

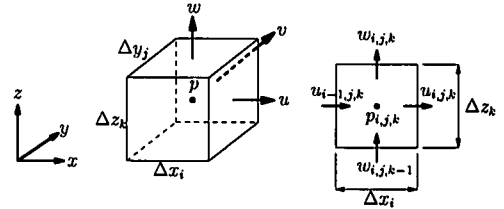
# 非静水圧 3 次元津波数値計算モデルの開発

正村 憲史\* ・ 藤間 功司\*\* ・ 林 建二郎\*\*\*  
重村 利幸\*\*\*\* ・ 後藤 智明\*\*\*\*\*

## 1. はじめに

現在の津波数値計算では、主として非線形長波理論に基づく平面 2 次元モデルが使用されている（後藤ら，1982）。この数値計算手法は、最大遡上高に関して実用上十分な精度で痕跡高を再現できる。一方、静水圧近似に基づく理論方程式を用いているために、構造物の周辺や地形変化が大きな場所など、流速分布が一様でなく鉛直方向加速度が無視できない場合に精度が悪くなるという問題点がある（例えば土木学会，1994）。しかし、津波防波堤開口部潜堤の安定性や船体に係る流体力、あるいは漂流物が構造物に衝突する際の流体力などを評価する場合、構造物周辺の流速を精度よく再現しなければならない。

3 次元の数値計算モデルとして、静水圧を仮定した多層モデルが考えられている（山下ら，1993）。しかし、潮流や高潮と異なり、津波では静水圧近似が成立しないことがあり、鉛直方向加速度が無視できない場合に精度が悪くなるという問題点は解決されない。静水圧分布からの圧力のずれを考慮した非線形分散波理論を支配方程式として選ぶ手法も考えられるが（藤間ら，1984，1985），その導出過程から見ても非線形分散波理論の適用性には限界があり、また高階微分を含むため、数値的处理も容易でない。このため、長波近似の理論方程式を用いない新たな数値計算モデルが求められている。そこで本研究は、圧力の静水圧分布を仮定しない 3 次元津波数値計算モデルを開発する。本計算手法では微分の階数を増やさず、強非線形性、強分散性を考慮できる。また、津波の防波堤周辺における挙動に関する水理模型実験の結果および非線形長波理論を用いた平面 2 次元モデルの計算結果を、開発した計算方法による結果と比較することによって、本計算手法の適用性について検討する。



図—1 変数の定義

## 2. 数値計算方法

本計算では非圧縮性流体を扱う。基本方程式として、3 次元の Euler の運動方程式と連続の式を使用する。また、非砕波を仮定し、水表面位置は、 $z = \eta(x, y, t)$  で表せるものとする。底面も  $(x, y)$  の一価関数で、 $z = -h(x, y)$  で表されるものとする。ただし、 $(x, y, z)$  はデカルト座標である。 $z$  座標は、 $z=0$  を初期水表面位置とし、鉛直上向きにとる。また、ここでは底面摩擦の影響は無視し得るものと仮定する。

本計算手法では、計算領域を直方体の格子に細かく分割する。それぞれの格子において、図—1 に示す通り流速  $\mathbf{v} = (u, v, w)$  は格子の境界面に、圧力  $p$  は格子の中央に定義する。ただし、流速を定義する時間と圧力、水表面位置を定義する時間には  $\Delta t/2$  のずれがある。

ここで、 $(n - (1/2))$  ステップにおける流速、 $(n - 1)$  ステップにおける圧力、水表面形状が全計算領域において決定されているとする。次ステップにおける値は以下の手順により計算する。

1.  $n$  ステップにおける水表面形を計算する。
2. 初期条件あるいは  $(n - (1/2))$  ステップの流速と  $(n - 1)$  ステップの圧力を使用し運動方程式を解き  $(n + (1/2))$  ステップにおける流速の近似値  $\mathbf{v}^*$  とする。
3. 手順 2 で計算した流速  $\mathbf{v}^*$  を第 1 次近似値とし、連続の式を満たすよう繰り返し計算により圧力を修正する。また、圧力の補正值に応じて、流速値も修正する。
4. 移流項を計算する際の流速値に  $n$  ステップでの値

