

斜交する波動場に設置された大口径円筒による 非線形回折波の2次近似解

水谷法美*・真田武**・今井聡***
岩田好一朗****・渡辺増美*****

1. はじめに

近年、海岸構造物の設置水深が大水深化の傾向にあり、設計外力として多方向不規則波を考慮する必要性が高まってきている。一方、耐波安定上、作用波力の精度高い予測手法の構築も必要であり、大口径円筒に作用する波力に非線形性を考慮する必要性も高まっている。大口径円筒による非線形回折波は単一成分波を対象にこれまでいくつか検討例があるが(例えば、Kriebel, 1990)、多方向不規則波動場の場合、回折散乱波同士の干渉があり、波の場は複雑になることが予想される。したがって、複数の入射波が同時に作用する場合の回折波の場を明らかにしておくことは、作用波力のみならず周辺海域に及ぼす影響を正確に把握しておくためにも必要不可欠である。

本研究は、多方向不規則波による非線形回折波の詳細を考究するための基礎として、斜交波による大口径円筒による非線形回折波の2次近似理論を誘導し、水理実験を行ってその妥当性を検証するとともに、回折散乱波に及ぼす波の多方向性と非線形性の影響を考究するものである。

2. 理論解析

図-1に示すように、一定水深 d の海域に半径 a の鉛直な円柱が水面から突出して海底に固定されているものとし、異なる波数、周期と波高を持つ2つの成分波 j, k が x 軸に対称に入射する場合を考える。なお、座標系として原点を静水面上にとり、 z 軸の正方向を鉛直上向きとする円筒座標系 (r, θ, z) を用いる。

2.1 基礎方程式、境界条件

非圧縮完全流体の非回転運動を仮定し、速度ポテンシャル $\Phi(r, \theta, z; t)$ を導入する。調和振動を考え、速度ポテンシャル $\Phi(r, \theta, z; t)$ を各成分波の1次の波数 k_i と入射波高 H_i の積で表される摂動パラメータ $\varepsilon_i(\varepsilon_j =$

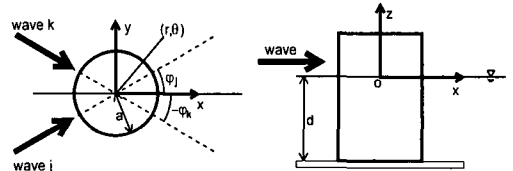


図-1 定義図

$k_i H_i)$ と ε_k を用いて次式のように2次のオーダーまで摂動展開する。

$$\begin{aligned} \Phi(r, \theta, z; t) = & \text{Re}[\varepsilon_j \phi_j^i(r, \theta, z) e^{-i(\sigma_j t - \delta_j)} \\ & + \varepsilon_k \phi_k^i(r, \theta, z) e^{-i(\sigma_k t - \delta_k)} \\ & + \varepsilon_j^2 \{\phi_j^2(r, \theta, z) e^{-2i(\sigma_j t - \delta_j)} + \overline{\phi_j^2}(r, \theta, z)\} \\ & + \varepsilon_k^2 \{\phi_k^2(r, \theta, z) e^{-2i(\sigma_k t - \delta_k)} + \overline{\phi_k^2}(r, \theta, z)\} \\ & + \varepsilon_j \varepsilon_k \{\phi_{jk}^i(r, \theta, z) e^{-i\{(\sigma_j + \sigma_k)t - (\delta_j + \delta_k)\}} \\ & + \phi_{jk}^{ik}(r, \theta, z) e^{-i\{(\sigma_j - \sigma_k)t - (\delta_j - \delta_k)\}}\}] \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

ここで、 Re は実数部を、 i は虚数単位を表し、上添字 j と k は2つの成分波 j, k に関する値を示す。また σ と δ は成分波の角周波数および初期位相である。上式で1次オーダーの ϕ_i にはMacCamy・Fuchs (1954)の解に波向きを考慮したものを、また2次オーダーの自己干渉成分 ϕ_j^2 と ϕ_k^2 には真田(1995)の解に波向きを考慮したものを使用できる。したがって、本研究では、表示式のない2次オーダーの相互干渉成分である和の成分 ϕ_{jk}^k と差の成分 ϕ_{jk}^k を新たに誘導した。

$\phi_p^{jk}(r, \theta, z)$ 、 $\phi_m^{jk}(r, \theta, z)$ は以下の基礎方程式と境界条件の解として与えられる。

・基礎方程式

$$\frac{\partial^2 \phi_p^{jk}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_p^{jk}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_p^{jk}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi_p^{jk}}{\partial z^2} = 0 \dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_m^{jk}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_m^{jk}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_m^{jk}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi_m^{jk}}{\partial z^2} = 0 \dots\dots (3)$$

