

海水の圧縮性と鉛直共鳴による海面変動の増幅メカニズム

泉 宮 尊 司*・阿 部 宏 之**

1. 緒 論

これまでの海岸工学の研究の中で、流体の圧縮性を考慮した取扱いを行ってきたのは、地震時動水圧、海震現象および海底地盤の応答を解析する時のみであった（たとえば、田中、1983、清川・稲田、1989）。しかしながら、これらの研究が進むにつれて、流体の圧縮性の影響が現れるのは、水深や現象を代表する時間または周期に依存し、圧縮波の波長と代表水深との比がおおよそ0.1以上の時であることが分かってきた（清川、1984、泉宮・田辺、1995）。したがって、上述の3つの現象だけでなく、衝撃砕波圧や津波の発生過程においても流体の圧縮性の影響が無視できないこともあることが予想される。

これまでの津波の実用的な計算法では、海水を非圧縮であると仮定するのが一般的となっている。しかしながら、立ち上がり時間が短い場合や震源域が水深1000 m以上の深い海底を含む場合には、海水の圧縮性の影響が現れる可能性がある。このことは、地震時動水圧の解析結果からも推察されることで、発生する動水圧の大きさは静水圧または水深にほぼ比例し、水深が非常に大きい場合には、流体の圧縮のエネルギーも無視できないほどになるからである。また、圧縮性を考慮することによって、圧力変動が波動として伝搬することから、震動周期によっては、鉛直方向の共鳴現象が生じ、大きな海面変動が発生することも考えられる。そこで本研究では、海水の圧縮性を考慮した海底振動による海水面応答の数値シミュレーションを行い、圧縮性や鉛直方向の共鳴による海面変動の増幅メカニズムを調べることにする。

2. 流体の圧縮性の影響

流体の圧縮性の影響が効くであろうと思われる現象には、地震時動水圧、海震現象、衝撃砕波圧や津波の発生時が考えられる。図-1は、諸現象とその代表時間を示している。この図には、津波の周期、可聴音域および各種マグニチュードを決定する際の代表的な地震波の周期（川崎ら、1993）も示している。一般に、津波の周期は数

分以上と長い、津波の発生は食い違い時間や断層破壊時間でおおよそ決まり、1 sから100 s程度と比較的に短い作用時間を含み、海震や地震時動水圧の発生と類似した代表時間をもつことが分かる。一方、衝撃砕波圧の発生は他の現象とは少し異なり、その代表時間（作用時間）が1/1000 sから1/100 sと極めて短く、所定の音圧レベルがあれば可聴音域に入る現象である。

地震時動水圧のこれまでの研究により、流体の圧縮性の影響が効いてくるのは、代表水深と圧縮波の波長との比の値がおおよそ0.1以上の時である。すなわち、流体中の音速を C_s 、代表周期を T 、代表水深を h とすると、 $\kappa = h/C_s T \geq 0.1$ の条件を満たす時である。

この関係式は、次のように考えても導かれる。いま、次の3次元圧縮波の波動方程式を考える。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - C_s^2 \nabla^2 \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 ϕ は速度ポテンシャル、 t は時間である。ここで、現象の代表時間を T 、代表長さが水深 h で与えられるものとしよう。これらを用いて、時間および座標系を無次元化し、

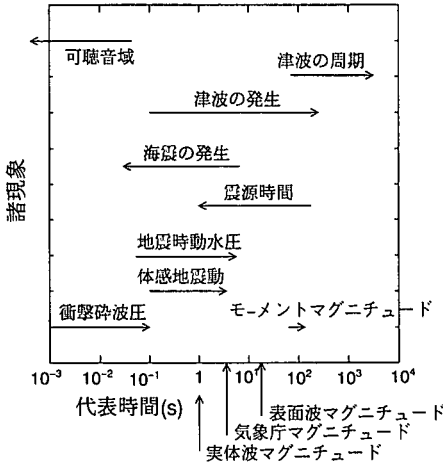
$$t' = t/T, \quad (x', y', z') = (x/h, y/h, z/h) \quad \dots\dots\dots (2)$$