\* 正会員 防衛大学校 土木工学教室  
\*\* 正会員 工 博 防衛大学校助教授 土木工学教室  
\*\*\* 正会員 Ph.D. 防衛大学校助教授 土木工学教室  
\*\*\*\* 正会員 Dr.Eng. 防衛大学校教授 土木工学教室  
\*\*\*\*\* 正会員 工 博 東海大学教授 工学部土木工学科

表一 格子間隔

|   | 領域<br>(cm)      | $x = -500$<br>~-187.5 | $x = -187.5$<br>~-50 | $x = -50$<br>~50 | $x = 50$<br>~187.5 | $x = 187.5$<br>~500 | 計     |
|---|-----------------|-----------------------|----------------------|------------------|--------------------|---------------------|-------|
| x | 格子数             | 25                    | 20                   | 80               | 20                 | 33                  | 178   |
|   | $\Delta x$ (cm) | 12.5                  | (*1)                 | 1.25             | (*2)               | 12.5                |       |
|   | 計(cm)           | 312.5                 | 137.5                | 100              | 137.5              | 412.5               | 1,100 |
| y | 領域<br>(cm)      | $x = -350$<br>~-160   | $y = -160$<br>~-70   | $y = -70$<br>~0  |                    |                     | 計     |
|   | 格子数             | 19                    | 16                   | 56               |                    |                     | 91    |
|   | $\Delta y$ (cm) | 10                    | (*3)                 | 1.25             |                    |                     |       |
| z | 計(cm)           | 190                   | 90                   | 70               |                    |                     | 350   |
|   | 領域              | $z = -35 \sim 0$      |                      |                  |                    |                     | 計     |
|   | 格子数             | 28                    |                      |                  |                    |                     | 28    |
|   | $\Delta z$ (cm) | 1.25                  |                      |                  |                    |                     |       |
|   | 計(cm)           | 35                    |                      |                  |                    |                     | 35    |

(\*1) : 12.5 cm から 1.25 cm まで 0.59 cm づつ減

(\*2) : 1.25 cm から 12.5 cm まで 0.59 cm づつ増

(\*3) : 10 cm から 1.25 cm まで 0.58 cm づつ減

$v^n = (v^* + v^{n-(1/2)})/2$  を使い、手順 2、3 を繰り返す。

5. 最終的に運動方程式と連続の式が完全に満たされたら、新しい流速を  $(n+(1/2))$  ステップでの値、圧力を  $n$  ステップの値とする。

手順 1 において、水表面の移動には、水表面から底面まで積分された以下の連続の式を使用し評価する。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} v dz = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

手順 2、4 において、運動方程式によって流速を求める際、圧力項は 2 次精度の中央差分により近似する。移流項の近似では安定した計算を行うため 2 次精度の風上差分を用いる。ただし、境界および障害物に隣接し、2 次精度の差分に必要な流速を得られない場合は 1 次精度とする。また、時間発展に関しても差分を 2 次精度とするため、Crank Nicholson 法を用いるものとする。すなわち、繰り返し計算による圧力修正後、運動方程式の再計算(手順 4)する際には、 $v^n = (v^* + v^{n-(1/2)})/2$  として移流項を  $n$  ステップの流速値により計算する。流速と圧力が運動して変更され、最終的に  $(n+(1/2))$  ステップでの流速値は、

$$u_{i,j,k}^{n+(1/2)} = u_{i,j,k}^{n-(1/2)} + \Delta t \left[ \frac{1}{\rho} \frac{p_{i+1,j,k}^n - p_{i,j,k}^n}{\Delta x_{i+(1/2)}} - \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)^n \right] \quad \dots\dots\dots (2)$$

を満たす。 $v^{n+(1/2)}$ 、 $w^{n+(1/2)}$  も同様に求められる。

手順 3 において、 $(\nabla \cdot \mathbf{v})_{i,j,k}$  をゼロにするために  $p_{i,j,k}$  を次式により修正する。

$$\Delta p_{i,j,k} = \frac{-1}{\frac{\partial (\nabla \cdot \mathbf{v})_{i,j,k}}{\partial p_{i,j,k}}} (\nabla \cdot \mathbf{v})_{i,j,k} \quad \dots\dots\dots (3)$$