・自由表面境界条件

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \phi_p^{jk}}{\partial z} - \frac{(\sigma_j + \sigma_k)^2}{g} \phi_p^{jk} \\ & = \frac{i}{2g} \left\{ \sigma_j \left(2 \frac{\partial \phi_j^i}{\partial r} \frac{\partial \phi_k^i}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \phi_j^i}{\partial \theta} \frac{\partial \phi_k^i}{\partial \theta} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + 2 \frac{\partial \phi_j^i}{\partial z} \frac{\partial \phi_k^i}{\partial z} - \phi_j^{ii} \frac{\partial^2 \phi_k^i}{\partial z^2} + \nu_k \phi_j^i \frac{\partial \phi_k^i}{\partial z} \right) \right\} \end{aligned}$$

* 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学研究科土木工学教室
** 正会員 工修 (株)日本港湾コンサルタント環境部
*** 正会員 工修 (株)建設技術研究所
**** フェロー 工博 名古屋大学教授 工学研究科土木工学教室
***** 正会員 中部電力(株)電力技術研究所

$$+ \sigma_k \left(2 \frac{\partial \phi_1^i}{\partial r} \frac{\partial \phi_1^k}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \phi_1^i}{\partial \theta} \frac{\partial \phi_1^k}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial \phi_1^i}{\partial z} \frac{\partial \phi_1^k}{\partial z} - \phi_1^k \frac{\partial^2 \phi_1^i}{\partial z^2} + \nu_j \phi_1^k \frac{\partial \phi_1^i}{\partial z} \right) \Bigg\}; z=0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \phi_m^{jk}}{\partial z} - \frac{(\sigma_j - \sigma_k)^2}{g} \phi_m^{jk} \\ &= \frac{i}{2g} \left\{ \sigma_j \left(2 \frac{\partial \phi_1^i}{\partial r} \frac{\partial \phi_1^{k*}}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \phi_1^i}{\partial \theta} \frac{\partial \phi_1^{k*}}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial \phi_1^i}{\partial z} \frac{\partial \phi_1^{k*}}{\partial z} - \phi_1^k \frac{\partial^2 \phi_1^i}{\partial z^2} + \nu_k \phi_1^i \frac{\partial \phi_1^{k*}}{\partial z} \right) \right. \\ & \quad \left. - \sigma_k \left(2 \frac{\partial \phi_1^i}{\partial r} \frac{\partial \phi_1^{k*}}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \phi_1^i}{\partial \theta} \frac{\partial \phi_1^{k*}}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial \phi_1^i}{\partial z} \frac{\partial \phi_1^{k*}}{\partial z} - \phi_1^k \frac{\partial^2 \phi_1^i}{\partial z^2} + \nu_j \phi_1^{k*} \frac{\partial \phi_1^i}{\partial z} \right) \right\}; z=0 \quad (5) \end{aligned}$$

・底面の不透過条件

$$\frac{\partial \phi_p^{jk}}{\partial z} = 0 \quad \frac{\partial \phi_m^{jk}}{\partial z} = 0 \quad ; z = -d \quad \cdots (6), (7)$$

・円筒表面の不透過条件

$$\frac{\partial \phi_p^{jk}}{\partial r} = 0 \quad \frac{\partial \phi_m^{jk}}{\partial r} = 0 \quad ; r = a \quad \cdots (8), (9)$$

ここに、 $\nu = (\sigma^2/g)$ は沖波相当波数で、上添字・は共役複素数を示す。また、 ϕ_1 と ϕ_1^* は MacCamy・Fuchs の解を使って以下のように表示される。

$$\phi_1 = -\frac{ig}{2\sigma k_1} \frac{\cosh k_1(z+d)}{\cosh k_1 d} \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m A_m(k_1 r) e^{im(\theta-\varphi)} \quad (10)$$

$$A_m(k_1 r) = J_m(k_1 r) - \alpha_m H_m^{(1)}(k_1 r) \quad (11)$$

$$\alpha_m = J_m'(k_1 a) / H_m^{(1)'}(k_1 a) \quad (12)$$

$$\phi_1^* = -\frac{ig}{2\sigma k_1} \frac{\cosh k_1(z+d)}{\cosh k_1 d} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m B_m(k_1 r) e^{-im(\theta-\varphi)} \quad (13)$$

$$B_m(k_1 r) = J_m(k_1 r) - \beta_m H_m^{(2)}(k_1 r) \quad (14)$$

$$\beta_m = J_m'(k_1 a) / H_m^{(2)'}(k_1 a) \quad (15)$$

ここで、 J_m は m 次のベッセル関数、 $H_m^{(1)}$ 、 $H_m^{(2)}$ は m 次の第1種、第2種ハンケル関数であり、 $'$ は微分を表す。

