

多成分不規則波と没水構造物の非線形干渉解析

吉田 明德*・村上 啓介**・山城 賢***

1. ま え が き

没水構造物あるいは海底地形の急変部などに波が入射する場合には、たとえ微小振幅波であっても、非線形干渉によってその背後には高次のオーダーの波（自由波）が励起し、場合によっては1次のオーダーの波と同程度あるいはそれ以上の振幅の波が励起する（例えば、小島ら、1989；大山ら、1992；梶山、1992）。しかも、小島ら（1989）が指摘したように、多成分波が入射する場合にはより活発に高次オーダーの波が励起されるため、うねりと風波が同時に入射する場合や、異なる起源のうねりが重なって入射する場合、あるいはより普遍的な不規則波が入射する場合などには、非線形干渉の影響が大きく現れることが考えられ、構造物近傍の波動場の精度良い推定には、多成分不規則波と構造物との非線形干渉を考慮した解析が必要である。

著者らは、グリーン公式と摂動展開を併用して、2成分入射波と没水構造物との2次のオーダーまでの非線形干渉の解析法を示した（吉田ら、1994）。多成分不規則波が対象であっても、2次のオーダーまでの非線形性を考える限り、解は多成分波を構成する個々の成分波間の非線形干渉の線形和で与えられるから、著者らが示した解析法はそのまま多成分不規則波の場合に拡張できる。ただし、無限級数に摂動展開される速度ポテンシャルを2次のオーダーまでの有限項で打ち切るため、入射波のエネルギーfluxと、干渉後の波のエネルギーfluxは一致せず、エネルギーfluxが保存されるよう解の補正をおこなうことが必要となる。

波と構造物との非線形干渉の解析法に関しては、非定常問題として解析する手法も開発されており（例えば、大山ら、1992；中村ら、1992）、これに付随して無反射境界条件に関する研究もおこなわれている。これらの解析法は、水面境界条件をそのままの形で数値計算に考慮するため、強非線形性の解析ができる点で優れている。しかも、解析法の性質上、波入力を多成分不規則波とする

だけで対応できる。しかしながら、多成分不規則波のように、幅広い周波数範囲の波に対応する完全な無反射境界を実現するのは困難で、加えて、不規則波の場合には長時間の計算が必要で、この間安定して計算が実行できるかは必ずしも明かではない。しかも、多成分波の場合には、入射波のパワーが比較的小さくても、個々の成分波の位相が同期するときに間欠的に砕波が生じる場合があり、水面変動を追跡する非定常問題としての解析法はその時点で計算が破綻すること考えられる。

なお、本文でも示すように、入射波のパワーが増大すると、渦による影響の方が2次以上の高次成分の影響よりも大きくなり、しかも砕波が生じると、ポテンシャル理論に基づく解析法では何らかの補正をおこなわない限り妥当な推定値は得られない。このような観点から著者らは、多成分不規則波と構造物との2次のオーダーまでの非線形干渉に、最終的には渦や砕波の影響を考慮できる、定常問題としての解析法を開発することを目的に研究をおこなっている。本文は、吉田ら（1994）らの解析法を多成分不規則波に拡張し、エネルギーfluxの補正のみをおこなった解の妥当性と適用性を水槽実験と比較して検討した結果を述べる。

2. 理論解析法の概説

図-1に示すような、一定水深 h の海域にある完全没水の構造物に、 x 軸の正方向より周波数が f_j （角周波数 σ_j ）、振幅が ζ_j 、位相が θ_j （ $j=1, \dots, N$ ）の多成分不規則波（ストークス波）が入射する場合を考える。流体運動は非