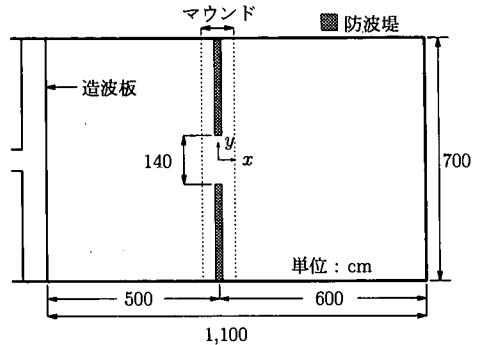
ここで、 $(\nabla \cdot \mathbf{v})_{i,j,k}$  は  $(i, j, k)$  格子における流速の発散を表す。この修正量を  $p_{i,j,k}$  に加えて修正することにより連続の式が成立する。ただし、隣接する格子の圧力を修正することにより、再び連続の式を満たさなくなる。そのために繰り返し計算が必要となる。

本論文における計算例では遡上は扱わないが、遡上先端部分の処理を従来の津波数値計算方法と同じにすることにより遡上計算も可能である (Masamura ら, 1996)。

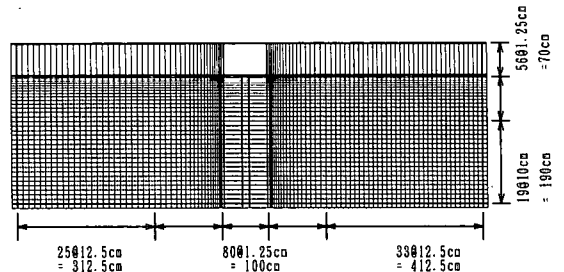
### 3. 水理模型実験の概要

水理実験は図一2に示す平面水槽を用いて行なった(松井ら, 1993)。平面水槽内の中央付近に防波堤模型が設置されている。防波堤の模型の中央部に開口部が設けられている。

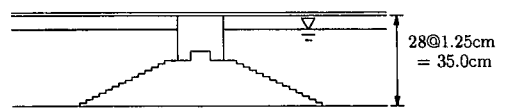
防波堤の模型は、捨石マウンドの上にケーソンが設置されている状態をモデル化している。模型の下部は底辺



図一2 実験装置



図一3 格子間隔



図一4 x-y 断面のメッシュの様子

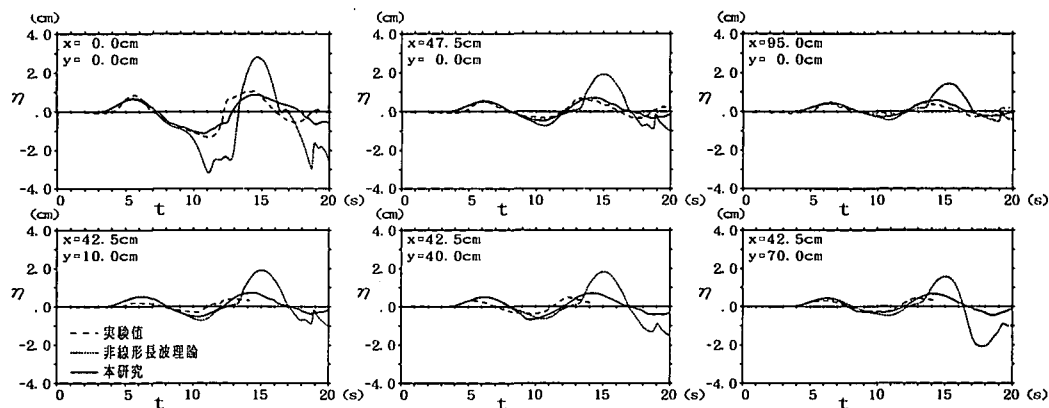
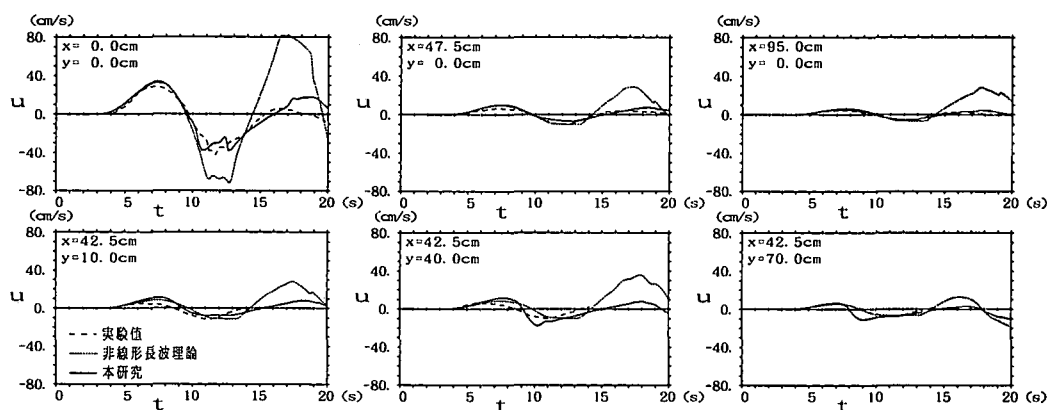


