

規則波による柱体のカオス振動の発生とその特性

石田 啓*・矢富 盟祥**・高梨 清一***・浜田 昌明****

1. 緒 論

現在、カオスの定義は必ずしも明確ではないが、決定論的カオス振動は、系に内在する非線形性のために、決定論的現象であるにもかかわらず初期値依存性の強い予測困難な不規則性を呈すると言う特徴があり、スペクトル図、位相図、ポアンカレ図あるいは分岐図などを用いて、解析が行われている。

従来、カオスの研究の緒になったものとしては、1次元写像における非周期解の存在を扱った Li と Yorke (1975) の研究や、有界にして不安定な非周期解を与えるローレンツモデル (1992) を提示した Lorenz の一連の研究などが有名であるが、それ以前に、Hayashi ら (1969) がダフィング方程式の周期解やその分岐現象を数値解析していたことは、高く評価されている。

海岸工学の分野では、青木ら (1992) が、浮体の係留系の非線形性によるカオス振動の発生について数値解析を行っており、この研究を模型実験により検証したものとして Issacson ら (1994) の研究がある。

本論文は、上記の研究を踏まえ、脚柱式構造物の波浪によるカオス振動の発生の有無を検討するための第一段階として、非線形の反力特性を持つ地盤に支持された柱体に波浪が作用する場合を対象とし、どのような条件下でカオス振動が発生するのか、また発生したカオス振動はどのような特性を持つのかについて、数値解析および模型実験の両面から考究するものである。

2. 対象構造物

カオス振動が発生するためには、複数個の引き込み点 (アトラクタ) の存在が必用であるため、対象とする柱体は、図-1 に示すような構造形態を使用した。すなわち、下端部をヒンジ構造とした円柱の上部に、特定の範囲内 δ では反力が生じないように設定した (すなわちガタを持つ) バネ反力系を取り付けることにより、2 個の引き込み点を持つ振動系を作成した。この状態は、具体的な

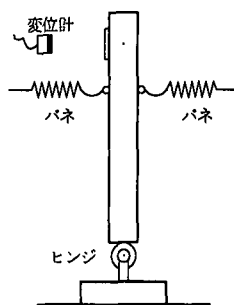


図-1 対象柱体

例としては、部材の老朽化などのために、柱体下端の根入れ部分にガタが生じた場合などに相当する。

3. 理 論

対象とする円柱を剛体と見なすと、波による円柱の振動の方程式は、以下の手順により、ヒンジの回りの円柱の回転運動の方程式に変形することができる。

図-2 に、解析に用いる諸量を示すが、水平床面上に x 軸をとり、水底を原点として鉛直上向きに z 軸をとる。 z 軸上に静止時の円柱中心軸をとり、 z 軸からの円柱の水平変位を $\xi(z)$ とすると、相対水粒子速度を用いたモリソン公式による波力を外力とした場合の柱の運動方程式は、

$$\begin{aligned} \rho A \ddot{\xi} + c_0 \dot{\xi} + f(\xi) \\ = \frac{1}{2} C_D \rho_w D (u - \dot{\xi}) |u - \dot{\xi}| \\ + \rho_w A \ddot{u} + (C_M - 1) \rho_w A (\ddot{u} - \ddot{\xi}) \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

と表される。ここに、 A および D は柱体の断面積および直径、 ρ および ρ_w は柱体および水の密度、 c_0 は減衰定数、 $f(\xi)$ はバネの取り付け位置のみで作用するバネ反力 (すなわち剛性力)、 C_D および C_M は抗力係数および慣性係数、 u は水粒子速度であり、ドットは時間 t による微分を表す。

バネ反力 $f(\xi)$ の形は、青木ら (1992) が用いたタイプのひとつと同様であり、次式 (2) で与えられるが、この剛性力に、後述する柱体自重による転倒力を含めて取り扱うならば、 $f(\xi)$ の形は、2 つの引き込み点を持つダ

* 正会員 工博 金沢大学教授 工学部土木建設工学科
 ** 正会員 Ph.D 金沢大学教授 工学部土木建設工学科
 *** 正会員 工修 三井造船株式会社
 **** 正会員 工修 北陸電力株式会社