式 (10) と式 (13) を自由表面境界条件 (式 (4)、式 (5)) の右辺に代入し、円筒関数の微分公式を使って簡潔にまとめると次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \phi_p^{jk}}{\partial z} - \frac{(\sigma_j + \sigma_k)^2}{g} \phi_p^{jk} \\ &= -\frac{ig}{8} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \left(\frac{1}{\sigma_k} g_{pn}^{jk}(r) + \frac{1}{\sigma_j} g_{pn}^{kj}(r) \right) e^{in\theta} \quad ; z=0 \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \phi_m^{jk}}{\partial z} - \frac{(\sigma_j - \sigma_k)^2}{g} \phi_m^{jk} \\ &= \frac{ig}{8} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \left(\frac{1}{\sigma_k} g_{mn}^{jk}(r) - \frac{1}{\sigma_j} g_{mn}^{kj}(r) \right) e^{in\theta} \quad ; z=0 \quad (17) \end{aligned}$$

$$g_{pn}^{jk}(r) = g_{pn}^{jkl}(r) + g_{pn}^{kls}(r) + g_{pn}^{kss}(r) \quad (18)$$

$$g_{pn}^{kj}(r) = g_{pn}^{kjl}(r) + g_{pn}^{kjs}(r) + g_{pn}^{kss}(r) \quad (19)$$

$$g_{mn}^{jk}(r) = g_{mn}^{jkl}(r) + g_{mn}^{kls}(r) + g_{mn}^{kss}(r) \quad (20)$$

$$g_{mn}^{kj}(r) = g_{mn}^{kjl}(r) + g_{mn}^{kjs}(r) + g_{mn}^{kss}(r) \quad (21)$$

$$\begin{aligned} g_{pn}^{jkl}(r) &= - \sum_{m=-\infty}^{\infty} (\mu_{n-(m+1)}^j \mu_{m+1}^k - T_{jk} \mu_{n-m}^j \mu_m^k) \\ & \quad + \mu_{n-(m-1)}^j \mu_{m-1}^k J_{n-m}(k_1^j r) J_m(k_1^k r) \quad \cdots (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{pn}^{kls}(r) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} (\mu_{n-(m+1)}^k \mu_{m+1}^l \alpha_{m+1}^k - T_{jk} \mu_{n-m}^k \mu_m^l \alpha_m^k) \\ & \quad + \mu_{n-(m-1)}^k \mu_{m-1}^l \alpha_{m-1}^k J_{n-m}(k_1^k r) H_m^{(1)}(k_1^l r) \\ & \quad + \sum_{m=-\infty}^{\infty} (\mu_{n-(m+1)}^k \mu_{m+1}^l \alpha_{n-(m+1)}^j - T_{jk} \mu_{n-m}^k \mu_m^l \alpha_{n-m}^j) \\ & \quad - T_{jk} \mu_{n-m}^k \mu_m^l \alpha_{n-m}^j \\ & \quad + \mu_{n-(m-1)}^k \mu_{m-1}^l \alpha_{n-(m-1)}^j H_{n-m}^{(1)}(k_1^k r) J_m(k_1^l r) \quad \cdots (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{pn}^{kss}(r) &= - \sum_{m=-\infty}^{\infty} (\mu_{n-(m+1)}^k \mu_{m+1}^s \alpha_{n-(m+1)}^k \alpha_{m+1}^s \\ & \quad - T_{jk} \mu_{n-m}^k \mu_m^s \alpha_{n-m}^k \alpha_m^s) \\ & \quad + \mu_{n-(m-1)}^k \mu_{m-1}^s \alpha_{n-(m-1)}^k \alpha_{m-1}^s \\ & \quad \cdot H_{n-m}^{(1)}(k_1^k r) H_m^{(1)}(k_1^s r) \quad \cdots (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{mn}^{jkl}(r) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{ \mu_{n-(m+1)}^j \mu_{m+1}^k + T_{jk} \mu_{n-m}^j \mu_m^k \\ & \quad + \mu_{n-(m-1)}^j \mu_{m-1}^k \} J_{n-m}(k_1^j r) J_m(k_1^k r) \quad \cdots (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{mn}^{kls}(r) &= - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{ \mu_{n-(m+1)}^k \mu_{m+1}^l \beta_{n-(m+1)}^k + T_{jk} \mu_{n-m}^k \mu_m^l \beta_{n-m}^k \\ & \quad + \mu_{n-(m-1)}^k \mu_{m-1}^l \beta_{n-(m-1)}^k \} J_{n-m}(k_1^k r) H_m^{(2)}(k_1^l r) \\ & \quad - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{ \mu_{n-(m+1)}^k \mu_{m+1}^l \alpha_{n-(m+1)}^j + T_{jk} \mu_{n-m}^k \mu_m^l \alpha_{n-m}^j \\ & \quad + \mu_{n-(m-1)}^k \mu_{m-1}^l \alpha_{n-(m-1)}^j \} H_{n-m}^{(1)}(k_1^k r) J_m(k_1^l r) \quad \cdots (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{mn}^{kss}(r) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{ \mu_{n-(m+1)}^k \mu_{m+1}^s \alpha_{n-(m+1)}^k \beta_{n-(m+1)}^s \\ & \quad + T_{jk} \mu_{n-m}^k \mu_m^s \alpha_{n-m}^k \beta_{n-m}^s \\ & \quad + \mu_{n-(m-1)}^k \mu_{m-1}^s \alpha_{n-(m-1)}^k \beta_{n-(m-1)}^s \} \\ & \quad \cdot H_{n-m}^{(1)}(k_1^k r) H_m^{(2)}(k_1^s r) \quad \cdots (27) \end{aligned}$$