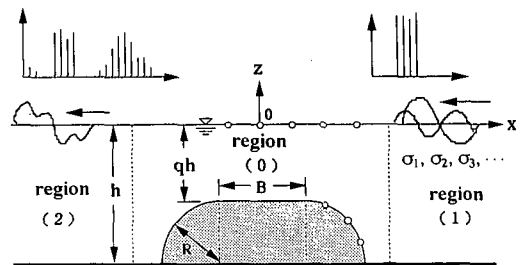


図-1 Definition Sketch

* 正 会 員 工 博 九州大学助教授 工学部建設都市工学科

** 正 会 員 工 博 九州大学助手 工学部建設都市工学科

*** 学生会員 九州大学大学院 建設都市工学科

圧縮で非粘性の完全流体による無渦運動で速度ポテンシャル $\phi(x, z, t)$ が存在し、成分波のうちの代表波の波形勾配を微小パラメーター $\varepsilon (=k\zeta)$ として次式のように展開できるものと仮定する。

$$\phi = \frac{g}{g\zeta} (\phi^{(1)}(x, z, t) + \varepsilon \phi^{(2)}(x, z, t) + \cdots) \quad \cdots (1)$$

ただし、上式中の k, σ, ζ は、それぞれ代表波の、波数、角周波数、振幅である。

1 次のオーダーの速度ポテンシャル $\phi^{(1)}(x, z, t)$ は、周波数成分が $\sigma_j (j=1, \cdots, N)$ の微小振幅波の速度ポテンシャルの線形和として次式で表される。

$$\phi^{(1)}(x, z, t) = \text{Re} \left[\sum_{j=1}^N \phi_j^{(1)}(x, z) e^{i\sigma_j t} \right] \quad \cdots (2)$$

式 (2) を 2 次のオーダーの水面境界条件 (例えば吉田ら, 1994) に代入し、周波数成分について整理すると $\phi^{(2)}(x, z, t)$ は次の形を取ることがわかる。

$$\begin{aligned} \phi^{(2)}(x, z, t) = \text{Re} \left[\sum_{i=1}^N \{ \phi_{ii}^{(2)}(x, z) + \phi_{ii}^{(2)}(x, z) \cdot e^{i\sigma_{ii} t} \} \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \{ \phi_{ij}^{(2)}(x, z) \cdot e^{i\sigma_{ij} t} \} \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \{ \bar{\phi}_{ij}^{(2)}(x, z) \cdot e^{i\sigma_{ij} t} \} \right] \quad \cdots (3) \end{aligned}$$

$\sigma_{ii}, \sigma_{ij}, \bar{\sigma}_{ij}$ はそれぞれ、基本周波数成分 $\sigma_j (j=1, \cdots, N)$ の倍周波数成分 $2\sigma_j$ 、異なる基本周波数成分 σ_i と σ_j の和の周波数成分 ($\sigma_i + \sigma_j$)、および差の周波数成分 ($\sigma_i - \sigma_j$) を意味する。なお、 $\phi_{ii}^{(2)}(x, z)$ は定常成分で、2 次のオーダーまでの水面波形や圧力には寄与しない。

改めて式 (2), (3) を水面境界条件に代入すると、ポテンシャル関数 $\phi_{ii}, \phi_{ij}, \bar{\phi}_{ij}$ に関する 2 次のオーダーの水面境界条件式が得られる。個々の周波数成分についての数値解析の方法は、2 成分入射波の場合 (吉田ら, 1994) とまったく同じである。

(1) エネルギー-flux の補正

理論上は、入射波のエネルギー-flux と、反射波と通過波のエネルギー-flux の和は一致するはずであるが、無限級数に摂動展開した速度ポテンシャルを有限項で打ち切るため、エネルギー-flux の保存は満足されない。摂動展開の手法を用いる限り、より高次のオーダーの解析をおこなおうとも、補正の程度が小さくて済むようになるだけで、厳密には常に補正が必要であると言える。いま、入射波の個々の成分波のエネルギー-flux を F_i 、反射波の基本周波数成分、2 次のオーダーの和の周波数成分 $\sigma_{ii} (i=j$ 成分を含む)、および差の周波数成分 $\bar{\sigma}_{ij}$ の波のエネルギー-flux をそれぞれ $F_{Ri}, F_{Rij}, \bar{F}_{Rij}$ で表し、同様に通過波に関してそれぞれ $F_{Ti}, F_{Tij}, \bar{F}_{Tij}$ で表すと、入射波の全エネルギー-flux F_I 、反射波の全エネルギー-flux F_R 、通過波の全エネルギー-flux F_T は次式で表される。

