

海浜鉛直循環流の数値モデルと特性解析

信岡尚道*・加藤 始**・三村信男**

1. 緒 論

沿岸域での漂砂移動や物質拡散には、波浪と共に海浜流の影響も大きい。この海浜流を予測するものとして、水平2次元については radiation 応力を基にしたモデルが確立されている。また、砕波帯内の波の谷以下に存在する戻り流れのモデルもある（例えば、Okayasu ら、1988；Svendsen ら、1989）。

ところで、砕波帯やその付近の鉛直2次元断面では、戻り流れを含む鉛直循環流と平均水位分布がバランスを取り合うことで、1つの定常状態が形成されると考えられる。このバランスの特性を知ることは、3次元的な海浜流の把握やモデル開発の上で、重要である。しかしそれは、波、砕波、大規模渦、乱れと複雑で時々刻々と変化する現象が存在するために、また定常予測モデルが確立されていないために、これまでは難しかった。

本研究ではまず、海浜断面で定常状態を表す方程式を導き、海浜鉛直循環流と平均水位分布を同時に求められる定常モデルの確立を行う。次に、確立したモデルによる計算結果から、今回は鉛直循環流を構成する応力の釣合特性や平均水位分布への影響について検討する。

2. 海浜鉛直循環流モデル

(1) 支配方程式

鉛直2次元空間における基礎式には、次に示す連続の式と Enler の運動方程式を用いる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial w^2}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3)$$

ここに、 u 、 w はそれぞれ x 、 y 方向の流速成分、 g は重力加速度、 ρ は密度、 p は圧力である。

いま、式(1)～(3)の流速および圧力について、山下(1988)や Svendsen ら(1989)の手法を参考にし、

波の一周期で時間平均して定義される定常流成分（オーバーバー）と波動成分（サブスクリプト w ）および乱れ成分（プライム）とに分離する。

$$\left. \begin{aligned} u &= \bar{u} + u_w + u' \\ w &= \bar{w} + w_w + w' \\ p &= \bar{p} + p_w + p' \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

このうち、波動と乱れ成分の一周期平均は0、定常流・波動・乱れ成分の成分間干渉は存在しないと仮定する。そして、この式(4)を式(1)～(3)に代入して、さらに波の一周期平均を取ったものが式(5)～式(7)となる。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u} \bar{w}}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \\ &- \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\bar{p}_w}{\rho} + \overline{u_w^2} \right) + \frac{\partial \overline{u_w w_w}}{\partial z} \right\} \\ &- \left\{ \frac{\partial \overline{u' u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u' w'}}{\partial z} \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u} \bar{w}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}^2}{\partial z} &= -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \\ &- \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\bar{p}_w}{\rho} + \overline{w_w^2} \right) + \frac{\partial \overline{u_w w_w}}{\partial x} \right\} \\ &- \left\{ \frac{\partial \overline{u' w'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w' w'}}{\partial z} \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

式(6)の右辺第2項と式(7)の右辺第3項は radiation stress の成分にあたるもので、式(6)と式(7)の右辺最終項は Reynolds 応力である。

ここで式(7)について、鉛直加速度が微小で、波の進行方向に対する乱れの変化も圧力項に比べ微小と仮定する。また、radiation stress 成分は微小振幅波理論を用いると0となる。これらを式(7)に対して適用し、その式を鉛直方向に積分すると

$$\bar{p} = \rho g (\bar{\eta} - z) - \overline{w^2} \quad (8)$$

となる (Svendsen ら、1989)。この式(8)を式(6)に代入し圧力 p を消去する。この代入した式には $\overline{u^2} - \overline{w^2}$

* 正会員 工修 茨城大学助手 工学部都市システム工学科

** 正会員 工博 茨城大学教授 工学部都市システム工学科

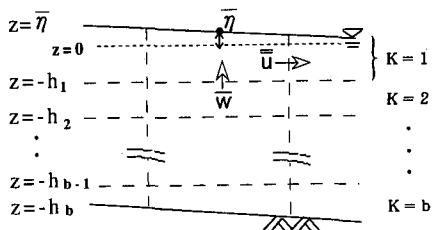


図-1 水深方向への層区分

の項が残るが、この項は radiation stress の項に比べ微小である (Stive ら, 1982) ので無視する。

次に、式 (5) と式 (6) を変形したものに対して、中田ら (1985) が潮流計算に適用した方法を参考に、鉛直多層化を行う。層区分は図-1 に示すとおり、水深 z 方向に取る。表層から第 1 層 ($k=1$)、第 2 層 ($k=2$) と設定していき、最下層を第 b 層 ($k=b$) とする。各層の下限高さは $z = -h_i$ で表し、最下層では地形の勾配に合わせて層厚を変化させる。また、表層の上限は、平均水面 $\bar{\eta}$ とする。