ここで、 T_{jk} は次式で与えられる。

$$T_{jk} = 2 \tanh k_1^j d \tanh k_1^k d - \frac{k_1^j}{k_1^k} (1 - \tanh^2 k_1^k d) \quad \cdots (28)$$

同様に、式 (16) と式 (17) 中の $g_{pn}^{jk}(r)$ と $g_{mn}^{kj}(r)$ の表示式は、式 (22)～(27) 内の T_{jk} の代わりに次式で与えられる T_{kj} を使うことにより求めることができる。

$$T_{kj} = 2 \tanh k_1^k d \tanh k_1^j d - \frac{k_1^j}{k_1^k} (1 - \tanh^2 k_1^j d) \quad \cdots (29)$$

2.2 2次近似解の誘導

回折散乱波の速度ポテンシャルは、式 (30) と式 (31) に示すように、拘束波成分 (下添字 L) と自由波成分 (下添字 F) の和となる。

$$\phi_p^{jk}(r, \theta, z) = \phi_{pL}^{jk}(r, \theta, z) + \phi_{pR}^{jk}(r, \theta, z) \quad \cdots \cdots (30)$$

$$\phi_m^{jk}(r, \theta, z) = \phi_{mL}^{jk}(r, \theta, z) + \phi_{mR}^{jk}(r, \theta, z) \quad \cdots \cdots (31)$$

自由表面境界条件式(4)，(5)と底面の不透過条件式(6)，(7)を満たすように解を求めると，回折散乱波の速度ポテンシャルの拘束波成分の和の成分と差の成分は以下のように表示できる。

$$\begin{aligned} \phi_{pL}^{jk}(r, \theta, z) \\ = -\frac{ig}{8} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \left\{ \frac{1}{\sigma_k} \varphi_{pnl}^{jk}(r, z) + \frac{1}{\sigma_j} \varphi_{pnl}^{kj}(r, z) \right\} e^{in\theta} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (32)$$

$$\begin{aligned} \phi_{mL}^{jk}(r, \theta, z) \\ = \frac{ig}{8} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \left\{ \frac{1}{\sigma_k} \varphi_{mnl}^{jk}(r, z) - \frac{1}{\sigma_j} \varphi_{mnl}^{kj}(r, z) \right\} e^{in\theta} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (33)$$

ここで， φ_{pnl}^{jk} ， φ_{pnl}^{kj} ， φ_{mnl}^{jk} ， φ_{mnl}^{kj} はそれぞれ以下のように与えられる。

$$\varphi_{pnl}^{jk}(r, z) = G_p^{jk} \frac{\cosh(k_l' + k_l^k)(z+d)}{\cosh(k_l' + k_l^k)d} g_{pn}^{jk}(r) \quad \cdots \cdots (34)$$

$$\varphi_{pnl}^{kj}(r, z) = G_p^{jk} \frac{\cosh(k_l' + k_l^k)(z+d)}{\cosh(k_l' + k_l^k)d} g_{pn}^{kj}(r) \quad \cdots \cdots (35)$$

$$\varphi_{mnl}^{jk}(r, z) = G_m^{jk} \frac{\cosh(k_l' - k_l^k)(z+d)}{\cosh(k_l' - k_l^k)d} g_{mn}^{jk}(r) \quad \cdots \cdots (36)$$