図-5 水位変化の比較

図-6 流速  $u$  の時間変化の比較

95 cm, 上辺 25 cm の台形状であり, その上に幅 15 cm のケーソン模型を設置している。また, 防波堤中央部の開口部は幅 140 cm としている。開口部には, マウンド上に高さ 4 cm, 幅 7 cm の潜堤が設置されている。

$(x, y)$  の原点を防波堤開口部の中心として, 水位と  $z = -2.5$  cm での  $x$  方向流速の時間変化, また,  $x$  方向流速の鉛直分布, 防波堤先端部周辺の  $z = -2.5$  cm での  $x, y$  方向流速分布が実測されている。

実験は, 静穏な状態から, 波高  $H = 1.9$  cm, 周期  $T = 10.0$  s の正弦波を 2 周期分 (20 s) 造波して行った。一樣水深部の水深は 30 cm とした。

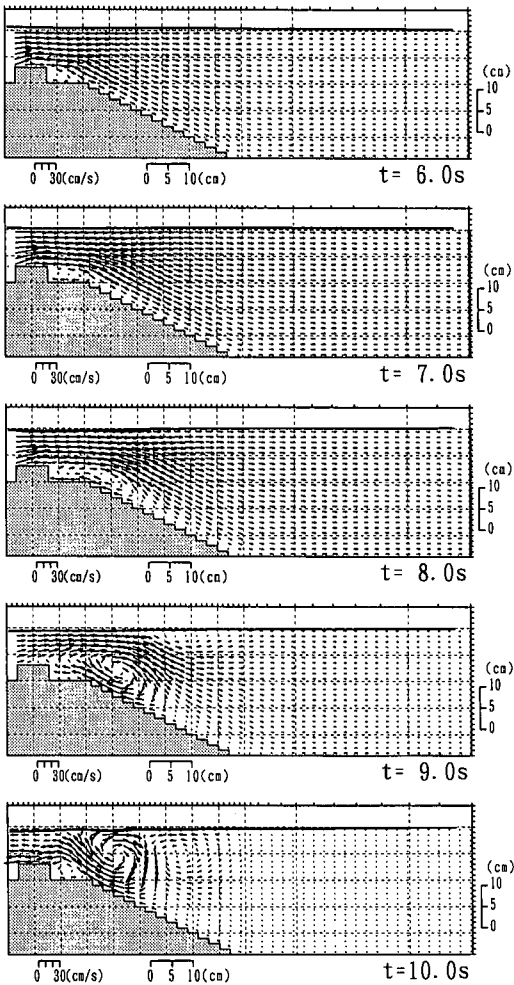
#### 4. 数値解析

模型実験は,  $y = 0$  に対して対称形であるので, 数値計算では片側半分の領域だけ実施した。ただし,  $y = 0$  の境界は直立壁としている。格子間隔は, 図-3 および表-1 のように設定する。流体運動の激しい防波堤の周辺において小さく, その周りの動きの緩やかな所では大きくとっている。ただし格子間隔が急に変化しないように

徐々に変化させている。また, 本手法において, 防波堤などの障害物は流体の入り込めない直方体の格子を積み重ねることにより表現している。そのため斜面は階段状に近似される。図-4 は,  $x-z$  断面のメッシュの様子である。図では都合上, マウンド上にケーソンと潜堤を同時に示してある。