海底や水面で層厚が変化するので、流速で支配方程式を表すと、差分化した時に質量保存が保たれないという問題が生じる。そこで、層内を鉛直積分して線流量で方程式を表現することにした。この積分を行うにあたり、層内平均の定常流速を $\bar{u}_i$ 、この平均定常流速からのズレを $\bar{u}(z)$ と表して、またこれらを式 (9) に示す関係で結びつけて式の展開を進めた。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}(z) &= \bar{u}_i + \bar{u}(z) \\ \{(-h_{i-1}) - (-h_i)\} \bar{u}_i \\ &= \int_{-h_i}^{-h_{i-1}} \bar{u}(z) dz \equiv M_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

そして、層分割し層内を積分した連続の式と水平方向の運動方程式は、以下のようになる。

(連続の式)

表層 ($k=1$) については

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \frac{\partial M_1}{\partial x} - \bar{w}_1 = 0 \dots\dots\dots (10)$$

第 i 層 ($k=i$) については

$$\frac{\partial M_i}{\partial x} + \bar{w}_{i-1} - \bar{w}_i = 0 \dots\dots\dots (11)$$

底層 ($k=b$) については

$$\frac{\partial M_b}{\partial x} + \bar{w}_{b-1} = 0 \dots\dots\dots (12)$$

(運動方程式)

表層 ($k=1$) については

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (M_1 \bar{u}_1) - (\bar{u} \bar{w})|_{z=-h_1} \\ = -g(\bar{\eta} - (-h_1)) \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} - \frac{\partial S_1}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \tau|_{z=-h_1} + o(\bar{u}_1^2) \end{aligned} \dots\dots\dots (13)$$

第 i 層 ($k=i$) については

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (M_i \bar{u}_i) + (\bar{u} \bar{w})|_{z=-h_{i-1}} - (\bar{u} \bar{w})|_{z=-h_i} \\ = -g((-h_{i-1}) - (-h_i)) \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} - \frac{\partial S_i}{\partial x} \\ + \frac{1}{\rho} \tau|_{z=-h_{i-1}} - \frac{1}{\rho} \tau|_{z=-h_i} + o(\bar{u}_i^2) \end{aligned} \dots\dots\dots (14)$$

底層 ($k=b$) については

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_b}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (M_b \bar{u}_b) + (\bar{u} \bar{w})|_{z=-h_{b-1}} \\ = -g((-h_{b-1}) - (-h_b)) \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} - \frac{\partial S_b}{\partial x} \\ + \frac{1}{\rho} \tau|_{z=-h_{b-1}} - \frac{1}{\rho} \tau|_{z=-h_b} + o(\bar{u}_b^2) \end{aligned} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 S は各層の radiation stress, τ は層間に作用するせん断応力であり、詳細は次項で述べる。また、 $\bar{u}|_{z=-h_i}$ は、その上下層の $(\bar{u}_i + \bar{u}_{i+1})/2$ で求める。

式 (13)～式 (15) には層内の水平流速の鉛直分布が影響する $\bar{u}^2$ の項が残るが、これは移流加速度項から導出されたものである。したがって、例えば水平流速の鉛直分布形が急でしかも水平方向で分布形が大きく異なる所では、誤差が大きくなる。今回は、この $\bar{u}^2$ の項を除いた式 (10)～式 (15) を本モデルの支配方程式とする。この支配方程式は、層間に作用する項を除いて水平 2 次元の海浜流モデルと同じ成分で構成されており、鉛直循環流と平均水位分布が同時に求められる。なお Pechon ら (1994) も鉛直流れと平均水位を同時に求められるモデルを開発しているが、そのモデルは radiation stress 項などの扱いが本モデルと異なる。また詳細は示されていないが、解法についてもかなり異なるようである。

