

# 湾水振動に対する河川の影響について

余 錫 平\*・富 樫 広 由\*\*

## 1. 緒 言

アビキと呼ばれる副振動の存在が知られている長崎港に浦上川が流れ込んでいる。このような港や湾が河口に位置する場合において、川が湾水振動に与える影響および湾水振動による河川の増水状況を把握することは、河川および港湾整備計画を進める際に必要不可欠である。一方、湾水振動に対する流入河川の影響には大抵2つの要因、すなわち、川の流れてによって生ずる湾内の定常流と、副振動が発生する水域に含められる川の幾何形状が絡む。本研究は川の幾何形状の影響について検討を行うものとする。

従来、複合形状を有する港湾の副振動に関して数多くの研究が行われてきたが（例えば、Carrier ら, 1971; Lee・Raichlen, 1972; Mei・Unluata, 1978）、河川の影響を取り上げたものはほとんどなかった。長崎港のアビキについても、古くから調査研究が重ねてこられ（横尾, 1947; 寺田ら, 1953; 赤松, 1978; 四元, 1980; Hibiya・Kajiura, 1982; 富樫ら, 1986）、その結果、アビキ発生の予測に関してはまだ研究の余地が残されているものの、アビキ振動の特性はほぼ明らかにされた。しかし、浦上川がアビキ振動に及ぼす影響に限ってはまだ不明な点が多い。

本研究では、一般的に流入河川の幾何形状や摩擦特性が湾水振動に及ぼす影響を解明するとともに、河口付近における防潮工の有無によって川の影響が大きく異なる点にも注目する。実例として、長崎港内のアビキ振動に対する浦上川の影響を取り上げる。

## 2. モデル港に基づく解析

湾水振動に対する河川の影響を定性的に捉えるためにはモデル港に基づく理論解析が有効である。本研究で取扱うモデル港は、現象の本質を突出させるため、一様水深で長方形水域を有する湾に一樣断面の川が流れ込むような理想化したものとする（図-1）。従来、湾水振動を論ずる際に流体の粘性を無視することが少なくないが、

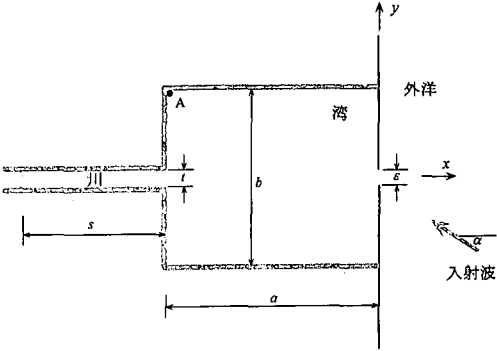


図-1 解析モデル港の定義図

湾の共振周期に限らず、共振モードをも正確に再現する必要が有る場合に対して、これで必ずしも適切であるとは限らない。つまり、共振が発生すると川および湾内の水面変動が極めて大きくなることがあり、大きな水面変動に伴う底面摩擦等の影響が無視できなくなることは十分予想される。したがって、本研究の理論解析には次式を用いて定常状態に達した湾水振動を表す。

$$\nabla^2 \eta + (1 + i\xi)^2 k^2 \eta = 0 \quad \cdots \cdots (1)$$

ただし、 $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ ,  $i$  は虚数単位,  $\eta$  複素水面変動,  $k$  は波数,  $\xi$  は無次元の波高減衰係数 (Yu・Togashi, 1994) である。外洋においては、振幅が極端に大きくなることがなく、摩擦の影響を常に無視して差し支えない。

モデル港は非常に簡単な平面形状を有するため、既知の入射波に対して水面振動  $\eta$  の解析解が接続法で得られる。すなわち、モデル港の対象領域が川、湾および外洋に分けられ、それぞれの領域において既知の境界条件が満たされた水面変動の一般解が導かれる。一般解に含まれる未知定数が河口および湾口における接続条件を用いて定められる。