$$F_I = \sum_{j=1}^N F_{ij} \quad \cdots (4)$$

$$F_R = \sum_{j=1}^N F_{Rj} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N F_{Rij} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \bar{F}_{Rij} \quad \cdots (5)$$

$$F_T = \sum_{j=1}^N F_{Tj} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N F_{Tij} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \bar{F}_{Tij} \quad \cdots (6)$$

エネルギー-flux の保存は、入射波の F_I に対して、式 (5) と式 (6) の第 1 項の 1 次のオーダーのみで満足されるから、補正をしない場合の解は常に $F_I < F_R + F_T$ となる。そこで、干渉後の波の全 flux が入射波の全 flux と等しくなるように、補正係数 β を補正前の解析解より次式で定義する。

$$\beta = \frac{F_I}{F_R + F_T} \quad \cdots (7)$$

よって任意の周波数成分波の、補正後の振幅 ζ は、補正前の振幅を ζ より $\zeta = \sqrt{\beta} \cdot \zeta$ で与えられる。

3. 実験による検証

図-1 に示す形状の潜堤を対象に、2 成分波、3 成分波、5 成分波、10 成分波、および 20 成分波から成る多成分不規則波を用いた実験をおこない、水面振動のパワースペクトルを求めて解析解と比較した。実験水槽は幅 0.3 m、深さ 0.5 m、長さ 28 m で、一端に波吸収機能を備えた造波装置を有する 2 次元水路を用いた。水深 h は 38.6 cm に取り、潜堤の模型は高さ 26.2 cm ($q=0.3$)、幅 73.4 cm ($B/h=2.0$) の矩形潜堤の両端に半径 26.2 cm ($R/h=0.7$) の塩ビパイプの四分円を取り付けた形のものを用い、造波板から 12 m の位置の水路底面に固定した。2, 3, 5, 10 成分波の周波数の値を表-1 に示している。入射波を構成する各成分波の振幅はほぼ同じに取り、各成分波の位相は乱数を利用して 10 通りの組についておこなってその平均のパワースペクトルを算定した。

表-1 多成分波入射波の周波数

f (Hz)	kh	成分数			
		2	3	5	10
0.772	1.139			○	○
0.809	1.215		○	○	○
0.844	1.286	○	○	○	○
0.879	1.369	○	○	○	○
0.915	1.453			○	○
0.953	1.543				○
0.993	1.651				○
1.038	1.774				○
1.089	1.992				○
1.145	2.101				○

水深 $h = 38.6$ cm

20 成分波の場合には、有義周期 1.25 秒、有義波高 4 cm として得られる Bretschneider-Mitsuyasu スペクトルを周波数が 0.7 Hz ($kh=1.0$) から 1.1 Hz ($kh=2.0$) までを、等面積 (等パワー) で 20 分割して、各分割の中心の周波数を持つ 20 成分波を用い、乱数を用いて各成分波の位相が異なる 10 通りについて実験をおこなって、その平均のパワースペクトルを算定した。なお、実験の主たる目的は理論の検証にあることから、水路末端の消波装置からの反射の影響ができるだけ小さくなるよう、あらかじめ消波装置の反射率を測定し、成分波の周波数を、反射率が 0.05 程度以下となる $f > 0.7$ Hz ($kh > 1.0$) に取り、かつ基本周波数成分の上限を、干渉によって励起する 2 次のオーダーの和の周波数成分と重ならないように設定した。実験ではまず堤体を置かずに、堤体設置位置に 4 本の容量式波高計を 50 cm 間隔で設置して水面変動を測定し、ついで堤体を設置して、堤体後方 3 m の位置から同じく 50 cm 間隔で 4 本の波高計を設置して堤体がある場合の水面変動を測定した。測定はサンプリング間隔 10 Hz で 8192 個のデータをデジタルデータレコーダーに記録し、そのフーリエ解析 (データ個数 8192 個) をおこなって 4 本の波高計についてそれぞれパワースペクトルを算定し、その平均のパワースペクトルを求めた。