式(1)に代入すると、次式を得る。

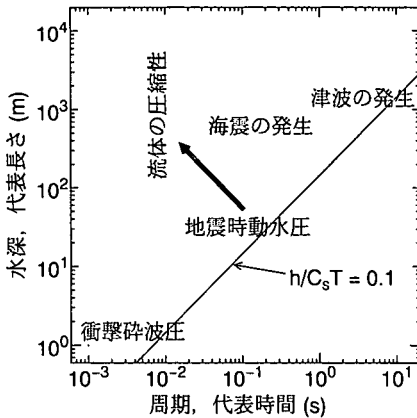
$$\kappa^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial t'^2} - \nabla'^2 \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $\kappa = h/C_s T$ である。もし κ が、 $\kappa \ll 1$ の時には、 $\nabla'^2 \phi = 0$ となり、非圧縮性流体として取り扱うことができる。式(3)の第1項が有意となる条件が、 $\kappa = h/C_s T \geq 0.1$ であると解釈できる。

図-2には、諸現象の代表水深と周期または代表時間との関係を示している。図中には、 $h/C_s T = 0.1$ の関係も実線で示している。この実線の左上側の領域は、 $\kappa = h/C_s T \geq 0.1$ となる領域で、圧縮性の影響が効いてくる領域である。この図より、水深が1000 m以上で発生する海震は明らかに流体の圧縮性の影響があり、地震時動水圧、衝撃砕波圧および津波の発生については、振動周期あるいは作用時間によっては、圧縮性を考慮しなければならない領域にあることが分かる。



図一 諸現象とその代表時間



図二 諸現象の代表水深と代表時間

3. 海面変動の数値計算法

いま、水深 h の海底に震源域がある場合を想定し、流体の圧縮性を考慮した時の海底地震による海面変動の応答特性を調べることにする。ここでは、様々な周波数成分をもつ地震波に対する海水運動の線形的応答を取扱うことにする。この場合、3次元波動方程式のフーリエ変換式を利用して、その周波数あるいは対応する周期に対する応答を調べることができる。したがって、基礎方程式には、3次元 Helmholtz 方程式を用い、グリーン関数を使って海面変動を求めることにする。3次元 Helmholtz 方程式に対するグリーン関数は、固定表面条件においては中村ら (1992) によって求められているが、このグリーン関数は比較的高周波数振動に対応するもので、海面変動の応答を計算する本研究の目的にはそぐわない。そこで本研究では、自由表面境界条件および放射条

件を満たす清川 (1995) によるグリーン関数を用いることにした。そのグリーン関数 $G(x, y, z, \xi, \eta, \zeta)$ は次式で与えられる。

$$G = \frac{i(k_0^2 - \nu^2)}{2[h(k_0^2 - \nu^2) + \nu]} \cosh k_0(h + \zeta) \cdot \cos k_0(h + z) H_0^{(1)}(\lambda_0 R) + \sum_{n=1}^s \frac{i(k_n^2 + \nu^2)}{2[h(k_n^2 + \nu^2) - \nu]} \cos k_n(h + \zeta) \cdot \cos k_n(h + z) H_0^{(1)}(\lambda_n R) + \sum_{n=s+1}^{\infty} \frac{i(k_n^2 + \nu^2)}{\pi[h(k_n^2 + \nu^2) - \nu]} \cos k_n(h + \zeta) \cdot \cos k_n(h + z) K_0(\lambda_n R) \dots (4)$$

ここに、 $R = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}$ であり、 x および y は水平座標、 z は静水面を原点にとった鉛直座標を示し、 $H_0^{(1)}(x)$ は第1種0次のハンケル関数、 $K_0(x)$ は第2種0次の変形ベッセル関数である。 $\nu = \omega^2/g$, g は重力加速度、 ω は角振動数、 k_0 および k_n は次の関係を満たす波数である。

$$\omega^2 = g k_0 \tanh k_0 h, \quad \omega^2 = -g k_n \tan k_n h \dots (5)$$

λ_n および λ_n' は、

$$\lambda_n^2 = \left(\frac{\omega}{C_s}\right)^2 - k_n^2, \quad n \leq s \dots (6)$$

$$\lambda_n'^2 = k_n^2 - \left(\frac{\omega}{C_s}\right)^2, \quad n > s \dots (7)$$