河口幅および湾口幅が波長に比べて微小である場合のみを考えると、河口および湾口における水面の勾配（線流量に比例する）に対して次のような横断方向での直線変化が仮定できる。

\* 正 会 員 工 博 長崎大学助教授 工学部社会開発工学科  
\*\* フェロー 工 博 長崎大学教授 工学部社会開発工学科

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = p_m + q_m y \quad (x = -a, |y| \leq t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = p_e + q_e y \quad (x = 0, |y| \leq \varepsilon) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし,  $t$  は河口幅,  $\varepsilon$  は湾口幅を表し,  $p_m, q_m, p_e$  および  $q_e$  は未知定数である。見掛け上, 式 (2) および (3) は河口および湾口における  $\eta$  の境界条件となる。

式 (2) も満たされた川の水面変動  $\eta_r$  は固有関数法で以下のように得られる。

$$\eta_r = p_m t \Phi_r(x) + q_m t^2 \Psi_r(x, y) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに,  $\Phi_r(x)$  および  $\Psi_r(x, y)$  はそれぞれ  $p_m$  および  $q_m$  に対する川の応答関数である。川における湾水遡上が構造物等によって阻まれない場合には,

$$\Phi_r = \frac{\exp \mu_0(x+a)}{\mu_0 t} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\Psi_r = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{m+1}}{(K_{2m-1}t)^2} \frac{\exp \mu_{2m-1}(x+a)}{\mu_{2m-1}t} \sin K_{2m-1}y \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし,  $K_n$  および  $\mu_n$  は次式で与え,

$$K_n = \frac{n\pi}{t}, \quad \mu_n = k \left[ \left( \frac{n\pi}{kt} \right)^2 + (1+i\xi)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots (7)$$

さらに, 非負の実数部と非正の虚数部を有するように複素数の平方根を定義する必要がある。因みに, 式 (5) は川に遡上する波を表している。また, 河口から一定の距離  $s$  だけ離れた位置に川の流れが防潮工によって遮断された場合に対して,

$$\Phi_r = \frac{\cos \mu_0(x+s+a)}{\mu_0 t \sinh \mu_0 s} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\Psi_r = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{m+1}}{(K_{2m-1}t)^2} \frac{\cosh \mu_{2m-1}(x+s+a)}{\mu_{2m-1}t \sinh \mu_{2m-1}s} \sin K_{2m-1}y \quad \dots\dots\dots (9)$$

式 (5) と異なって, 式 (8) は重複波を表す。また, 波高減衰係数が比較的小さい場合においては, 特定の距離  $s$  に対して式 (8) による  $\Phi_r$  が極めて大きくなり得ることが分かる。これは, 防潮工によって河川も一定の条件で共振状態に達する可能性があることを意味する。

$\eta_r$  を求めるのと同様の方法で, 式 (2) および (3) を満たした湾内水面変動  $\eta_b$  は次式のように導かれる。

$$\eta_b = p_e \Phi_{bs}(x, y) + q_e \varepsilon^2 \Psi_{bs}(x, y) - p_m t \Phi_{br}(x, y) - q_m t^2 \Psi_{br}(x, y) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに,  $\Phi_{bs}(x, y)$ ,  $\Psi_{bs}(x, y)$ ,  $\Phi_{br}(x, y)$  および  $\Psi_{br}(x, y)$  は  $p_e, q_e, p_m$  および  $q_m$  に対する湾の応答関数であり,

$$\Phi_{bs} = \sum_{m=0}^{\infty} e_m F \left[ \frac{1}{2} \lambda_{2m} \varepsilon \right] \frac{\cosh \nu_{2m}(x+a)}{\nu_{2m} b \sinh \nu_{2m} a} \cos \lambda_{2m} y \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\Psi_{bs} = - \sum_{m=1}^{\infty} G \left[ \frac{1}{2} \lambda_{2m-1} \varepsilon \right] \frac{\cosh \nu_{2m-1}(x+a)}{\nu_{2m-1} b \sinh \nu_{2m-1} a} \cos \lambda_{2m-1} y \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\Phi_{br} = \sum_{m=1}^{\infty} e_m F \left[ \frac{1}{2} \lambda_{2m} t \right] \frac{\cosh \nu_{2m} x}{\nu_{2m} b \sinh \nu_{2m} a} \cos \lambda_{2m} y \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\Psi_{br} = - \sum_{m=1}^{\infty} G \left[ \frac{1}{2} \lambda_{2m-1} t \right] \frac{\cosh \nu_{2m-1} x}{\nu_{2m-1} b \sinh \nu_{2m-1} a} \cos \lambda_{2m-1} y \quad \dots\dots\dots (14)$$

