

水平振動流中の円柱の表面に剝離を伴う場合の流体力について

佐藤 幸雄*・渡部 靖憲**

1. ま え が き

水平振動流中に円柱を水平2次元的に固定した状態で設置した場合、粘性の影響により、ある水理条件の下では円柱の表面に剝離が生じ、そのために円柱表面の極く近傍では剝離渦を伴ったポテンシャル流とは異なる流れ構造となる。このような円柱の表面に剝離を生じる場合の円柱に働く流体力については、実験あるいは数値解析を行った Justesen (1991), Chaplin (1984) などの2, 3の研究があるが、その内容は主として Morison 式の係数 (C_D , C_M) について検討を加えたものである。しかし、レイノルズ数が比較的小さく、粘性の影響が強い範囲では流体力に高周波成分が入ること、また位相のズレ、流体力の最大値が突出する傾向を示すことなどから、Morison 式との適合性は必ずしも良くない。そこで本研究では多くの K.C. 数および Re 数の値を計算条件に選び、それぞれの条件における流体力を渦度方程式および流れ関数に対するポアソン方程式を基本式に使用して数値解析により求めた。そして、得られた流体力について Morison 式の値との比較検討を行うと共に、K.C. 数と Re 数が与えられた時、より容易に流体力の最大値の見積りが可能なように、流体力に関して Contours 図を描いて系統的に取りまとめることとした。以下にその結果について述べることにする。

2. 解析方法

振動流中に円柱を水平・2次元的に置いた場合で座標系を図-1のように定義する。また、各変量を円柱の半径 R_0 および振動流の角振動数 σ で無次元化し、さらに、

$$x = e^r \cos \theta, \quad y = e^r \sin \theta \quad \cdots \cdots (1)$$

を用いて、座標系を (x, y) から (r, θ) に変換した場合、無次元化された渦度方程式および流れ関数に対するポアソン方程式はそれぞれ式 (2) および式 (3) である。[なお、解析方法の詳細は佐藤・折橋・浜中 (1993) を参照]

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = J^{-1} \left\{ -\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} + \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} \right) \right\} \quad \cdots \cdots (2)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} = -J\omega \quad \cdots \cdots (3)$$

$$J = e^{2r}, \quad J; \text{式 (1) のヤコビアン} \quad \cdots \cdots (4)$$

式 (2) および式 (3) に対する境界条件は円柱表面 ($r=0$) で $\partial \psi / \partial r = \partial \psi / \partial \theta = 0$ 、渦度 ω に関しては Thom's スキームを使用した。また、円柱より遠く離れた $r = \exp(r_T)$ では $\partial \psi / \partial y = u$, u : 水平振動流の流速, $u = A \sin t$ であり, $\partial \psi / \partial x = 0$, $\omega = 0$ とした。

つぎに、Navier-Stokes の方程式より導いて、無次元化した圧力方程式は

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} = 2 \left\{ \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \quad \cdots \cdots (5)$$

ここに、 $p = p' / \rho' (\sigma R_0)^2$, p' : 有次元量の圧力, ρ' : 流体の密度である。また、式 (5) の境界条件は、円柱の表面 ($r=0$) で、 $\partial p / \partial r = -\nu (\partial \omega / \partial \theta)$ であり、円柱表面より遠く離れたところ ($r = \exp(r_T)$) でポテンシャル流の圧力 p ,

