、図-6と同様に示したものである。 $l=1000$ mの場合と異なり、 $M^p_{0,0}$ および $M^p_{10,10}$ には周期の影響が現われており、特に剛体運動モードについては、その影響は水深変化の影響よりも大きくなっている。一方造波減衰については、変形モードにおいても水深変化の影響はほとんどなくなっていることがわかる。

なお、非対称変形モードについても、その傾向は対称変形モードと同一であった。

(3) 波強制力について

一般に波強制力の応答曲線は減衰係数と似た形状を示す。紙面の都合上図は省略するが、 $l=1000$ mの浮体対

して図-6と同様の条件で検討した結果、高次の変形モードに対する波強制力は、波周期の短い領域でその値が大きくなることがわかった。また水深のわずかな変化は、波強制力にはほとんど影響を及ぼさないことがわかった。

4. あとがき

本研究では、超大型浮体を一次元梁にモデル化し、モード法と領域分割法を用いて流体力の計算を行った。超大型浮体が浅海域に設置される場合、流体力、特に付加質量に及ぼす水深変化の影響が大きいたことが明らかになった。なお、本研究は造船学術研究推進機構からの助成を受けて行った研究である。記して謝意を表する。

参考文献

- 居駒知樹・増田光一・前田久明 (1995): 超大型浅吃水浮遊式構造物の弾性応答に関する研究, 第13回海洋工学シンポジウム講演論文集, pp. 185-192.
- 宇都宮智昭・渡辺英一・岡村譲作・中井幸治・関田欣治・大田英美 (1995): 変形を考慮した大型ポンツーン浮体の波浪応答特性について, 海岸工学論文集, 第42巻, pp. 961-965.
- 大楠 丹・今井康貴 (1994): 沿岸域に設置される浮体式人工島の研究—波強制力に対する地形影響—, 第12回海洋工学シンポジウム講演論文集, pp. 97-106.
- 影本 浩 (1995): セミサブ型及びポンツーン型大型浮体の波浪中性性能の比較, 第13回海洋工学シンポジウム講演論文集, pp. 231-238.
- 白石 悟・米山治男・上田 茂 (1994): 弾性変形を考慮した長大浮体の波浪中動揺特性の検討, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 896-900.
- 鈴木康正・富田康大・松森孝弘 (1993): 可撓性浮体の波浪中動揺と消波特性の数値解析, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 896-900.
- 日本造船学会 (1995): 超大型浮体構造物, 成山堂書店, 351 p.
- マイロヴィッチ (1984): 振動解析の理論と応用(上) (砂川恵訳), ブレイン図書, 247 p.
- 増田光一・前田久明・加藤 渉・臼井幹人 (1985): 波浪中の大型バージ弾性応答挙動に関する研究, 日本造船学会論文集, 第158号, pp. 506-516.
- 吉田明徳・小島治幸・鶴本良博 (1990): 波動境界値問題におけるポテンシャル接続法の選点解法, 土木学会論文集, 第417号, pp. 265-274.