また,

$$e_n = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 2 & n \geq 1 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\lambda_n = \frac{n\pi}{b}, \quad \nu_n = k \left[ \left( \frac{n\pi}{kb} \right)^2 + (1+i\xi)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots (16)$$

$$F[z] = \frac{\sin z}{z}, \quad G[z] = \frac{z \cos z - \sin z}{z^2} \quad \dots\dots (17)$$

外洋における水面変動  $\eta_s$  は, 入射波, 反射波および散乱波によるものに3分することができる。底面摩擦が無視できるものとして, 入射波および反射波による水面変動  $\eta_0$  は以下のように表される。

$$\eta_0 = H_0 \exp(iky \sin \alpha) \cos(kx \cos \alpha) \quad \dots\dots\dots (18)$$

ただし,  $H_0$  および  $\alpha$  はそれぞれ入射波の波高および入射角である。一方, Green 公式を適用すれば, 散乱波による水面変動  $\eta_1$  は第1種 Hankel 関数に関する境界積分で表すことができる。湾口が波長に比べて微小である条件も考慮して関数近似を行えば, 湾口位置にある任意の点における  $\eta_1$  は次式のように得られる。

$$\eta_1 = p_e \Phi_{sb}(y) + q_e \varepsilon^2 \Psi_{sb}(y) \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここに,

$$\Phi_{sb} = -\frac{1}{\pi} \left( \log k \sqrt{\varepsilon^2 - 4y^2} - \frac{y}{\varepsilon} \log \frac{\varepsilon - 2y}{\varepsilon + 2y} \right) + \chi \quad \dots\dots (20)$$

$$\Psi_{sb} = -\frac{1}{2\pi} \left[ \left( \frac{1}{4} - \frac{y^2}{\varepsilon^2} \right) \log \frac{\varepsilon - 2y}{\varepsilon + 2y} - \frac{y}{\varepsilon} \right] \quad \dots\dots\dots (21)$$

また,  $\chi = (1 + 2 \log 2 - r)/\pi + i/2$ ,  $r = 0.577215 \dots$  はオイラーの定数である。

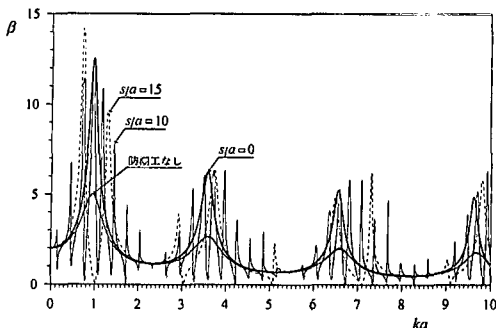


図-2 摩擦を無視したモデル港の A 点における増幅率

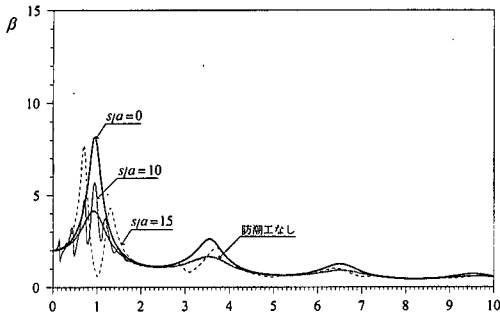


図-3 摩擦を考慮したモデル港のA点における増幅率

川、湾および外洋における水面変動を求める際に式(2)および(3)を用いたことにより、式(4)、(10)および(18)と(19)が河口および湾口で線流量の接続条件を満たしている。しかし、これらの式は更に以下の水面連続条件をも満足しなければならない。

$$\eta_r|_{x=-a} = \eta_b|_{x=-a}, \quad \eta_b|_{x=0} = \eta_0|_{x=0} + \eta_1 \quad \cdots \cdots (22)$$