$$\varphi_{mnl}^{kj}(r, z) = G_m^{jk} \frac{\cosh(k_l' - k_l^k)(z+d)}{\cosh(k_l' - k_l^k)d} g_{mn}^{kj}(r) \quad \cdots \cdots (37)$$

$$G_p^{jk} = \frac{g}{g(k_l' + k_l^k) \tanh(k_l' + k_l^k)d - (\sigma_j + \sigma_k)^2} \quad \cdots \cdots (38)$$

$$G_m^{jk} = \frac{g}{g(k_l' - k_l^k) \tanh(k_l' - k_l^k)d - (\sigma_j - \sigma_k)^2} \quad \cdots \cdots (39)$$

以上の拘束波成分の解は基礎方程式(2)，(3)を完全には満たさない近似解であるが，規則波を対象に2次近似解と実験値を比較した村上ら(1993)の結果から，実用上，十分な精度を有していると考えられる。

式(32)と(33)を式(30)と(31)に代入し，円筒表面の不透過条件式(8)と(9)を満たすように係数を決定すると自由波成分は次式となる。

$$\begin{aligned} \phi_{pR}^{jk}(r, z) = -\frac{ig}{8} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{\cosh k_p^{jk}(z+d)}{\cosh k_p^{jk}d} E_{pn,0}^{jk} H_n^{(1)}(k_p^{jk}r) \right. \\ \left. + \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\cos \kappa_{p,s}^{jk}(z+d)}{\cos \kappa_{p,s}^{jk}d} E_{pn,s}^{jk} K_n(\kappa_{p,s}^{jk}r) \right\} e^{in\theta} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (40)$$

$$\begin{aligned} \phi_{mR}^{jk}(r, z) = -\frac{ig}{8} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{\cosh k_m^{jk}(z+d)}{\cosh k_m^{jk}d} E_{mn,0}^{jk} H_n^{(1)}(k_m^{jk}r) \right. \\ \left. + \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\cos \kappa_{m,s}^{jk}(z+d)}{\cos \kappa_{m,s}^{jk}d} E_{mn,s}^{jk} K_n(\kappa_{m,s}^{jk}r) \right\} e^{in\theta} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (41)$$

ここで， K_n は n 次の第2種変形ベッセル関数であり， k_p^{jk} ， $\kappa_{p,s}^{jk}$ および k_m^{jk} ， $\kappa_{m,s}^{jk}$ はそれぞれ，

$$(\sigma_j + \sigma_k)^2 = g k_p^{jk} \tanh k_p^{jk} d = -g \kappa_{p,s}^{jk} \tan \kappa_{p,s}^{jk} d \quad \cdots \cdots (42)$$

$$(\sigma_j - \sigma_k)^2 = g k_m^{jk} \tanh k_m^{jk} d = -g \kappa_{m,s}^{jk} \tan \kappa_{m,s}^{jk} d \quad \cdots \cdots (43)$$

を満たす正の固有値である。また，式(40)，(41)中の係数 E は円筒表面の不透過条件より，それぞれ以下のようになる。

$$\begin{aligned} E_{pn,0}^{jk} = -\frac{\cosh k_p^{jk}d}{\cosh(k_l' + k_l^k)d} Z_0^p \left(\frac{1}{\sigma_k} g_{pn}^{jk}(a) + \frac{1}{\sigma_j} g_{pn}^{kj}(a) \right) \\ \cdot \frac{G_p^{jk}}{k_p^{jk} H_n^{(1)}(k_p^{jk}a)} \quad \cdots \cdots (44) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{pn,s}^{jk} = -\frac{\cos \kappa_{p,s}^{jk}d}{\cosh(k_l' + k_l^k)d} Z_s^p \left(\frac{1}{\sigma_k} g_{pn}^{jk}(a) + \frac{1}{\sigma_j} g_{pn}^{kj}(a) \right) \\ \cdot \frac{G_p^{jk}}{\kappa_{p,s}^{jk} K_n(\kappa_{p,s}^{jk}a)} \quad \cdots \cdots (45) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{mn,0}^{jk} = -\frac{\cosh k_m^{jk}d}{\cosh(k_l' - k_l^k)d} Z_0^m \left(\frac{1}{\sigma_k} g_{mn}^{jk}(a) - \frac{1}{\sigma_j} g_{mn}^{kj}(a) \right) \\ \cdot \frac{G_m^{jk}}{k_m^{jk} H_n^{(1)}(k_m^{jk}a)} \quad \cdots \cdots (46) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{mn,s}^{jk} = -\frac{\cos \kappa_{m,s}^{jk}d}{\cosh(k_l' - k_l^k)d} Z_s^m \left(\frac{1}{\sigma_k} g_{mn}^{jk}(a) - \frac{1}{\sigma_j} g_{mn}^{kj}(a) \right) \\ \cdot \frac{G_m^{jk}}{\kappa_{m,s}^{jk} K_n(\kappa_{m,s}^{jk}a)} \quad \cdots \cdots (47) \end{aligned}$$