数値計算においては、仮想境界面を模型の中心より水深の 6 倍離してとり、対象とする周波数にかかわらず分割要素の長さを水深の 1/20 に固定して計算をおこなった。計算入力に用いる各成分波の振幅は、実験で得られた入射波のスペクトルを個々の成分波の周波数近傍で積分し、それと同じパワーを持つ単一成分規則波の振幅を各成分波についてそれぞれ算定して用いた。なお、理論解は 2 次のオーダーの成分波の振幅と位相を与えるから、それよりパワースペクトルが直接算定できる。しかし、個々の成分波の周波数間隔が同じとはならないから、等しい周波数間隔でスペクトルが得られる実験値との比較が不便である。そこで、理論より水面変動の時系列を求め、その FFT 解析をおこなって得たパワースペクトルを用いて実験値との比較をおこなっている。また、実験値と理論値のパワースペクトルはすべて、入射波のパワースペクトル $S(f)$ を積分して得られる全パワー S_t を成分波の個数で割って、入射波を構成する成分波の平均のパワー $\bar{S}$ で正規化して示している。各成分波の振幅を同じに取った造波信号を実験に用いたので、各成分波のパワーはこの平均パワー $\bar{S}$ とほぼ等しい。

図-2 は、2 成分波の場合について、成分波の振幅を段々と大きくしていった場合の、実験値と理論値の比較を示している。図中の $\bar{A}$ は平均パワー $\bar{S}$ と同じパワーを持つ単一成分規則波の振幅値である。この振幅値を小

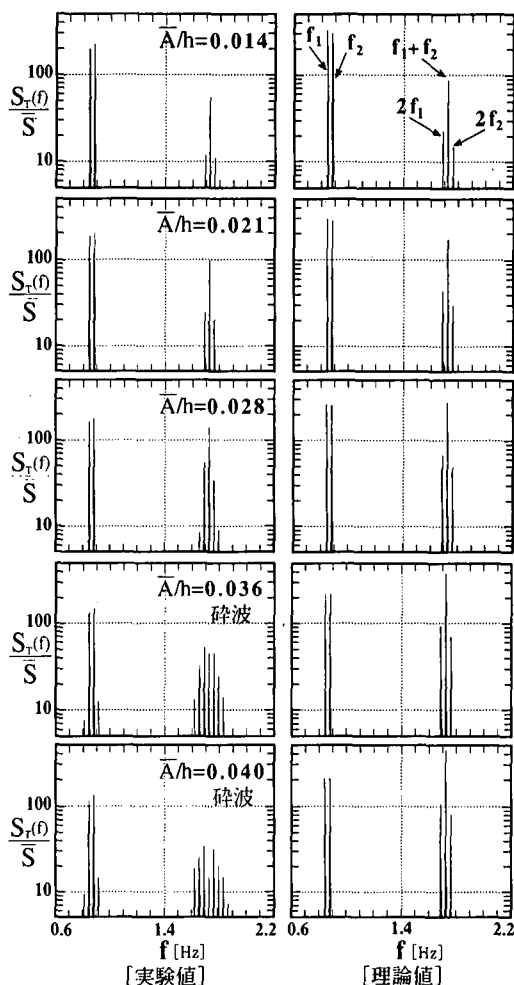


図-2 通過波のパワースペクトル (2 成分)