式(22)を厳密に成立させることは不可能であるため、近似的な取扱いが必要となる。河口および湾口の横断方向に水面の直線変化が仮定できることで、式(22)を近似的に満足させるのには次式が成立させればよい。

$$\bar{\eta}_r|_{x=-a} = \bar{\eta}_b|_{x=-a}, \quad \bar{\eta}_b|_{x=0} = \bar{\eta}_0|_{x=0} + \bar{\eta}_1 \quad \cdots \cdots (23)$$

$$\tilde{\eta}_r|_{x=-a} = \tilde{\eta}_b|_{x=-a}, \quad \tilde{\eta}_b|_{x=0} = \tilde{\eta}_0|_{x=0} + \tilde{\eta}_1 \quad \cdots \cdots (24)$$

ただし、 $\bar{\phantom{x}}$  は河口あるいは湾口の横断方向における平均値、 $\tilde{\phantom{x}}$  は平均勾配を表す。式(23)および(24)に式(4)および(10)を代入して整理すれば、 $p_e, q_e, p_m$  および  $q_m$  に関する線形方程式が出来る。よって、 $p_e, q_e, p_m$  および  $q_m$  が求められ、川および湾内の水面変動が確定される。

図-2は、底面摩擦を無視した解析モデル港のA点( $x = -a, y = b/2$ )における副振動の増幅率 $\beta$ (=局所の波高と入射波高との比)と入射波の波数との関係が、川の有無または河口付近における防潮工の有無による違いを示したものである。一方、底面摩擦を考慮した結果は図-3に示されている。いずれの場合においても、川が存在しないケース( $s/a=0$ )と比較することにより、防潮工のない川が湾内副振動を低減させる機能を持つことが分かる。しかし、水面の連続性から、副振動によって川が著しく増水することも容易に想像できる。また、河口付近に防潮施設がある場合においては、湾の固有周期だけではなく、川の固有周期を有する波に対しても湾水共振が発生することが示されている。ただし、川および湾の底面摩擦効果を考慮すれば、川の固有モードでの湾水振動は顕著にならないことは、図-3と図-2を比較することによって明らかになる。また、図-2と図-3の非共振状態下の増幅率がほぼ同じであるのに対して、共振状態に達したときの増幅率が大きく異なることから、非共振条

件で無視できる程度の底面摩擦は、共振振幅の低減に大きく寄与することが確認できる。

### 3. 長崎湾のアビキの数値計算

長崎湾におけるアビキの数値計算には、次の底面摩擦を考慮した緩勾配方程式を用いる。

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \eta) + (1 + i\xi)^2 k^2 \eta = 0 \quad \cdots \cdots (25)$$

ここに、 $C$ は波速、 $C_g$ は群速度である。底面付近に乱流境界層が発達することとし、Dean・Dalrymple(1990)にしたがって無次元波高減衰係数 $\xi$ を次式で与える。

$$\xi = \frac{2f}{3\pi} \frac{k|\eta|}{\sin kh(2kh + \sinh 2kh)} \quad \cdots \cdots (26)$$