$$Z_0^p = \frac{\int_{-d}^0 \cosh(k_l' + k_l^k)(z+d) \cosh k_p^{jk}(z+d) dz}{\int_{-d}^0 \{\cosh k_p^{jk}(z+d)\}^2 dz} \quad \cdots \cdots (48)$$

$$Z_s^p = \frac{\int_{-d}^0 \cosh(k_l' + k_l^k)(z+d) \cos \kappa_{p,s}^{jk}(z+d) dz}{\int_{-d}^0 \{\cos \kappa_{p,s}^{jk}(z+d)\}^2 dz} \quad \cdots \cdots (49)$$

$$Z_0^m = \frac{\int_{-d}^0 \cosh(k_l' - k_l^k)(z+d) \cosh k_m^{jk}(z+d) dz}{\int_{-d}^0 \{\cosh k_m^{jk}(z+d)\}^2 dz} \quad \cdots \cdots (50)$$

$$Z_s^m = \frac{\int_{-d}^0 \cosh(k_l' - k_l^k)(z+d) \cos \kappa_{m,s}^{jk}(z+d) dz}{\int_{-d}^0 \{\cos \kappa_{m,s}^{jk}(z+d)\}^2 dz} \quad \cdots \cdots (51)$$

以上の式は，任意の2つの成分波の干渉に対する式であるため， j と k に関する総和をとれば，多方向不規則波の場合へ拡張できる(今井，1996)。

3. 水理実験

実験を，中部電力(株)電力技術研究所の平面水槽(30.0 m×23.0 m×1.2 m)で行った。同水槽には幅0.5 mの造波板42枚から構成される多方向造波装置が設置されている。

水槽内に半径 $a=30.0$ cm，高さ100 cmのアクリル製円筒模型を設置し，円筒内部に三分力計を取り付け， x 方向と y 方向の全波力 F_x ， F_y を計測した。同時に円筒前面(1点)，円筒側面(2点)および円筒後面(3点)の計6地点で電気容量式水位計を用いて水位変動を計測し

た。

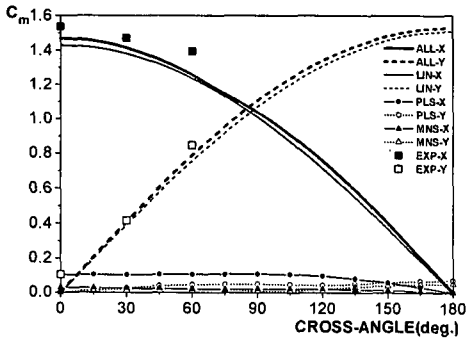
静水深を $d=70.0$ cm で一定とし、各成分波の波高を2種類 (4.0, 6.0 cm), 周期を5種類 (0.8, 1.2, 1.4, 1.8, 2.0 s), 2つの成分波の交差角を4種類 (0, 30, 60, 90度) 変化させた。なお、実験中越波は生じていない。

4. 計算結果と考察

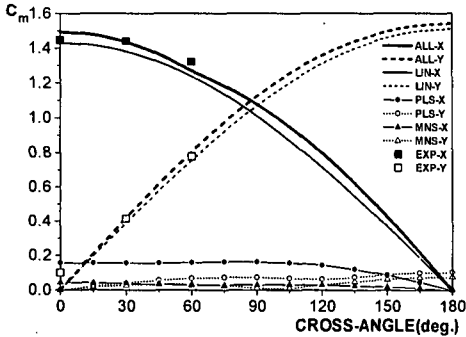
図-2 (a), (b), (c) は $ka=0.87$, $k^*a=1.89$, $d/a=2.33$ の条件の下で交差角の変化にともなう2成分斜交波の無次元平均波力 C_{mx} ($=2F_{mx}/\rho g \pi a^2 \bar{H}_i$; $\bar{H}_i$: 入射波高の平均値, 添字 m は平均値を示す) と C_{my} ($=$

$2F_{my}/\rho g \pi a^2 \bar{H}_i$) の変動特性を图示したものである。図中の凡例で, ALL は2次近似解, LIN は線形解, PLS は2次オーダーの和の成分, MNS は2次オーダーの差の成分をそれぞれ表しており, 実線は x 方向成分, 破線は y 方向成分を示している。また, $\blacksquare$, $\square$ はそれぞれ x , y 方向の実験値である。なお, 計算では無限級数を20項までの有限級数で近似した。