(2) radiation stress 項について

波による過剰運動量の水平方向勾配は、流れの driving force に転化する。Longuet-Higgins ら (1964) は、微小振幅波理論を用いてこの過剰運動量、いわゆる radiation stress と呼ばれている概念を導いた。しかし、砕波帯内では波・流れ・大規模渦や乱れなど様々な現象が混在しており、その中から波動運動成分のみを厳密に抽出することは困難である。そこで本研究でも、「砕波帯内を含めて、波による水粒子の運動は、微小振幅波理論で算出される運動で表せる。」とする。

radiation stress には、波面が振幅する範囲の波動運動による圧力分布が大きく寄与する。多層モデルにすると、

この波面の最下位置が表層のみならず第2層や第3層に掛かる場合があるので、それぞれの層区間内においてこの圧力の算出が必要となる。そこで、この圧力が寄与する項を含めて鉛直積分範囲を各層で設定して、積分区間の取り方が異なる以外は Longuet-Higgins ら (1964) と同様の計算を行って radiation stress を算出した。ただし、海底勾配による影響については補正している。

(3) セン断応力項について

流体に作用するせん断応力には、Reynolds 応力と分子粘性応力がある。このうち、分子粘性応力は他の応力に比べ非常に小さいので無視する。

Reynolds 応力は、砕波と砕波に伴う大規模渦による乱れが引き起こし、突っ込み点もしくは渦領域が下降して波の谷に達した地点から岸側で非常に発達すると考えられる。一方、砕波点より沖側では砕波による乱れはほとんど影響しないと考えられる。これらの傾向は、灘岡ら (1982) や Okayasu ら (1988) の研究で、レーザー・ドップラー流速計による流速測定から求めた Reynolds 応力分布にも表れている。この現象を踏まえ、乱れの存在領域を図-2 に示すように取った。

突っ込み点等は、実験での目視観察や写真によるものを参考に、簡易に砕波点から砕波水深の3倍だけ岸側に離れた地点とした。この距離は、岡安ら (1989) が示した距離と大差ない。この定義点より岸側では乱流が発達するとし、そこでの渦動粘性係数 ν を Okayasu ら (1988) が示した式 (16) に従って求め、Reynolds 応力を評価した。

$$\nu = \alpha c z' \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 c は波速、 z' は海底からの距離、 α は係数である。一方、砕波点より沖側では、乱れは起こらないとし、渦動粘性係数を0とした。そして、砕波点から突っ込み点までは移行区間として、線形補間により係数を求めた。

また、海底境界については、砕波点より沖側を含めて摩擦があるとして、その摩擦係数は佐藤ら (1978) の方法を参考に設定した。

(4) 支配方程式の解法

支配方程式とした式 (10)～(15) までも、差分の陽解法で解いた。空間メッシュはスタガードメッシュ系 (図-1) で、メッシュ間隔は水平方向 $\Delta x = 1.0$ cm、鉛直

方向 $\Delta z = 2.5$ cm である。そして、空間方向には中央差分、時間方向にはリーブフロッグ法を用いた。ただし、流れの向きが急変するところでは、風上差分を用いて補正している。また沖側境界は砕波点から十分離れた位置に設定し、そこでは平均水位の変化が常に0とした。

計算で得たい解は定常状態の流れや平均水位であるが、計算過程では完全な定常解に至らなかった。これは差分の陽解法を用いていることや、境界の設定方法が影響していると考えられる。そこで、砕波帯内の平均水位や流れの変化が小さくなった状態を解とした。

3. 平均水位分布及び鉛直循環流の計算例

(1) 検証実験

実験は、沖側最大水深を $h_{\max} = 35$ cm とした一様海底勾配 ($\tan \theta = 1/20$) 地形で、2種類の入射波浪に対して行った。波浪の1つは周期 $T = 1.0$ s、入射波高 $H = 10$ cm である (ケース1)。この波は、実験で観察したところ砕波後の渦が波の前面を滑るようにして成長していく、典型的な spilling 型砕波が起こる波であった。もう1つの波は周期 $T = 2.0$ s で、波高 $H = 12$ cm である (ケース2)。こちらの波は、砕波後に大規模渦を3～4個変わる変わる発生する、典型的な plunging 型砕波が起こる波であった。