ただし、 $h$ は水深、 $f$ は底面粗度に依存する摩擦係数である。波高減衰係数が水面振動に関係するため、数値計算を行う際に試行錯誤が必要となる。

図-4に計算領域となる長崎湾および浦上川が示されている。浦上川が最上流に堰のある位置まで含まれているため、湾口を除く領域の境界( $\Gamma_1$ )はすべて不透過境界として取扱ってよい。一方、湾口部( $\Gamma_0$ )においては以下の条件を与えることとする。

$$\frac{\partial \eta}{\partial n} = f \quad \cdots \cdots (27)$$

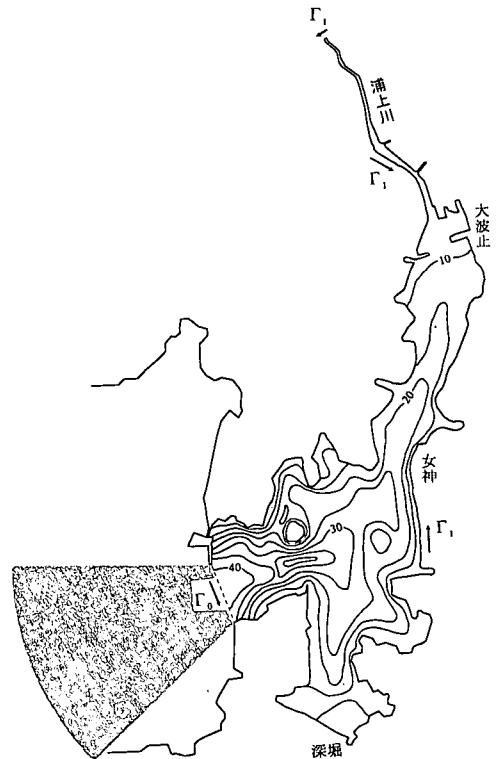


図-4 計算領域と水深

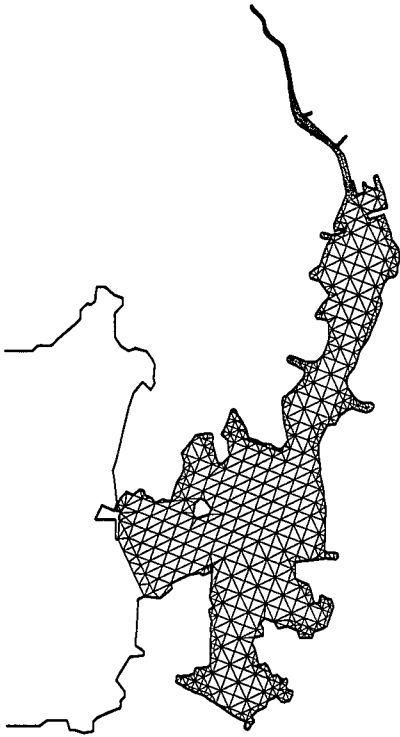


図-5 領域分割図

成されるベクトルであり、 $\Phi$  および  $\Psi$  は内挿関数を要素としたマトリックスである。式 (30) を式 (29) に代入すれば、汎関数  $\Pi$  を次のように近似できる。

$$\Pi = \frac{1}{2} \eta^T K \eta - \eta^T F J \quad \cdots \cdots \cdots (31)$$

ただし、 $K$  と  $F$  は次式で定義される。

$$K = \int_{\Omega} CC_e [\Phi_x^T \Phi_x + \Phi_y^T \Phi_y - (1 + i\xi)^2 k^2 \Phi^T \Phi] d\Omega \quad \cdots \cdots \cdots (32)$$

$$F = \int_{\Gamma_0} CC_e \Phi^T \Psi d\Gamma \quad \cdots \cdots \cdots (33)$$

また、下添字  $x$  および  $y$  はそれぞれ  $x$  および  $y$  に対する微分を示し、上添字  $T$  は転置マトリックスを示す。内挿関数は各要素内で線形変化を呈するものとし、また、波数、波速および群速度などの座標に対して緩やかに変化する変数を要素平均値で近似することにより、 $K$  と  $F$  は容易に計算できる (例えば、Huebner, 1995)。