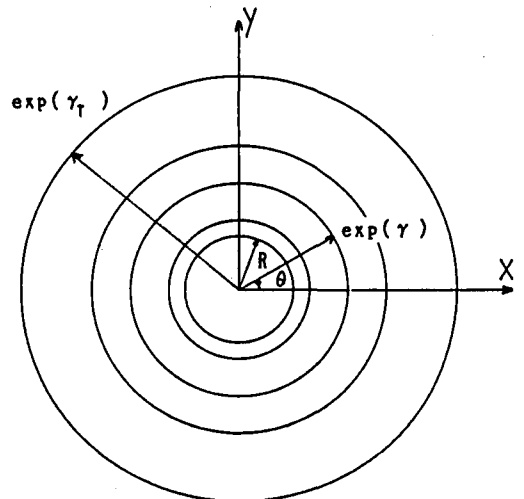


図-1 座標系の定義

* 正会員 博(工) 北見工業大学助教授 工学部土木開発工学科

** 学生会員 北海道大学大学院 工学部土木工学科

$$p = -A(e^r + e^{-r})\cos\theta\sin t \dots\dots\dots (6)$$

を使用した。

式(2)を使用して渦度 ω を求める場合、レイノルズ数 Re の値が小さいときはスペクトル法を使用し、また Re 数が大きい場合はA.D.I.法を使用した。スペクトル法では流れの場が θ 方向に周期的であると考えて渦度 ω および流れ関数をそれぞれフーリエ級数で表し、その級数より θ 方向の微係数を求めた。また r 方向の微係数は簡単な有限差分法を使用した。A.D.I.法は陰的差分と陽的差分を組み合わせ2段階で時間ステップ Δt だけ更新させる方法で数値計算の安定性が高いと云われている。本研究では渡部ら(1995)により計算の妥当性が確かめられている方法を使用している。

3. 計算条件

計算条件は図-2に示すようなK.C.数および Re 数の範囲を採用した。図-2において $Re < 500$ でスペクトル法(○印)、 $Re > 3000$ ではA.D.I.法(●印)、また、 $500 < Re < 3000$ では計算結果が両者のいずれかが安定している法を採用した。そして発散すなわち計算が不可能な限界の大略のラインを破線で示してある。ここで、K.C.数および Re 数は以下である。

$$K.C. = U'T/D' = \pi A \dots\dots\dots (7)$$

$$Re = U'D'/\nu = 2A/\nu \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 D' 、 ν 、 T' および U' はそれぞれ有次元量の円柱の直径($D' = 2R_0$)、動粘性係数、振動流の周期および最大流速。また、 A および ν は無次元量の振動流の振幅および動粘性係数である。

図-3は計算範囲に対応した波動場の値を示したもので、K.C.数および Re 数中の振動流の最大流速に対しては微小振幅波の静水面上の水平方向最大流速を使用した。1例を挙げると、水深 $h = 20$ mのとき水表面から没水深1 m程度に直径 $D' = 10$ cmの円柱を設置したとき計算CASE(×印)の $K.C. = 2 \sim 3$ 、 $Re = 1000 \sim 3000$ に相当

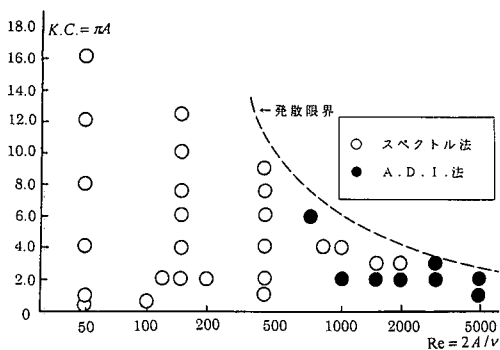


図-2 計算範囲

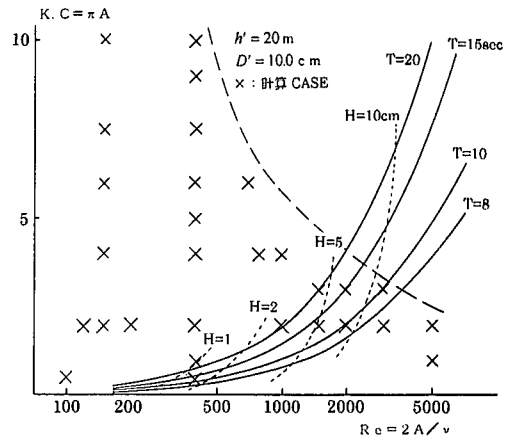


図-3 計算範囲に対応した波動場の値

する微小振幅波の周期および波高の値は $T = 20$ sec, で $H = 3$ cm, $T = 8$ sec で $H = 10$ cm程度である。

計算メッシュの分割数は r 方向について $MM = 64$, θ 方向は $NN = 64$ とした。また、1周期当たりの時間ステップは $\Delta t = 2\pi/NT$ であり、 $NT = 4000 \sim 16000$ 程度で種々の値である。 $\gamma_r = 2.7$, 計算を行った周期は3周期である。