さな値から大きく碎波が生じる値まで、10 通りに変化させて実験をおこなった結果のうちの 5 ケースについて示している。 $\bar{A}/h=0.036$ と $\bar{A}/h=0.04$ の場合は、堤体上で碎波が生じ、 $\bar{A}/h=0.04$ の場合はかなり激しく碎波する。入射波の振幅が小さい場合には、2 次のオーダーの成分しか有意の量として現れないが、碎波が生じる直前の波高 $\bar{A}/h=0.028$ の場合を見ると、基本周波数成分 (f_1, f_2) と 2 次オーダーの和の周波数成分 ($2f_1, f_1+f_2, 2f_2$) の近傍に高次のオーダーの成分波が生じているのが見られる。山城ら (1995) は、単一成分波を用いた実験をおこなって、波高が増大し碎波を生じるようになると、碎波の程度は小さくても高次のオーダーの成分波は急激に減少することを示している。2 成分波の場合にも、碎波が生じると 2 次のオーダーの和の周波数成分 ($2f_1, f_1+f_2, 2f_2$) は急激に減少する。単一成分波が入射する場合と大きく異なるのは、($2f_1, f_1+f_2, 2f_2$) の近傍の ($3f_1-f_2, 3f_2-f_1, \dots$) 等の 4 次、6 次のオーダーの成分波が ($2f_1, f_1+f_2, 2f_2$) の成分

波と同程度になり、2次のオーダーの和の周波数成分近傍で励起する成分波の周波数範囲が広がることである。単一成分規則波の場合には、基本周波数成分の倍周波数成分しか励起しないのに較べると、わずかに成分波がひとつ増えるだけであるが、2成分波が入射する場合には高次干渉の様相は一変する。これについては、すでに小島ら (1989) が指摘しているところである。理論値は2次のオーダーまでであるから ($3f_1 - f_2, 3f_2 - f_1, \dots$) などの周波数成分の励起を推定することはできないが、砕波が生じない波高の入射波に対しては2次以上の成分波の励起は小さく、理論値はかなり現象を良く表現できると言える。

図-3は5成分入射波の場合についての比較で、実験ではそれほど激しくはないが砕波が生じている。成分波の個数が増えると、和の周波数成分同士がほぼ同じ周波数となる場合が生じるから、基本周波数成分の位相の組み合わせによっては、特定の周波数成分の振幅が大きくなる場合も生じ、高周波数域のスペクトルが変化する (ただし、基本周波数成分の全パワー、および2次のオーダーの成分波の全パワーはほとんど変化しない)。図-3は、10通りの異なる位相の組み合わせについて平均して得られたスペクトルについて比較している。入射波のパワーが比較的大きく、和の周波数成分近傍で4次および6次のオーダーの成分波が励起するため、山状のすそを引くスペクトル形状を示すが、4次、6次成分のパワーはオーダーが一つ小さく、理論値は実験値をかなり良く表せていると言える。なお、2.章で述べたように、理論値は入射波のエネルギーfluxと、構造物との干渉後の波のすべてのエネルギーfluxが一致するように各成分波を補正した結果である。この補正の効果を図-4に示した。

図-4は2, 5, 10成分波の場合について、それぞれ基

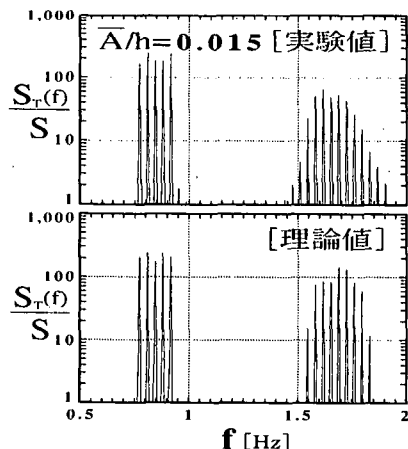


図-3 通過波のパワースペクトル (5成分)