波水槽を用い、そのほぼ中央に、図-1および図-2に示した状態で、塩化ビニル製円柱を設置し、非接触型レーザ変位計を用いて、円柱上端から1.6 cmの点の水平変位を測定した。円柱重量は3.018 Kgf、長さは71.7 cm、直径は6.2 cmであり、設置時の諸量は、水深が $h=45$ cm、 $\zeta_l=75.8$ cm、 $\zeta_k=6.01$ cm、 $\zeta_a=37.5$ cm、 $\zeta_r=4.1$ cm、 $r=11.6$ cmである。バネ定数は $k_0=1000$ gf/cmで、ガタ幅は $\delta=0.5$ cmである。使用した波は、周波数が $f=0.5$ Hz、0.625 Hz、0.781 Hz、1.0 Hz、1.25 Hz、1.56 Hzの6種類であり、波高は各周波数ごとに30種類程度変化させた。

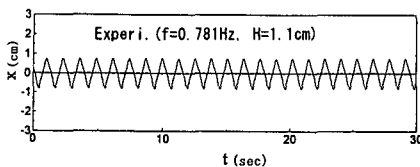
5. 実験結果および計算結果

柱体の振動変位（以下 x と記す）に関する実験結果と理論計算結果との比較の一例を、4種類のタイプ(Type A, B, C, D)について示す。

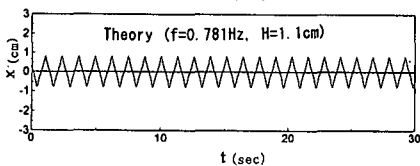
図-3 (a) から (d) は、変位の時間変化であり、各図の上段が実験値、下段が計算値である。(a)のType Aは、波の周期が $f=0.781$ Hzで波高が $H=1.1$ cmの場合であり、変位 x は波の周波数に一致する規則的な三角波となり、実験値と計算値とは良く一致している。(b)の $f=0.625$ Hzで $H=3.3$ cmのType Bは、規則的な振動であるが、実験値の峰および計算値の谷において、引き込

み点に捕らえられる小振動が加わっている。この小振動は実験では峰側で生じているが、計算では、どちら側に生じるかは、初期条件によって決まる。(c)の $f=0.781$ Hzで $H=2.6$ cmのType Cは、不規則性が強く混入した準カオス的(あるいは準周期的とも言える)振動となっており、また、実験値と計算値の形状は比較的良く一致している。(d)の $f=1.56$ Hzで $H=1.3$ cmのType Dは、実験値と計算値の両者共、極めて不規則な振動となり、カオス的な振動が発生していると言える。

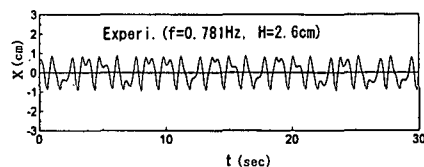
図-4の位相図は、横軸に変位 x をとり、縦軸に変位速度 $v(=\dot{x})$ をとったものであるが、(a)のType Aは、実験値と計算値は、糸巻きゴマ状の単一閉曲線となり、両者共、単周期運動であることが明白である。(b)のType Bでは、基本振動に加わった小振動が、実験値および計算値では x の正側および負側の引き込み点回りに、小さな閉曲線軌道を描くことが分かる。(c)のType Cでは、基本振動を表す領域と、 x の正負両側の引き込み点回りの領域の両者の間を行き来する軌道になることが分かる。また、実験値の軌道の方が計算値の軌道よりも変動が激しいが、両者の特徴は比較的良く一致している。(d)のType Dでは、計算値の変位速度が実験値の変位速度よりも小さいという不一致はあるが、両者共に、(c)の軌道を一層複雑にしたカオス的な振動であることが分か



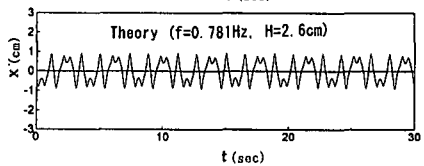
(a) Type A (単周期振動)



(b) Type B (2重周期的振動)

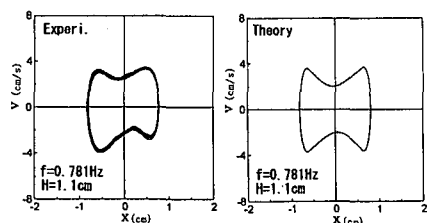


(c) Type C (準カオス的振動)