(2) 計算と実験との比較

これらの波浪場のもとで、本モデルにより平均水位分布と鉛直循環流を同時に求めた。その結果で、ケース1を図-3に、ケース2を図-4に示す。図中上段の曲線が平均水位で、下段の矢印 (実線) が流速ベクトルの計算結果である。また同条件の実験結果については、平均水位は丸印、流速ベクトルは破線の矢印で示している。

計算結果のうち平均水位分布は、両ケースとも、沖側から砕波点に向かっての wave-setdown、砕波点から汀線に向かっての wave-setup を表現できている。実験結果と比較しても、全般的に傾向は良く、特に wave-setup の中で静水面を越える付近の分布がよく再現できている。一方、砕波点付近では、計算値は wave-setdown を過大評価する傾向が見られる。また汀線付近の水位上昇の計算値は、ケース1では実験値より低く、逆にケース2では高くなっている。

次に、計算結果のうち流速分布については、両ケースとも、砕波帯内での最上層で岸向き流れ、ほぼ波の谷より下となる第2層以下で沖向き流れ (戻り流れ) となる循環流が表れている。また砕波点より沖側では、上層などで弱い沖向き流れが見られる。実験結果と比較すると、砕波帯内では流れのパターンが同じで、速さは inner 領域で波の谷より下では、ほぼ一致している。一方、砕波点から突っ込み点等にかけての戻り流れの鉛直分布は、

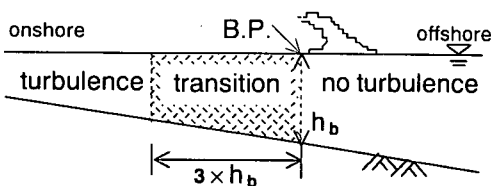


図-2 乱れの存在領域

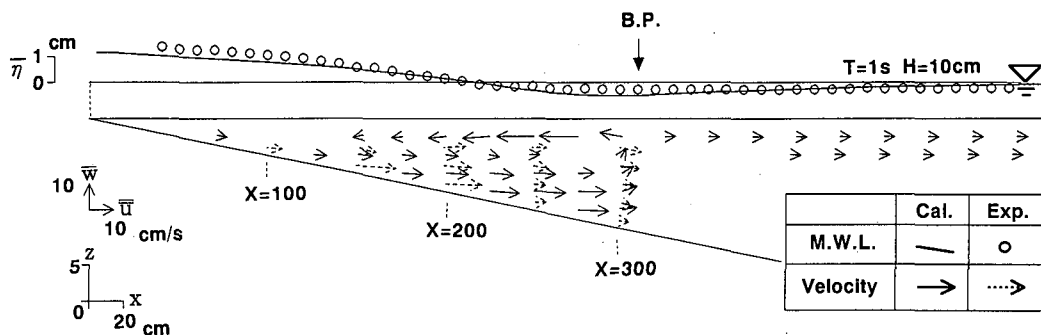


図-3 海浜鉛直循環流と平均水位の計算値と実験値の比較 (spilling 型碎波; ケース 1)

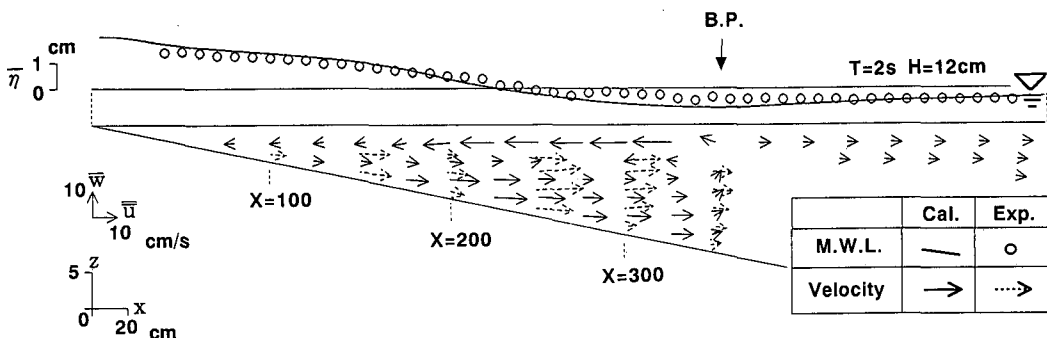


図-4 海浜鉛直循環流と平均水位の計算値と実験値の比較 (plunging 型碎波; ケース 2)