本周波数成分についてのスペクトルの積分値 $S_i^{(1)}$ と、2次オーダーの和の周波数成分 (例えば3成分の場合は $2f_1 \sim 2f_3$) についての積分値 $S_i^{(2)}$ を求め、入射波のスペクトルの積分値 S_1 との比の平方根を示したものである。実線で示したのは、補正をしない場合の理論値で、振動展開の理論通りに1次のオーダーでは波高の増大にかかわらず一定値を取り、2次のオーダーでは波高に比例して増大する。点線で示すのが補正をおこなった理論値で、黒丸印と白丸印が実験値である。いずれの場合も、エネルギーfluxの補正をおこなうことによって実験値をよりよく表わせることがわかる。ただし、波高が増大するにつれて和の周波数成分では理論値と実験値の差が増大し、さらに砕波が生じると実験値に対して理論値は過大な推定値を与えるようになる。これに対して、基本周波数成分については砕波が生じてでも理論値は実験値を良く表している。このことは、ポテンシャル理論上は2次のオーダーに移行すべきエネルギーが砕波によって失われていることを示している。

3次のオーダーまでは煩雑さを厭わなければ解析を実行するのは可能で、金ら (1994) は1成分波の場合について、吉田ら (1989) の方法を3次のオーダーに拡張した解析を示している。ただし、和の周波数成分は2次のオーダーが卓越しており、3次のオーダーまでの解析の

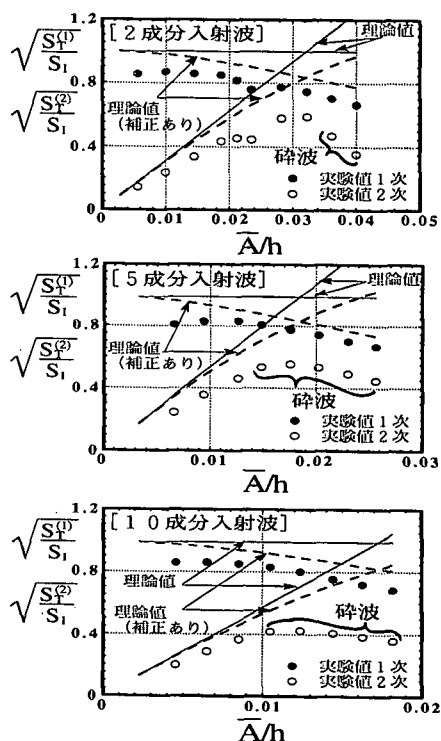


図-4 エネルギー flux の補正の効果

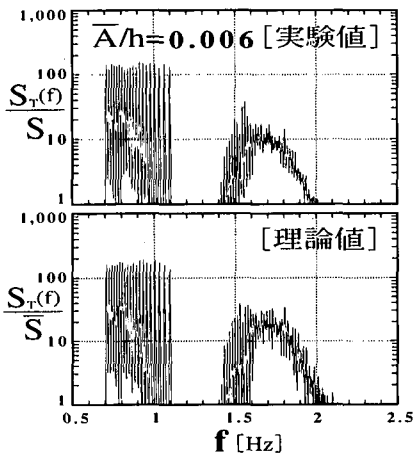


図-5 通過波のパワースペクトル (20 成分)

意義は、差の成分 ($f_1, f_2, 2f_1 - f_2, 2f_1 - f_2$) のうちの、特に (f_1, f_2) 成分を推定することによって、エネルギー-flux の保存をより厳密に表せる点にあると言える。しかし、図-4 が示すように、両者の差異には、解析の次数の違い以上に構造物周辺の渦や砕波による影響の方が大きく、多成分不規則波を対象とする場合には、3 次のオーダーの解析に拡張するよりは、渦によるエネルギー損失や砕波の効果を便宜的にでも解析に考慮できることの方が現実問題への適用を考えると意味があるように思われる。