で与えられ、 s は式 (6) の右辺が正である最大の n の値である。

式 (4) において、右辺第1項が自由表面の存在による進行波成分を表し、第2項が圧縮性進行波と呼ばれる成分であり、第3項が減衰定常波である。固定表面の条件のもとでは、第1項は存在しない。ここで、海底の振動領域を S_0 、振動速度振幅を V_0 とすると、求める複素水面変動振幅 η_s は、

$$\eta_s = \frac{i\omega V_0}{g} \iint_{S_0} G(x, y, -h, \xi, \eta, 0) dx dy \dots (8)$$

で与えられる。海底の振動振幅を δ とすると、 $V_0 = \omega\delta$ である。上式の積分は、領域 S_0 を要素に分割して、要素内では一定として近似的に評価することができる。

3.1 特異項を含む要素の積分

水面変動 η_s は、式 (8) によって求められるが、グリーン関数が $R=0$ で特異性をもつために、この時には理論的な計算を行っておく必要がある。式 (4) のグリーン関数で特異性をもつのは、ハンケル関数と変形ベッセル関数であるが、いずれも対数的な特異性を持ち、次式で近似される (Abramowitz and Stegun, 1970)。

$$H_0^{(1)}(\lambda_n R) = 1 + i \left\{ \frac{2}{\pi} \ln \frac{\lambda_n R}{2} + 0.367467 \right\} \dots (9)$$

$$K_0(\lambda_n R) = -\left\{ \ln\left(\frac{\lambda_n R}{2}\right) + \gamma \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $\gamma(=0.57721)$ はオイラーの定数である。要素を正方形メッシュにとった場合 ($\Delta x = \Delta y$) には、厳密に積分できて次式のようになる。

$$\begin{aligned} & \iint_{\Delta_i} H_0^{(1)}(\lambda_n R) dx dy \\ &= \iint_{\Delta_i} H_0^{(1)}(\lambda_n R) R dR d\theta \\ &= \Delta x \Delta y + i \left\{ \pi \left(a \ln \frac{\Delta x}{2} + b \right) - \frac{a(\Delta x)^2}{2} \right\} \\ & \quad + i a \left(\pi \ln 2 - \frac{3\sqrt{2}\pi^3}{64} \right) \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \iint_{\Delta_i} K_0(\lambda_n R) dx dy \\ &= \iint_{\Delta_i} K_0(\lambda_n R) R dR d\theta \\ &= \frac{1}{2}(\Delta x)^2 - \left(\pi \ln 2 - \frac{3\sqrt{2}\pi^3}{64} \right) \\ & \quad - \pi \ln \left(\frac{1}{4} \lambda_n \Delta x \right) - \gamma \Delta x \Delta y \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

ここに、 a および b は次式で与えられる。

$$a = \frac{2}{\pi}, \quad b = \frac{2}{\pi} \ln \frac{\lambda_n}{2} + 0.367467 \dots\dots\dots (13)$$

式 (9) および (10) は、それぞれ $\lambda_n R$ および $\lambda_n R$ の 1 次のオーダーまで正しい近似式であり、それらが十分に小さい場合にはかなりの精度があるものと考えられる。ちなみに、特異項の処理を要素の面積に等しい円形で積分した結果と式 (11) および (12) の結果と比較したところ、かなり厳密に一致した結果が得られることを確認している。

3.2 数値計算条件

海底振動による海面変動の応答特性を調べるために、水深を 1000 m, 3000 m および 6000 m の 3 種類、振動周期を共鳴が予想される周期を含む 6 種類選定し、合計 18 ケースの数値実験を行った。震源域を 20 km × 40 km とし、2 km × 2 km の要素に分割して、60 km × 60 km の範囲の海面変動を式 (8) により計算した。