図-5 に水位時間変化の計測結果と本モデルの計算結果の比較を, また, 図-6 に静水面下 2.5 cm における流速  $u$  の時間変化に関する実験値と計算値の比較を示す。図中, 従来の津波の数値計算方法である非線形長波理論による数値計算結果も描かれている。この数値計算は, 格子間隔は本モデルによる計算において最小である 1.25 cm 均一とし, 防波堤開口部の運動損失係数  $f_D$  を 0.5 として計算したものである。

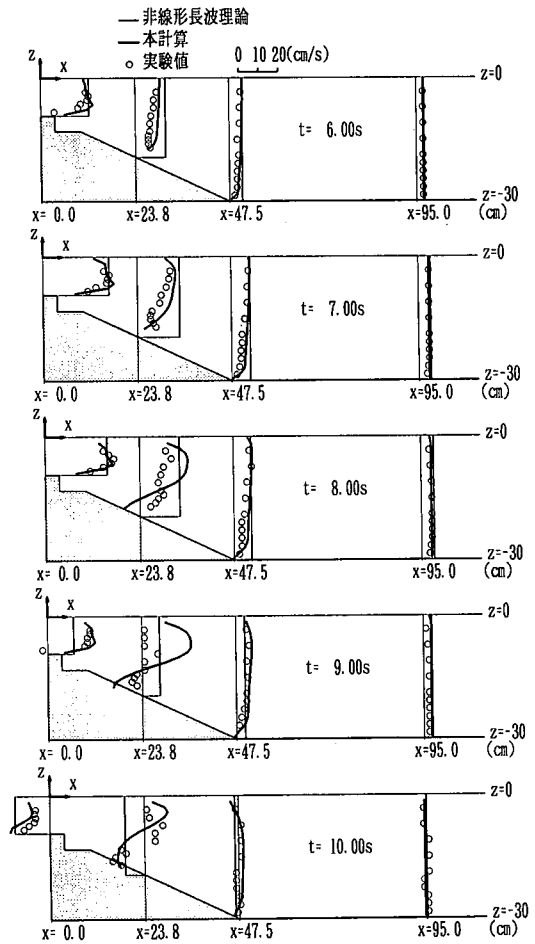
図-5, 6 から, 本モデルを用いると水位だけでなく流速の時間変化もほぼ再現できることがわかる。非線形長波理論を用いた従来の津波数値計算手法では,  $t = 10$  s までは良好な結果を与えるが, それ以降, 水位・流速とも実測値との差が大きくなり, 大幅な過大評価になる。た

図-7 本モデルによる  $x$ - $z$  断面における流速分布

だし、 $x=42.5$  cm にある 3 つの観測点 ( $y=10, 40, 70$  cm) における水位・流速の時間変化に関しては、実験結果よりもやや過大評価になっている。

図-7 に防波堤先端付近の水槽中央  $x$ - $z$  断面における流速分布に関する計算結果を示す。図-8 に水槽中央  $x$ - $z$  鉛直断面における本計算手法による計算結果、非線形長波理論による計算結果、実験結果の 3 者の  $x$  方向流速分布の比較を示す。

水理実験では、防波堤開口部潜堤端部から水平方向に軸を持った渦が発生し、水表面付近と底面付近で流速の方向が異なるという現象が生じる。図-8 に示す通り、本計算モデルにより、このような水平方向に軸を持つ渦の発生をほぼ再現できる。従来のモデルでは、底面から水表面までの断面平均流速を用いているため、このような現象が再現できない。ただし、 $t=8$  s および  $9$  s においては、渦の強さが過大評価され、 $x=23.8$  cm で比較的誤差が大きくなっている。これは本モデルが乱流粘性を考慮

図-8  $x$ - $z$  断面における流速分布の比較

していないためと考えられる。

図-9 に防波堤先端付近の流速  $u, v$  の空間分布を示す。ただし、 $z=-2.5$  cm での流速値である。図の左側が計算結果、右側が実験値を示す。