4. 計算結果および考察

多くの計算CASEの中より特徴的なCASEを3CASE抽出し図示することとし、それらのCASEの計算条件を表-1に示した。

1) 渦度、流れ関数および圧力場

まず、3CASEの渦度 ω をContours図に示すと図-4, 7, 10のようである。各図は振動流が正方向(右向き)の場合のみを示し、図中の(A)~(D)の4つの図はそれぞれ、(A) $2\pi \times 1/8$ (加速時) (B) $2\pi \times 2/8$ (最大流速時) (C) $2\pi \times 3/8$ (減速時) (D) $2\pi \times 4/8$ (停止時)の位相時の状態である。なお負方向(左向き)の場合は正方向の場合と上下ほぼ対称な図となるため省略した。

図-4のCASE-1の場合は Re 数が小さく、 $K.C.$ 数が大きい場合で、粘性が強く影響するため剥離層は大きく発達しているが、 Re 数が大きい図-7, 10では $K.C.$ 数が $K.C. = 4, 3$ で小さいことも原因であるが剥離層は薄くま

表-1 掲載図の場合の計算条件

CASE	K.C.	Re	A	ν	NT	計算法
1	10	150	3.18	.0424	16000	スペクトル
2	4	1000	1.27	.00255	16000	スペクトル
3	3	3000	0.96	.00064	4000	A.D.I.