計算結果は海底に向かうほど速くなっているが、実験結果はほぼ一様分布となる違いがみられる。

4. 海浜鉛直循環流の特性解析

海浜鉛直循環流と平均水位分布は、移流加速度、静水圧、radiation stress、Reynolds 応力の釣合いで決まる。これらの水平応力の鉛直分布を汀線からの距離 x が 100~300 cm の位置で求めた。そのケース 1 の結果を、図-5 に示す。図の横軸は各層に作用する応力を示し、縦軸は海底から水面までの高さを示す。この図から、応力の大小関係や釣合関係について考察する。なお、図には示していないが、ケース 2 でも同様の結果であった。

(1) 鉛直循環流の起因力

図-5 の radiation stress 勾配の分布を見ると (例えば $x=250$)、上層では他の層より大きい。これは、2.(2) で述べた波面変動による圧力が radiation stress に寄与するためである。一方、平均水位に勾配が付くことにより生じる静水圧勾配の鉛直分布は、層厚による差以外は一様分布となる。各層のこれらの応力を合計すると、流れが存在しない場合には完全に釣り合う。しかし、各層ごとにこれらの応力の釣合を取ると、上層では radiation stress が強く、それ以外の層では静水圧勾配が強くなる。しかも作用する向きが異なるので、上層と下層で異なっ

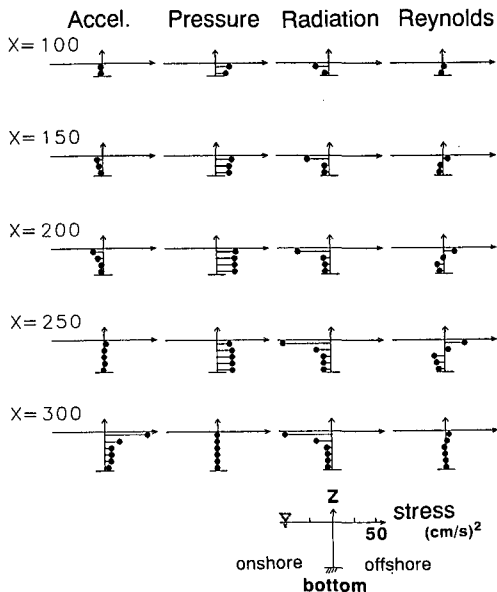


図-5 内部水平応力の釣合関係 (ケース 1)

た向きに流れが発生する。碎波帯内では、波高の減衰により radiation stress が岸向きに作用するので、上層では静水圧勾配との合力が岸向きに、下層では逆の沖向き

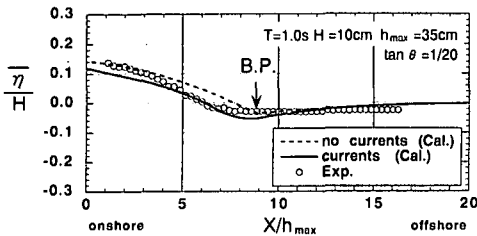


図-6 循環流と平均水位上昇との関係

に作用し、戻り流れを含む循環流が形成される。

このメカニズムは、Dally ら (1984) が述べている「運動量束の鉛直分布が戻り流れを引き起こす」ことに該当する。ただし、radiation stress は、波により起こる過剰運動量束を表すモデルに過ぎない。したがって、本計算モデルは、波の谷より上において、碎波により波浪の水平運動量束成分がボアによる岸向き流れの運動量束に転化する現象を、層分割した内の上層における radiation stress の水平勾配を用いてモデル化したものとなる。

(2) 碎波帯内の内部水平応力の寄与について

圧力勾配や radiation stress の他に碎波帯内では、碎波による流体の突っ込み衝突や碎波後の大規模渦により発生する乱れのため、Reynolds 応力も作用する。この応力は、radiation stress などと同じオーダーであることが図-5 に示す各点からわかる。また、移流加速度をみると、乱れの小さくなる碎波点近傍 (\$X=300\$) や、水面近くの上層の各点で他の応力と同じオーダーで作用しているのもわかる。これらのことから、碎波帯内の内部水平応力釣合には、静水圧や radiation stress 以外に、Reynolds 応力、そして移流加速度を考慮することが必要と言える。