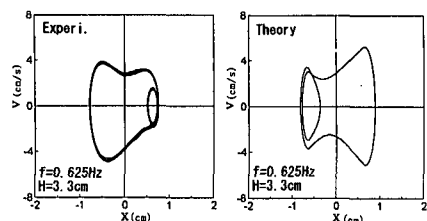


(d) Type D (カオス振動)

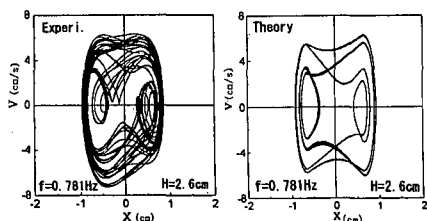
図-3 各タイプごとの変位の時間変化の実験値 (各図上段) と理論値 (各図下段) との比較



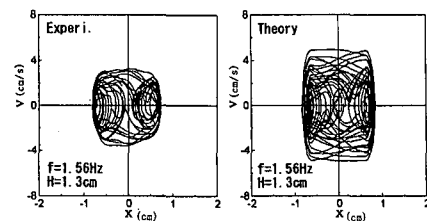
(a) Type A (単周期振動)



(b) Type B (2重周期的振動)

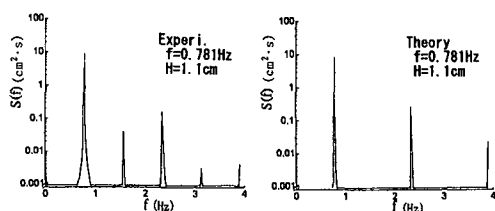


(c) Type C (準カオスの振動)

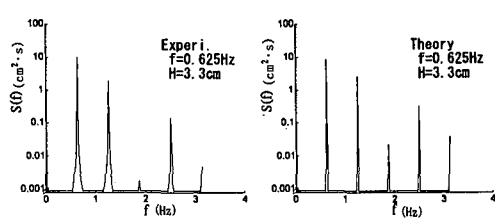


(d) Type D (カオス振動)

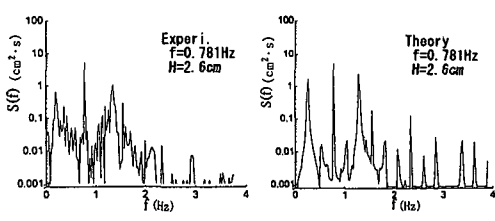
図-4 位相図の実験値と理論値との比較



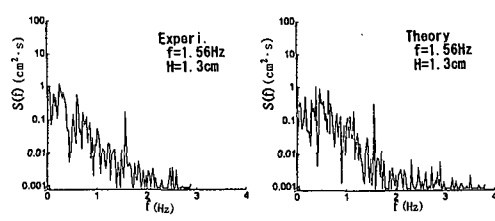
(a) Type A (単周期振動)



(b) Type B (2重周期的振動)



(c) Type C (準カオスの振動)



(d) Type D (カオス振動)

図-5 スペクトルの実験値と理論値との比較

る。

図-5のパワースペクトル図では、(a)のType Aは、波の周波数の整数倍に成分を持つ線スペクトルとなるが、計算値では奇数倍成分のみが生じ、実験値では偶数倍成分も生じている。(b)のType Bは、実験値と計算値とは良く一致している。(c)のType Cは、スペクトル形状がかなり複雑になるが、実験値と計算値との形状は比較的良く似ている。(d)のType Dは、実験値と計算値共に、カオスの特徴付ける“広帯域にわたってパワーを持つスペクトル”となっている。

図-6は、作用波の周波数 f を固定した状態で、波高 H を順次変えて行くことにより、理論計算によりカオスの発生状況を調べたものである。各図の横軸は0.1 mm間

隔で変えた波高で、縦軸が、ポアンカレ切断面の変位 x (32点)である。したがって、変位 x が幅広くプロットされている領域においてカオスが発生している。図より、単振動から多重振動あるいはカオス振動への分岐状況およびカオス振動の消滅などの特徴が明確に分かる。