4. 計算結果とその考察

4.1 水面変動の平面分布

図-3 は、海底の振動振幅が 1 cm、周期が 2 s、水深がそれぞれ 1000 m, 3000 m および 6000 m の時の水面変動振幅の平面分布を示している。これらの図より、震源域直上では圧縮波の干渉作用により、縞状に振幅分布が現れているが、その大きさは最大でも数 cm 程度であり、増幅率はそれほど大きくないことが分かる。

震源域から離れた所では、海面変動は小さくなるが、震源域の長軸および短軸の直角方向に伝播しやすい特性

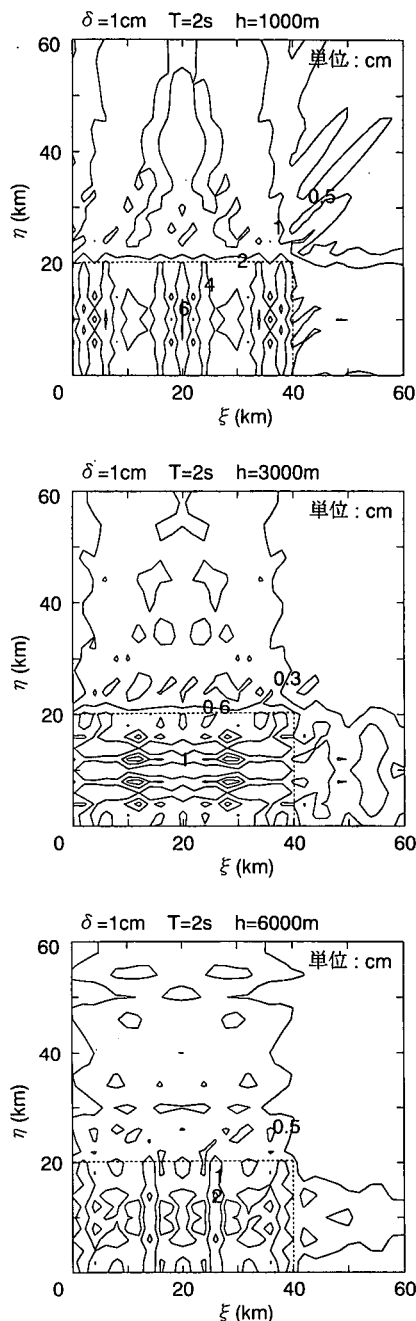


図-3 非共鳴時の水面変動振幅の平面分布

があり、指向性をもっていることが認められる。しかしながら、振動周期を 5 s 以上になると、その指向性は弱まり、震源域直上においてのみ海面変動が現れるようになる。これは、振動周期が長い場合には、発生する圧縮波の強さが弱くなり、震源域直上付近にのみに影響を及ぼすためと考えられる。