(3) 波高減衰に対する wave-setup の遅れについて

ケース 1 では汀線からの距離 x が 311 cm の地点で、碎波が発生していた。図-5 の中でこの碎波点よりやや岸側の $x=300$ の地点をみると、radiation stress は移流加速度とほとんど釣り合っているのがわかる。このことは静水圧勾配の力を必要とせず応力が釣り合うことになり、したがって平均水位に勾配が付かない。図-6 はこの平均水位分布について、循環流がある場合と循環流がない場合との計算結果を、実験値と比較したものである。循環流がない場合の方が wave-setdown の評価は良い。しかし、碎波後すぐに平均水位が上昇している。一方、循環流を考慮した場合は、碎波点より岸側での wave-setup の傾向を良く表している。

これまで、平均水位が、碎波の直後ではさほど上昇せず、碎波点よりやや岸側で急激な上昇する現象が幾つも示されて来た (例えば、仲座ら, 1995)。その現象が、移流加速度で説明できている点は興味深い。ただし、碎波により水塊が飛び出す現象などを、移流加速度と関係づ

ける物理的な説明はできなかった。

5. 結 論

海浜鉛直循環流と平均水位分布が同時に求まる鉛直多層モデルを確立した。このモデルによる計算結果を実験値と比較したところ、平均水位分布は wave-setdown を過大評価、流れは碎波点近傍で特に鉛直分布に差異が見られたが、全体的な傾向は良く表せることを明らかにした。また、平均水位上昇の開始地点が、碎波による波高減衰より遅れて、碎波点より岸側に移動することも表せた。計算結果から、内部水平応力の釣合状態に関して調べ、戻り流れを含む循環流の起因力は、radiation stress の鉛直分布と静水圧の関係で説明できることを明らかにした。また、これらの他に碎波帯内で考慮を必要とする内部水平応力として、Reynolds 応力と移流加速度があることもわかった。

謝辞：検証実験と試行計算を担当した元研究室学生の永沢傑君 (秋田県庁) と山本磨命君 (千葉県庁) に謝意を表する。

参 考 文 献

- 岡安章夫, 磯部雅彦, 渡辺 晃 (1989): ボア状碎波の形成点に関する実験的研究, 第44回年譜概要集, Vol. II, pp. 614-615.
- 佐藤昭二, 永井紀彦, 小笠原昭 (1978): 波による海浜流の数値計算の一例, 港研資料, No. 290, 15 p.
- 仲座栄三, 河野二夫, 宮里一郎, 天野和宏 (1995): 波の碎波変形と質量輸送量及び undertow に関する研究, 海岸論文集, 第 42 巻, pp. 71-75.
- 中田喜三郎, 石川公敏, 松川康夫 (1985): 内湾の流動場の数値実験, 沿岸海洋研究ノート, 第 22 巻, 第 2 号, pp. 96-108.
- 灘岡和夫, 近藤隆道, 田中則男 (1982): レーザー・ドップラー流速計による碎波帯内の流速場の構造の解明, 港研報告, 第 21 巻, 第 2 号, pp. 49-106.
- 山下隆男, Dadang Ahmad, 穴倉知広, 土屋義人 (1988): 鉛直 2 次元海浜流モデル, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp. 267-271.
- Dally, W. R. and R. G. Dean (1986): Discussion on "Mass flux and undertow in a surf zone, by I. A. Svendsen", Coastal Eng., Vol. 10, pp. 289-299.
- Longuet-Higgins, M. S. and R. W. Stewart (1964): Radiation stresses in water waves; a physical discussion, with applications, Deep-Sea Research, Vol. 11, pp. 529-562.
- Okayasu, A., T. Shibayama and K. Horikawa (1988): Vertical variation of undertow in the surf zone, Proc. 21th ICCE, pp. 478-491.
- Pechon, P. and C. Teisson (1994): Numerical modelling of three-dimensional wave-driven currents in the surf-zone, Proc. 24th ICCE, pp. 2503-2512.
- Stive, M. J. F. and H. G. Wind (1982): A study of radiation stress and set-up in the nearshore region, Coastal Eng., Vol. 6, pp. 1-25.
- Svendsen, I. A. and R. Lorenz (1989): Velocities in combined undertow and longshore currents, Coastal Eng., Vol. 13, pp. 55-79.