$MM = 64$ $NN = 64$ cycle = 3 時間ステップ $\Delta t = 2\pi/NT$

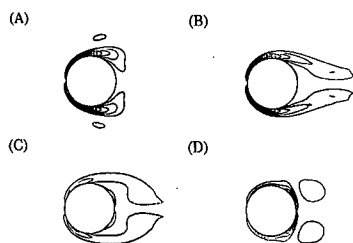


図-4 渦度の Contours
CASE-1 K.C.=10 Re=150 $\Delta\omega=5$

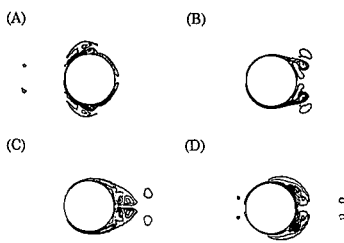


図-7 渦度の Contours
CASE-2 K.C.=4 Re=1000 $\Delta\omega=5$

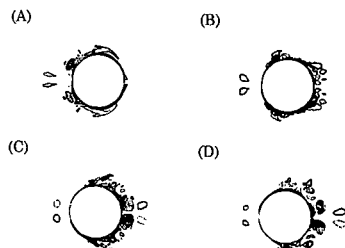


図-10 渦度の Contours
CASE-3 K.C.=3 Re=3000 $\Delta\omega=5$

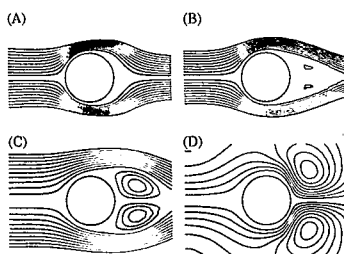


図-5 流れ関数の Contours
CASE-1 K.C.=10 Re=150 $\Delta\psi=0.25$

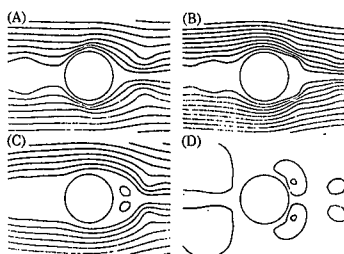


図-8 流れ関数の Contours
CASE-2 K.C.=4 Re=1000 $\Delta\psi=0.25$

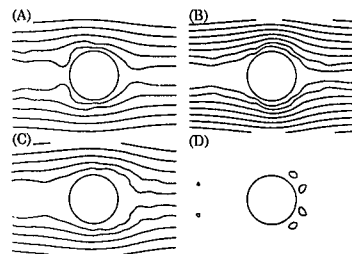


図-11 流れ関数の Contours
CASE-3 K.C.=3 Re=3000 $\Delta\psi=0.25$

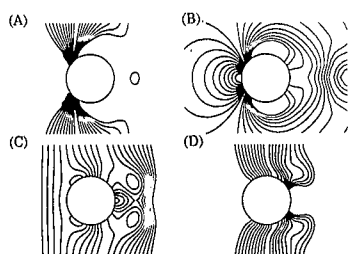


図-6 圧力の Contours
CASE-1 K.C.=10 Re=150 $\Delta p=0.5$

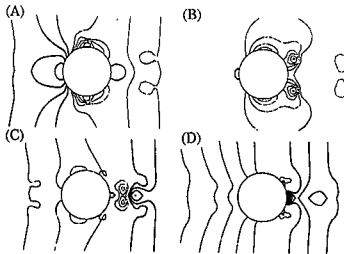


図-9 圧力の Contours
CASE-2 K.C.=4 Re=1000 $\Delta p=0.5$

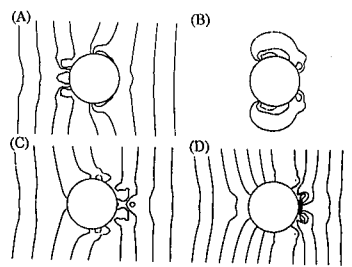


図-12 圧力の Contours
CASE-3 K.C.=3 Re=3000 $\Delta p=0.5$

た、剝離渦が円柱表面から遊離し易い状態すなわち流れが乱れた状態になっているのが分かる。渦度に対応した流れ関数 ψ の Contours 図を図-5, 8, 11 に示した。各図より渦度に対応した流れの状態が良く現れているのが分かり、 $Re > 1000$ の場合は流れに乱れが生じていると云える。

つぎに、同様の Contours 図を圧力場について示すと図-6, 9, 12 のようであり、CASE-1 の図-6 では (A) から (B) にかけて左から右方向に強い圧力が作用しているのが分かり、K.C. 数が小さく、 Re 数が大きくなると図-9, 12 のように次第にポテンシャル流の圧力場の様相を呈することが分かる。

2) 流体力の時間変化

数値計算により得られた圧力場の値より円柱表面上の圧力 p の値を円柱表面 1 周に渡って積分し P とする。同

様にせん断力について求め、 τ として、流体力 $F = P + \tau$ を求めた。これらの P , τ , および F の値を 1 周期当たり $2\pi/80$ 毎の位相について求め、 P (太い実線), τ (破線), F (太い 1 点鎖線) の時間変化について示したのが図-13 (CASE-1), 図-14 (CASE-2) および 図-15 (CASE-3) である。図中には同時に Morison 式の値 F_M ($C_D=1.17$, $C_M=2.0$) とポテンシャル流の圧力の値 P_0 ($2.0 \cdot K.C.$ 数) を描いてある。

図-13 (CASE-1) は圧力 P の最大値 $P_{\max}$ が突出して現れる位相がポテンシャル流の場合 ($t=0$) と異なり、振動流の加速時 ($t=2\pi \times 1/8$) に相当するため、やや大きい値を示すせん断力の値 $\tau_{\max}$ と重なり、流体力の最大値 $F_{\max}$ は Morison 式の $F_{M,\max}$ あるいはポテンシャル流の $P_{0,\max}$ よりかなり大きい値を示していると云える。また、図-14 および 図-15 を見ると Re 数が 1000~3000 で大

きい場合であっても $K.C.=4 \sim 3$ で小さい場合は各曲線に若干の位相差があるとしても流体力の最大値は次第に Morison 式およびポテンシャル流の圧力に接近すると云える。この事は Re 数が大きく且つ $K.C.$ 数が小さい時は円柱表面に形成される剝離渦の発達が小さい事によるものと考えられる。

つぎに、Morison 式に位相 δ を考慮した形の式を流体力 F の時間変化に適合させたとき、すべての計算 CASE について最小 2 乗法を用いて C_D および C_M の値を求めて見ると図-16 のようになる。この場合、Morison 式に最も適合すると考えられる (C_D, C_M, δ) の組は 1 周期 ($t=2\pi$) の間で δ が平均 $\delta=2.67$ の小さい組と平均 $\delta=5.86$ の大きな 2 組が存在する。図-16 はその一方の $\delta=5.86$ の組の C_D, C_M の値を示したものであるが、図より C_D の値は $K.C.<4$ の範囲で $C_D=-1.0 \sim 0.5$ 程度のバラついた値を示し、また、 $K.C.>4$ の範囲では負の値を取りながら $K.C.$ の値と共に増加する傾向となっている。一方、 C_M の値については、 $K.C.<4$ の範囲でほぼ $C_M=2.0 \sim 2.1$ 程度の値となり、 $\delta=0$ として取扱っている Justesen らの値と同様の値を示している。しかし、 $K.C.>4$ の範囲ではやはり $K.C.$ 数の増加と共に増加する傾向とは逆の傾向となっている。従って位相を考慮に入れた場合、 C_D および C_M の値はかなり異なった様相を示すことが考えられる。