図-9 に示す通り、本計算モデルでは防波堤端部から発生する鉛直方向に軸を持った渦もほぼ適切に再現されている。

## 5. 結 論

本研究では、圧力の静水圧分布を仮定せず、Euler の運動方程式と連続の式を支配方程式とする 3 次元モデルによる新しい津波数値計算モデルを開発した。本計算モデルを用いることにより、防波堤開口部潜堤端部から水平方向に軸を持った渦が発生し、水表面付近と底面付近で流速の方向が異なるといった従来の津波数値計算手法で再現できない現象や、構造物周辺の流況などを精度よく再現することが可能になる。

ただし、渦の強さが過大評価された点など、改良の必

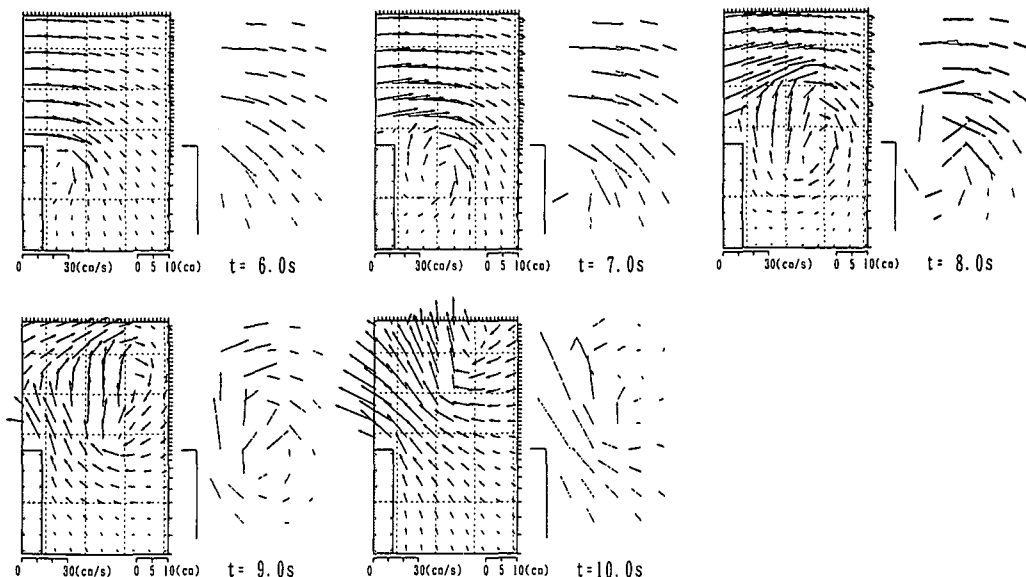


図-9  $x-y$ 断面における水表面流速分布

要な点も明らかにされた。特に、乱流の取り扱い、計算精度向上のため重要である。

本計算では、非線形長波理論を用いる計算方法に比べ、約7倍の計算時間を要したが、計算点の時間的・空間的配置が従来のモデルと同じであるため、構造物周辺の領域だけ本モデルを従来モデルに組み合わせることが可能である。また、乱流粘性を取り込むことにより、さらに精度を向上させることができると考えられる。

#### 参 考 文 献

- 後藤智明・小川由信 (1982): Leap-frog 法を用いた津波の数値計算法, 東北大学土木工学科資料, 52 p.  
 土木学会海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会(1994): 「海岸波動一波・構造物・地盤の相互作用の解析法」, 土木学会,

pp. 223-251.

- 藤間功司・後藤智明・首藤伸夫 (1985): 非線形分散波式の精度の検討, 土木学会論文集, 第369号/II-5, pp. 223-232.  
 藤間功司・後藤智明・首藤伸夫 (1984): 非線形分散波理論の数値的な検討, 第31回海岸工学講演会論文集, pp. 93-97.  
 松井健一・藤間功司・林建二郎・重村利幸 (1993): 津波防波堤の効果に関する基礎的研究, 第48回年譜概要集, pp. 804-805.  
 山下隆男・土屋義人・吉岡 洋・吉野俊成 (1993): 準3次元高潮数値モデルとその適用性, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 211-215.  
 K. Masamura and K. Fujima (1996): Three-dimensional analysis of long wave runup on a conical island by using the MAC method, Proc. International Workshop on Long Wave Runup Models, (印刷中)