図-7に、変位 x と変位速度 v を10000個プロットした数値計算によるポアンカレ図を示すが、(a)に示す $f=1.0$ Hzで $H=6.5$ cmの場合、および(b)に示す $f=0.5$ Hzで $H=3.75$ cmの場合は、ダフィング方程式のカオス振動の計算において、上田が得たジャパニーズアトラクター (合原, 1993) を思わせるストレンジアトラクタになった。なお、前出のカオス振動と見なしたType D ($f=1.56$ Hz, $H=1.3$ cm)のポアンカレ図は、位相図の

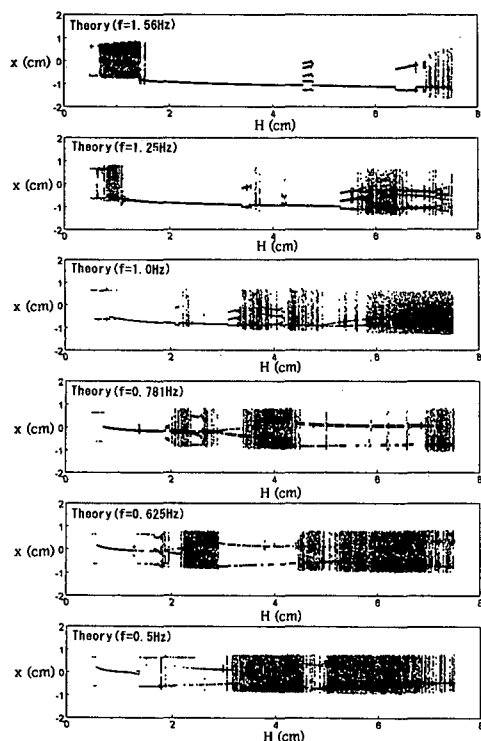


図-6 変位の分岐図 (理論値)

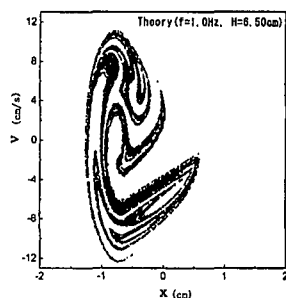
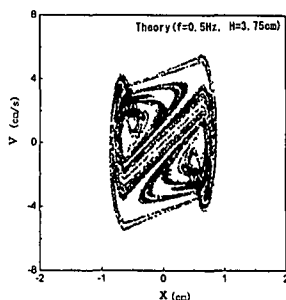
(a) $f=1.0$ Hz, $H=6.5$ cm の場合(b) $f=0.5$ Hz, $H=3.75$ cm の場合

図-7 ポアンカレ図 (理論値)

内部領域全体にわたって、10000点がランダムにプロットされた形態となり、図-7とは異なるものであった。

6. 結 語

本研究により、2個の引き込み点を持つ非線形な剛性反力を有する円柱に規則波が作用する場合、作用波力の変化に対応して、カオス振動が発生すると共に、この時の実験値と計算値とは比較的良く一致し、本理論によるカオスの発生予測が可能なが実証された。なお、本研究を行うに際し、助力を賜った斉藤武久助手および桐畑修一君 (JR 西日本 KK)、星 光二郎君 (金大院)、木村和茂君 (東亜建設工業 KK)、定免英樹君 (京大院) に謝意を表す。

参 考 文 献

- 青木伸一・樫木 亨・M. Isaacson (1992): 非線形係留浮体の長周期動揺とカオスの挙動に関する数値的検討, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 791-795.
- 合原一幸 (1993): カオス, 講談社, 71 p.
- Hayashi, C., Y. Ueda and H. Kawakami (1969): Transformation theory as applied to the solution of non-linear differential equation of the second order, Int. J. Non-Linear Mech., Vol. 4, pp. 235-255.
- Li, T. Y. and J. A. Yorke (1975): Periodic three implies chaos, Am. Math. Monthly, Vol. 82, pp. 985-992.
- Lorentz, E. N. (1992): Deterministic nonperiodic flow, J. Atoms. Sci., 20(2), pp. 130-141.
- Issacson, M and A. Phadoke (1994): Chaotic motion of a non-linear moored structure, Proc. of ISOPE, Vol. 3, pp. 338-345.