1 例として、図-16 より $K.C.=10$ の場合平均的な値として $C_D=-0.7, C_M=3.0$ を採用し、 δ は上記の値 $\delta=5.86$ を用いて Morison 式により計算した値を図-17 に細い破線で示した。図より流体力の最大値 F_{max} に近い値を示すようにはなるが、平均的な (δ, C_D, C_M) の値では未だ F_{max} については十分な適合性は得られないと云える。

3) 流体力の最大値

流体力の最大値 $F_{max}=(P+\tau)_{max}$ を見積もる上で Morison 式の適合性が十分でないため数値計算により得られた流体力の時間変化の値より最大値を求めることをすべての計算 CASE について行い、同様にして得られた圧力およびせん断力に関する P_{max} および τ_{max} と共に

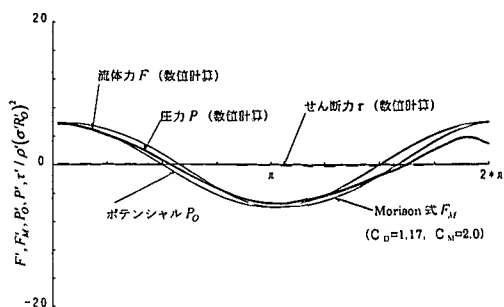


図-15 流体力の時間的変化 (CASE-3 $K.C.=3$ $Re=3000$)

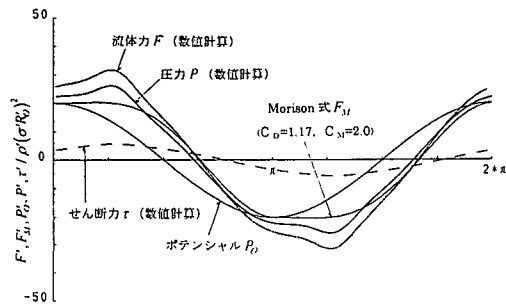


図-13 流体力の時間的変化 (CASE-1 $K.C.=10$ $Re=150$)

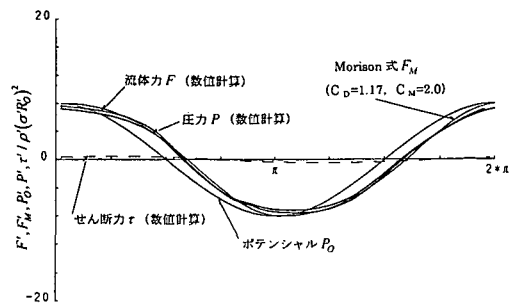


図-14 流体力の時間的変化 (CASE-2 $K.C.=4$ $Re=1000$)