一般に流体の圧縮性の影響を考慮すると、非圧縮性の

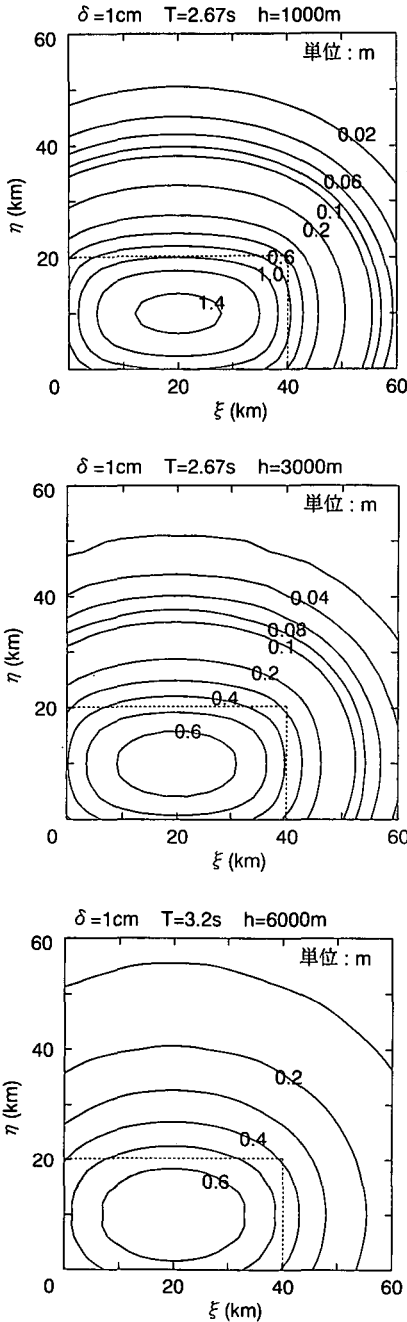


図-4 共鳴時の水面変動振幅の平面分布

波の波長 L_s であるから、水深がちょうど4分の1波長の時に圧縮性進行波が発生することになる。この条件は、正に鉛直方向の共鳴条件と一致する。したがって、圧縮性進行波が発生する度毎に鉛直共鳴が生じ、海面変動が増幅される可能性があると考えられる。

図-4は、各水深で鉛直共鳴が生じる条件のもとでの海面変動振幅を示したものである。海底変動振幅 δ は同じく1cmであるが、図中の海面変動の振幅はm単位で示している。水深が1000mで、周期が2.67sの時には、震源域直上で140倍もの海面変動が発生している。他の条件においても、60倍以上の変動が現れている。さらに気付くことは、等振幅分布が非共鳴時の図とは異なり、きれいな楕円状に広がっていることである。このような分布となるのは、減衰定常波成分によるものではなく、圧縮性進行波の影響が大きいものと考えられ、震源域がその波源域となり放射状に広がっていくためであると推測される。

4.2 振動周期による水面変動の増幅率

海面変動の共鳴条件を調べるために、振動周期を変化させて水面変動の増幅率を計算した。図-5は、震源域直上の地点の振動周期による水面変動の増幅率を示したものである。左図が水深1000m、中図が3000m、右図が6000mの増幅率を示している。水深1000mでの共鳴周期は、式(14)より2.67s、0.889sおよび0.534sであり、水深3000mでは、8.0s、2.67s、1.6s、水深6000mでは、16s、5.33s、3.2s、2.28s、1.78sである。周期の短い共鳴周期では、若干のずれが見られるが、2s以上の周期では、共鳴周期の理論値とほぼ一致することが分かる。この短い周期での共鳴周期のずれは、震源域が有限の広がりをもっているために、側方から来る圧縮波との干渉によって生じているものと考えられる。

図-6は、震源域端より10kmから20km離れた地点での水面変動の増幅率を示したものである。震源域直上よりも全体的に増幅率は小さくなっているが、共鳴周期ではそれでも数10倍の増幅率となっている。水深3000mおよび6000mでは、周期が3sから約10sの間では、顕著なリップルが見られる。このリップルは、海面および海底で反射を繰り返してきた圧縮波同志の干渉によって生じたものであると考えられる。

5. 結 論

海水の圧縮性と鉛直共鳴による海面変動の増幅メカニズムを調べるために、水深および振動周期を変化させて、境界要素法により水面変動を計算した結果、以下の事柄が明かとなった。

(1) 水面変動を計算するために、グリーン関数の特異項を含む要素の面積積分を理論的に処理し、等面積の

場合と大きく異なるのは、式(4)の右辺第2項にみられるような圧縮性進行波が水深や振動周期に対応して発生することである。この発生条件は、次式で与えられる(たとえば、清川、1984)。

$$h = (2n - 1) C_s T / 4 \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $n=1, 2, 3, \dots$ は発生モードを示し、正の整数値をとる。ここで、 $n=1$ の場合を考えてみると、 $C_s T$ は圧縮