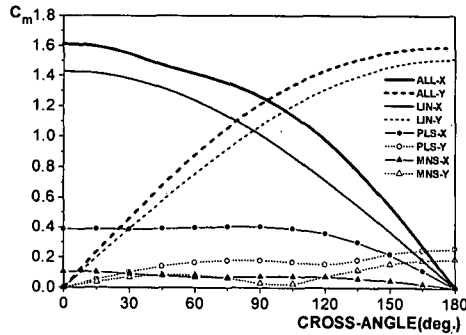
まず, 理論値を比較する。図-2(a) に示す場合は, 両成分波とも波形歪みが小さいために, 2次近似解と線形解とはあまり大きな差は見られないが, 図-2(b) と(c) に示すように, 波形歪みの増加に伴って2次オーダーの波力の成分が大きくなり, 2次近似解は最大15%程度線形解より大きくなる。これは波力を算定するときに水深方向の圧力の積分を線形理論では $-d \leq z \leq 0$ で行うのに対し, 非線形解では $-d \leq z \leq \eta$ で行うため, 平均水位上の作用波力が大きく寄与することが一因として挙げられる。実現象は更に非線形性が強くなるため実験値は



(a) $H/L_j=0.02$, $H^*/L_k=0.009$

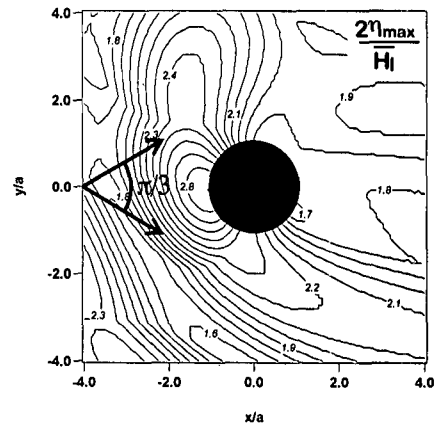


(b) $H/L_j=0.03$, $H^*/L_k=0.013$

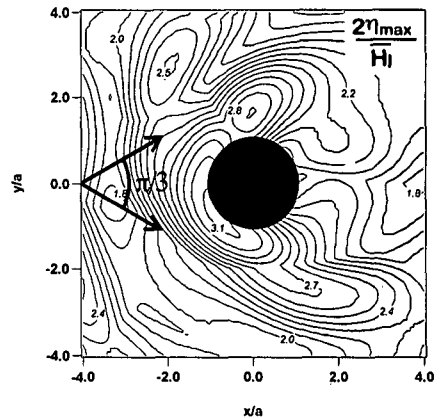


(c) $H/L_j=0.07$, $H^*/L_k=0.03$

図-2 交差角による無次元平均波力の変化
($ka=0.87$, $k^*a=1.89$, $d/a=2.33$)



(a) 線形解



(b) 2次近似解

図-3 無次元波峰高分布 ($ka=0.87$, $k^*a=0.42$, $H/L_j=0.03$, $H^*/L_k=0.01$, $\varphi_j - \varphi_k = \pi/3$)

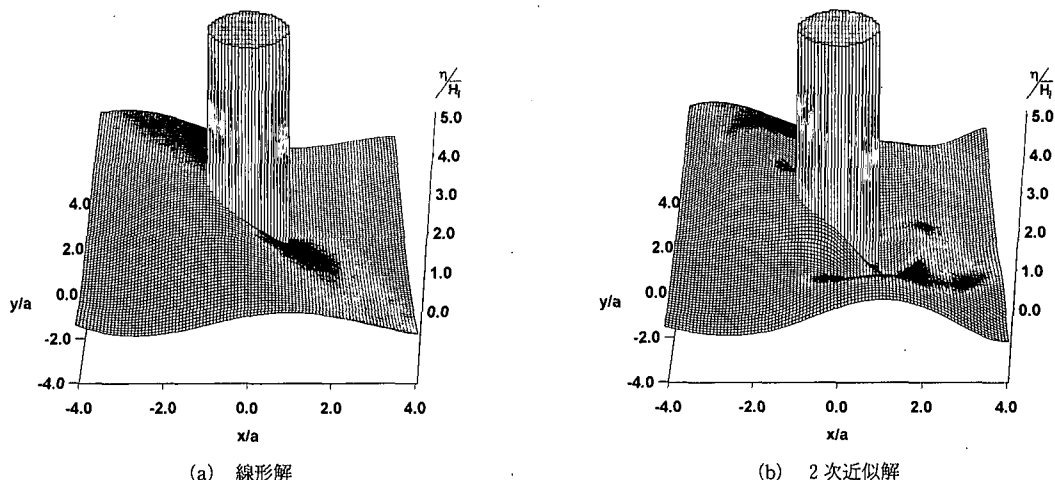


図-4 最大波力発生時の無次元水位の空間分布 ($ka=0.87$, $k^*a=0.42$, $H/L_j=0.06$, $H^*/L^*=0.03$, $\varphi_j-\varphi_k=\pi/3$)