図-5 は、Bretschneider-Mitsuyasu スペクトルにもとづく 20 成分波についての、実験値と理論値の比較である。理論値も実験値と同様に 10 通りの位相の組について計算をおこなって得られる水面変動のパワースペクトルの平均値である。成分波の個数が増えると、3 次以上の高次成分も、基本周波数成分および 2 次のオーダーの和の周波数成分と重なってしまいその影響の程度は明確でなくなる。この場合は砕波は生じておらず、渦によるエネルギー損失の影響で実験値の方が小さく現れてはいるが、理論値は実験値をよく表している。

4. あとがき

得られた結果を要約すると次のようである。

(1) 多成分波が入射する場合の非線形干渉の様相は、単一成分波が入射する場合と大きく異なったものとなる。2 次のオーダーの和の周波数成分の近傍に 4 次および 6 次の差の周波数成分 ($3f_1 - f_2, 3f_2 - f_1, \dots$ 等) が励起

し、また、基本周波数成分近傍に 3 次と 5 次の差の周波数成分 ($2f_1 - f_2, 2f_2 - f_1, \dots$ 等) が励起する。ただし、和の周波数成分波 ($3f_1, 3f_2, \dots, 2f_1 + f_2, f_1 + 2f_2, \dots$ 等) の励起は非常に小さい。

(2) 多成分入射波の全エネルギー-flux と、干渉後の波の全エネルギー-flux が一致するように理論値の補正をおこなって実験値と比較した結果、構造物上で砕波が生じ無い程度のパワーの入射波に対しては、補正によって定量的にもかなり良く現象を推定できることがわかった。

(3) エネルギー-flux の補正をおこなっても、砕波が生じると和の周波数成分の理論値は、実験値に対して過大な推定値を与える。しかし、基本周波数成分については、補正をおこなうことによって砕波の有無にかかわらず非常に良い推定値を与えることから、ポテンシャル理論上は 2 次のオーダーに移行すべきエネルギーが砕波によって失われていることを示している。

(4) 入射する波のパワーが大きくなると、実験値と理論解との差異には、解析の次数の違い以上に構造物周辺の渦や砕波による影響の方が大きくなる。したがって多成分不規則波に対しては、さらに高次のオーダーの解析に拡張するよりは、2 次のオーダーまでの非線形性に加えて、渦や砕波の効果を便宜的にでも解析に考慮できることの方が現実問題への適用を考えると意味があるように思われる。

参考文献

- 大山 功・灘岡和夫 (1992): 潜堤を通過する非線形波列の分裂現象の解析, 土木学会論文集, No. 450/II-20, pp. 31-40.
- 金 度三・川崎浩司・岩田好一朗 (1994): 圧気型構造物による非線形波浪に関する研究, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp. 636-640.
- 小島治幸・井島武士 (1989): 没水水平版による波の分裂と波浪制御に関する研究, 海岸工学論文集, 第 36 巻, pp. 529-533.
- 樺山 勉 (1992): 潜堤による非線形波の分裂に関する数値解析, 海岸工学論文集, 第 39 巻, pp. 626-630.
- 中村孝明・田中良弘 (1992): 非線形波動場における係留浮体の有限振幅運動, 海岸工学論文集, 第 39 巻, pp. 776-780.
- 山城 賢・吉田明徳・村上啓介 (1995): 波と没水構造物の非線形干渉に関する実験的研究, 土木学会年次学術講演会概要集, pp. 692-693.
- 吉田明徳・村上啓介・小島治幸・鶴本良博 (1989): グリーン公式による有限振幅波の定常境界値問題解析法, 海岸工学論文集, 第 36 巻, pp. 469-473.
- 吉田明徳・村上啓介・高比良智成 (1994): 2 成分ストークス波と構造物との非線形干渉解析法, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp. 736-740.