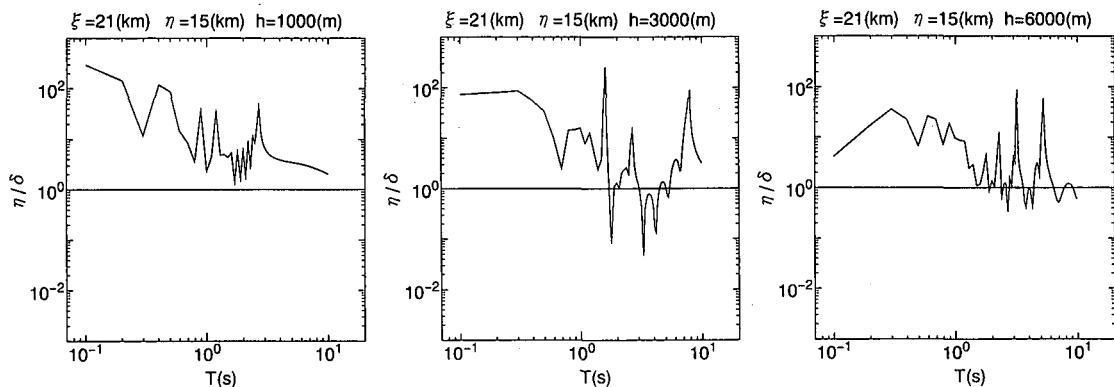


図-5 震源域直上の水面変動の増幅率

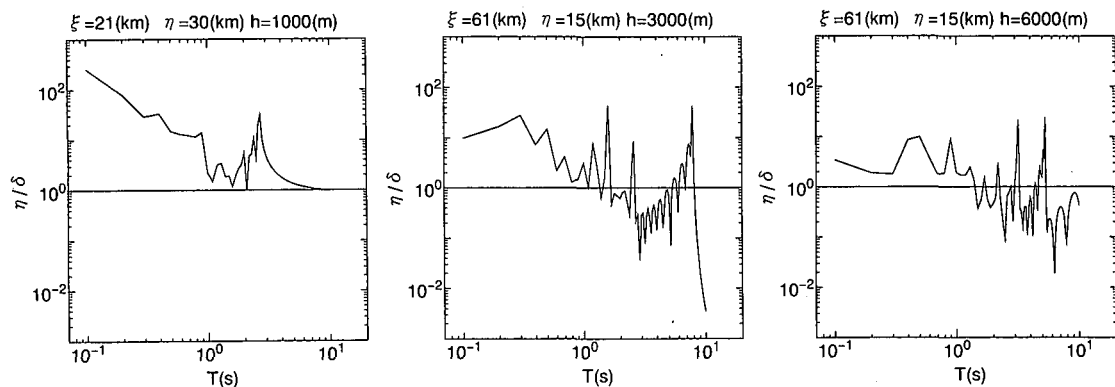


図-6 震源域から離れた地点での水面変動の増幅率

小円形領域で積分された結果と比較したところ、ほぼ等しい値が得られた。

(2) 海水の圧縮性を考慮すると圧縮性進行波が発生するが、海面変動の共鳴増幅は、この波の発生条件に一致する。この時、海面は腹となり鉛直共鳴による増幅であることが明かとなった。

(3) 実際の地震動の強震動観測記録では、比較的規則的な周期数秒程度の振動が観測されることがあり、震源域が水深 1000 m 以上の深海であれば、上述の鉛直共鳴によって津波が増幅される可能性があると言える。

なお、本研究は、平成 8 年度文部省科学研究費基盤研究 (C) (2) によったことを付記し、感謝いたします。

参考文献

泉宮尊司・田辺 剛 (1995): 鉛直加速度を考慮した地震時動水

- 庄の評価, 海岸工学論文集, 第 42 巻, pp. 821-825.
 川崎一郎・島村英紀・浅田 敏 (1993): サイレント・アースクエイク, 東京大学出版会, 254 p.
 清川哲志 (1984): 流体の圧縮性を考慮した軸対称構造物の付加質量解析, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp. 471-475.
 清川哲志・稲田 裕 (1989): Seaquakes の発生メカニズムについて, 海岸工学論文集, 第 36 巻, pp. 734-738.
 清川哲志 (1995): 海震の 3 次元伝播特性, 海岸工学論文集, 第 42 巻, pp. 826-830.
 田中良弘 (1983): 円柱海洋構造物の地震応答解析, 第 30 回海岸工学講演会論文集, pp. 366-370.
 中村孝明・田中良弘・元良勇太朗 (1992): 3 次元任意形状海洋構造物の地震応答解析, 海岸工学論文集, 第 39 巻, pp. 701-705.
 Abramowitz, M. and A. Stegun (1970): Handbook of Mathematical Functions, Dover Publ., pp. 369-375.