全体的に2次近似解よりも大きい。線形解と比べると精度は向上している。したがって、より精度高い波力の予測には非線形理論の適用が必要であるといえる。

図-3(a), (b)は、 $ka=0.87$, $k^*a=0.42$, $H/L_j=0.03$, $H^*/L^*=0.01$, $\varphi_j-\varphi_k=\pi/3$, $d/a=2.33$ の場合の円筒周辺の無次元波峰高 $2\eta_{\max}/\bar{H}_l$ ($\eta_{\max}$: 静水面からの波峰高, 添字 m は平均値を示す) の空間分布を示したもので、(a)は線形解、(b)は2次近似解による計算結果である。線形解、2次近似解ともに、2つの入射波が円筒表面のそれぞれ $\theta=5\pi/6$ と $\theta=7\pi/6$ の位置に直角に入射するため、それらの付近で波峰高が高くなっている。しかし、線形解では波の入射点のちょうど中間点 ($\theta=\pi$) が最も高いのに対し、2次近似解では wave j の入射点 ($\theta=7\pi/6$) 付近が最も高くなっている。これは wave k の波形勾配が 0.01 であるのに対し、wave j が 0.03 と大きいいため非線形性がより強く、そのため円筒表面への打ち上げ高が大きくなったためであると考えられる。

図-4は $ka=0.87$, $k^*a=0.42$, $H/L_j=0.06$, $H^*/L^*=0.03$, $\varphi_j-\varphi_k=\pi/3$, $d/a=2.33$ の条件下での最大波力作用時の円筒周辺の無次元水位変動の空間分布を示したもので、(a)は線形解、(b)は2次近似解の計算値である。円筒前面領域ではあまり自由波の発達は認められず、2次近似解の結果は線形解に近く、水位の差もあまり明瞭ではない。しかし、円筒側面から後方にかけて2次近似解では自由波が発達するため水面が低下し、円筒背面の水位は線形解よりかなり低くなる。この現象は、円筒の前後の圧力差を増大させるものであり、波力における非線形性の影響の重要な要因の一つとして挙げられる。

4. 結 論

本研究で得られた主要な結論を以下に要約する。

- 1) 2成分斜交波動場に設置された大口径円筒による非線形回折散乱波の速度ポテンシャルの2次近似解を誘導した。本研究で誘導した解は解析的な形であるため、場の構造が明確に記述できる。
- 2) 2つの成分波が斜交する波動場における大口径円筒構造物周辺の水面変動の大きな特色は、特に円筒後面において2次のオーダーの自由波の影響が顕著になり、複雑な形状となることである。
- 3) 2次近似理論による波力の計算値は線形理論の値よりも大きく、実験値により近い値となる。
- 4) 本研究で誘導した2次近似解は容易に多方向不規則波動場へ拡張可能である。

最後になるが、水理実験を行うにあたり、中部電力(株)、中電工事(株)の多くの方に協力を賜った。ここに記して関係各位に感謝の意を表する次第である。また、本研究は、文部省科学研究費補助金(基盤研究(B)(2)) (研究代表者 名古屋大学 岩田好一郎)の助成を受けて行われたことを付記する。

参 考 文 献

- 今井 聡 (1996): 多方向不規則波動場における大口径円筒構造物による非線形2次近似回折波理論, 名古屋大学工学研究科修士論文, 26 p.
- 真田 武 (1995): 大口径円筒構造物による非線形2次近似回折波理論, 名古屋大学工学研究科修士論文, 35 p.
- 村上啓介・吉田明徳・入江 功 (1993): 任意断面形状の鉛直柱体と波の非線形干渉解析法, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 846-850.
- Kriebel, D. L. (1990): Nonlinear wave interaction with a vertical circular cylinder, Part I, Ocean Engineering, Vol. 1, No. 4, pp. 345-377.
- MacCamy, R. C. and R. A. Fuchs (1954): Wave forces on piles; A diffraction theory, Beach Erosion Board, Tech. Memo., No. 69, pp. 1-17.