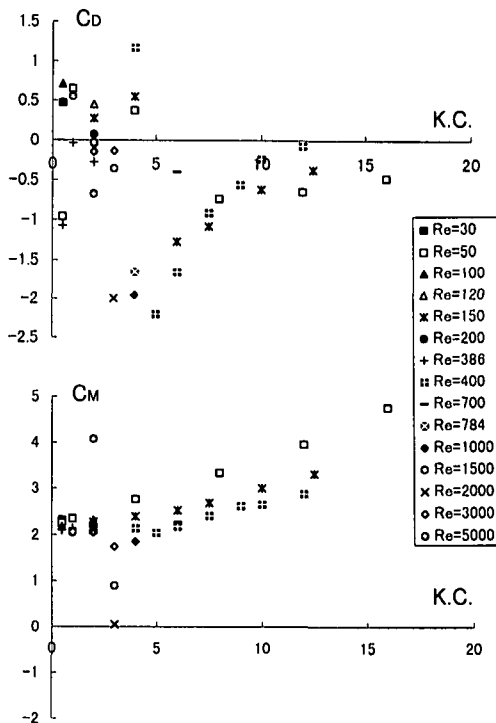


図-16 流体力に対する C_D, C_M の値

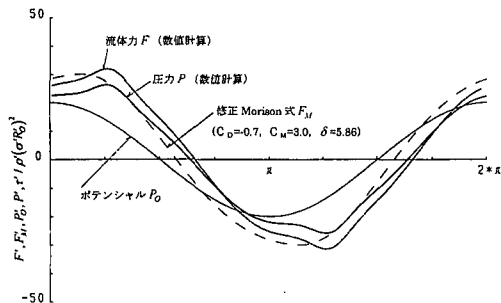


図-17 最小2乗法による Morison 式の適用性

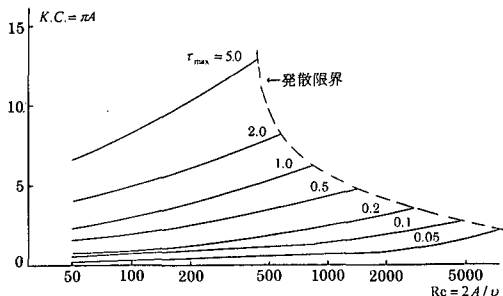


図-19 せん断力 \$\tau_{max}\$ の Contours

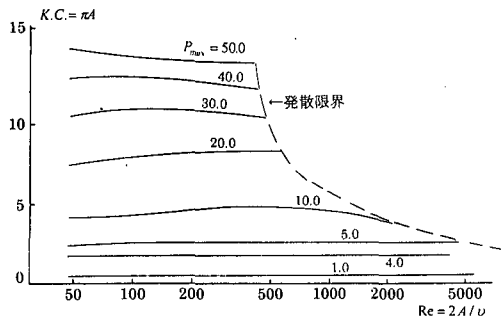


図-18 圧力 \$P_{max}\$ の Contours

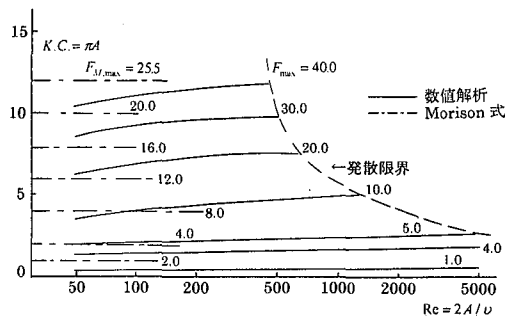


図-20 流体力 \$F_{max}\$ の Contours

Contours 図にまとめることを行った。図-18 は圧力 P_{max} についての Contours 図であり、図より $K.C. < 4$ 範囲では Re 数に関係なくほぼポテンシャル流の圧力 ($2.0 \times K.C.$ 数) に近い値を示しているが、 $K.C. > 4$ になると数値計算の方がポテンシャル流の圧力の 1.5 倍程度の値となると云える。また、全体的に数値計算の場合の圧力は、大略 $K.C.$ 数に比例した傾向を示すようである。同様な図をせん断力に關した τ_{max} について描くと図-19 のようになり、 Re 数が強く関与していることが分かる。

最後に流体力 F_{max} の Contours 図を図-20 に示した。図より F_{max} の場合、 $Re < 500$ の範囲でせん断力 τ_{max} の影響が大きく加わり、 F_{max} が増大しているのが分かる。図中の一点鎖線は Morison 式の最大値 $F_{M,max}$ ($C_D=1.17$, $C_M=2.0$ の場合) を示している。図より $K.C. > 4$ のときで Re 数が小さい場合、数値計算は $F_{M,max}$ に比べ 1.5~1.7 倍程度大きい値を示すことが見られる。

5. ま と め

数値解析により流れ場の様相が明確に表現出来たが、計算可能な範囲が Re 数が大きくなると次第に $K.C.$ 数が

小さい場合に限られることが分かった。

$K.C.$ 数が小さい場合は Re 数に関係なく流体力に対して Morison 式は十分適合するが、 Re 数が小さく、 $K.C.$ 数が大きい場合、流体力の最大値まで Morison 式を適用することは難しい。

流体力の最大値を $K.C.$ 数- Re 数により容易に見積もることが可能なように Contours 図に系統的にまとめることが出来た。

参 考 文 献

- 佐藤幸雄・折橋恒春・浜中建一郎 (1993): 剝離を伴った振動流中の円柱に働く流体力について, 海岸工学論文集 第 40 巻, pp. 856-860.
- Justesen, P. (1991): A numerical study of oscillating flow around a circular cylinder, J. of Fluid Mech., Vol. 222, pp. 157-196.
- Chaplin, J. R (1984): Nonlinear forces on a horizontal cylinder beneath waves, J. of Fluid Mech., Vol. 147, pp. 449-464.
- Watanabe, Y・Saeki, H・Hamanaka, K (1995): Numerical study on the energy loss and the waves attenuation over the rippled bed, Proc. of 15th Inter. offshore and polar eng. conf., Vol. III, pp. 64-69.