一方、式 (28) を湾口境界にある各節点に適用し、さらに、式 (30) も考慮することによって、次の関係式が得られる。

$$\eta_* = \eta_0 + GJ \quad \cdots \cdots \cdots (34)$$

ただし、 $\eta_*$  および  $\eta_0$  はそれぞれ湾口境界にある節点での  $\eta$  および  $\eta_0$  の値で構成されるベクトルである。 $\eta_*$  は  $\eta$  の部分ベクトルである。式 (34) を式 (31) に代入すると、

$$\Pi = \frac{1}{2} \eta^T K \eta - \eta^T F G^{-1} \eta_* + \eta^T F G^{-1} \eta_0 \quad \cdots \cdots \cdots (35)$$

さらに式 (35) に対して停留条件を適用すれば、有限要素方程式が以下のように導かれる。

$$K \eta - 2FG^{-1} \eta_* = -FG^{-1} \eta_0 \quad \cdots \cdots \cdots (36)$$

線形方程式 (36) を解くことによって長崎港における水位変動の節点値が得られる。

図-6 は、長崎港に進入する波の周期に対して、大波止、女神および深堀 (図-4) におけるアピキ増幅率  $\beta$  の

ただし、 $n$  は境界の法線方向を示し、 $J$  は未知関数である。外洋における散乱波が図-4 に示されている湾口付近の扇形領域に限って顕著に現れるとすると、湾口位置における  $J$  と  $\eta$  は以下の関係式で結びつけられる。

$$\eta = \eta_0 + \frac{i}{2} \int_{\Gamma_0} J H_0^{(1)}(k\rho) d\Gamma \quad \cdots \cdots \cdots (28)$$

ただし、 $\eta_0$  は外洋における水面変動、 $H_0^{(1)}$  は第1種 Hankel 関数、 $\rho$  は  $\eta$  を求める点からの距離である。

境界条件式 (27) を満たした式 (25) の解を停留点とする汎関数は、変分原理より以下のように得られる。

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_{\Omega} CC_e [\nabla \eta \cdot \nabla \eta - (1 + i\xi)^2 k^2 \eta^2] d\Omega \\ & - \int_{\Gamma_0} J CC_e \eta d\Gamma \quad \cdots \cdots \cdots (29) \end{aligned}$$

ただし、 $\Omega$  は計算領域を表す。したがって、 $\eta$  を求める際に微分方程式 (25) を直接解く代りに、汎関数 (29) の停留条件を求めればよい。

式 (29) の停留条件を求めるためには数値解析法が必要となる。本研究では有限要素法を用いる。そこで、図-5 に示されているように、計算領域を1049個の三角形要素 (総節点数947) に分割し、振幅  $\eta$  および未知関数  $J$  に対して次のように近似を行う。

$$\eta = \Phi \eta, \quad J = \Psi J \quad \cdots \cdots \cdots (30)$$

ただし、 $\eta$  および  $J$  はそれぞれ  $\eta$  および  $J$  の節点値で構

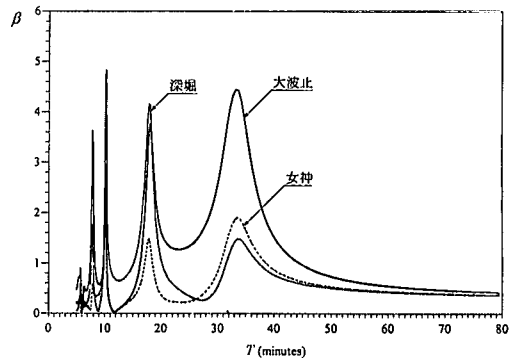


図-6 浦上川を考慮した長崎港のアピキ増幅率

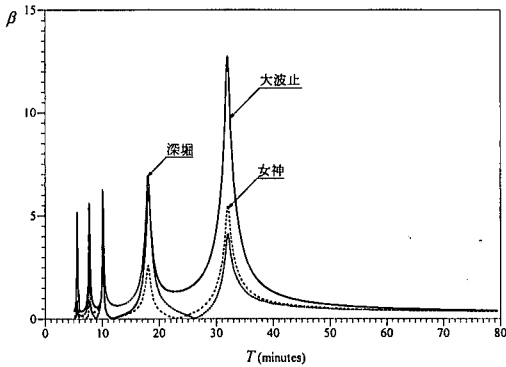


図-7 浦上川を無視した長崎港のアビキ増幅率

変化を表す数値解析結果である。一方、浦上川を無視して計算を行った結果が図-7に示されている。図-6より、長崎港は34分、18分および10分付近に固有周期を有することが分かる。これは、従来の観測結果とはほぼ一致する。計算で得られた固有周期が観測されたアビキの周期より多少小さい傾向が示されているが、その原因は、アビキ発生時の潮位の変化や、底面摩擦の湾水振動位相に対する影響など数値モデルに取込めなかった要素にあると思われる。図-6と図-7を比較すれば、浦上川が長崎湾のアビキを大きく抑える機能を持っていることは明らかである。これは、浦上川がアビキのエネルギーを逸散する役割を果たしていることによると考えられる。周期34分(実際に観測しているのは35分)のアビキに対して浦上川の抑制効果が特に顕著であることも注目される。その理由は、この固有周期での長崎湾の振動モードが浦上川の河口付近で最大振幅に達することにあると考えられる。

#### 4. 結 論

本研究では湾水振動に対する河川の影響を取上げ、一般的に流入河川の幾何形状や摩擦特性が湾水振動に及ぼす影響を解明することを試みた。また、河口付近における防潮工の有無によって川の影響が大きく異なる点にも注目した。実例として、長崎港内のアビキ振動に対する

浦上川の影響について検討を行った。モデル港に基づく解析および実例港を対象とした数値計算を通じて、以下の結論を得た。まず、防潮施設のない川は、湾内副振動を低減させる機能を持つが、副振動によって川が著しく増水する。また、河口付近に防潮施設がある場合においては、湾の固有周期だけではなく、川の固有周期を有する波に対しても湾水が共振する。ただし、防潮施設が河口から一定の距離だけ離れば、摩擦等の影響が効き、川が副振動の低減に寄与することが確認された。一方、浦上川が長崎港内のアビキ振動を大きく抑えていることが明らかにされた。また、浦上川の抑制効果は周期35分のアビキに対して特に顕著であることも分かった。

#### 参 考 文 献

- 赤松英雄(1978): 長崎港のあびき(副振動), 長崎海洋気象台100年史, pp. 154-162.
- 四元一弘(1980): 長崎港の検潮記録より求めた副振動現象, 長崎大学水産学部卒業論文.
- 寺田一彦・安井善一・石黒鎮雄(1953): 長崎港の副振動について, 長崎海洋気象台報告, No. 4.
- 富樫宏由・中村武弘・新田喜浩(1986): 長崎港のアビキの有限要素法による解析と河川遡上の現地観測, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 80-84.
- 横尾大智(1947): 長崎港の静振について, 海象と気象, Vol. 1, No. 4, pp. 11-18.
- Carrier, G. F., Shaw, R. P. and Miyata, M. (1971): Channel Effects in harbor resonance, J. Engrg. Mech. Div., ASCE, Vol. 97, No. 6, pp. 1703-1716.
- Dean, R. G. and Dalrymple, R. A. (1990): Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists, World Scientific.
- Hibiya, T. and Kajiura, K. (1982): Origin of the Abiki phenomenon (a kind of seich) in Nagasaki Bay, J. Oceanog. Soc. of Jpn., Vol. 38, No. 3, pp. 172-182.
- Huebner, K. H. (1995): The Finite Element Methods for Engineers, 3/e, John Wiley & Sons.
- Lee, J. J. and Raichlen, F. (1972): Oscillations in harbors with connected basins, J. Wtrwy., Harb. and Coast. Engrg. Div., ASCE, Vol. 98, No. 3, pp. 311-332.
- Mei, C. C. and Unluata, U. (1978): Resonant scattering by a harbor with two coupled basins, J. Engrg. Math., Vol. 10, pp. 333-353.
- Yu, X. and Togashi, H. (1994): Irregular waves over an elliptic shoal, Proc., 24th ICCE, pp. 746-760.