

有限水深域における海洋波の非線形相互作用に関する数値計算

橋本典明*・鶴谷廣一**・中川康之***

1. はじめに

波浪の発達・減衰を支配する重要な物理過程に非線形相互作用がある。これは異なる周波数・伝播方向を有する無数の成分波間でエネルギー交換を引き起こすメカニズムで、風から波へのエネルギー輸送や碎波等によるエネルギー散逸と同様に重要な物理過程である。現在の波浪予報モデルでは、いかに正確にこのメカニズムをモデルに導入するかが、急務かつ最重要な課題となっている。本研究で対象とした非線形相互作用のメカニズムは Hasselmann (1962), Herterich ら (1980) により定式化されたものである。しかしながら、その導出過程は難解で、実際の計算に際しては Boltzmann 積分の特異点処理の問題等いくつかの問題を含み、また多大の計算時間を要するため、現実的な連続スペクトルを対象として非線形相互作用の計算を試みた例はこれまでにあまり多くない。既往の計算例の内、Hasselmann ら (1981) は深水域および有限水深域の波浪を対象とした計算例を報告している。しかしながら、それらの結果は数値的に不安定である。一方、Masuda (1980), 小松ら (1993) は巧みな工夫を導入し、高速かつ高精度に非線形相互作用を計算可能な方法を提案しているが、適用が深海波に限られている。

非線形相互作用は波浪の発達・減衰過程に常に内在するメカニズムであり、他の物理過程と複合的に観測される。このため、実験や観測で得られたデータをもとにこのメカニズムを検討しようとしても、直接的には検討することは出来ず、理論の援用が不可欠である。Masuda, 小松らの方法は深海波に適用が限られているものの、Hasselmann らの計算法よりも精度や計算時間の面で優れており、この方法を有限水深域にも適用可能な形に拡張できれば、有限水深域も含む合理的かつ高精度な第三代波浪予報モデルの開発に寄与できるものと思われる。

本研究は、Masuda, 小松らの理論を拡張し、深水域の

みならず有限水深域にも適用可能な計算式の定式化を行い、数値計算によってその妥当性を検討したものである。

2. 有限水深域における非線形相互作用の定式化

Hasselmann (1962) により導出された成分波間の非線形相互作用による波浪のエネルギー・スペクトルの時間発展を記述する Boltzmann 積分は次式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(k_4)}{\partial t} = & \int \dots \int dk_1 dk_2 dk_3 G(k_1, k_2, k_3, k_4) \\ & \times \delta(k_1 + k_2 - k_3 - k_4) \delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \\ & \times \{n_1 n_2 (n_3 + n_4) - n_3 n_4 (n_1 + n_2)\} \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

ここに、 $n_j \equiv n(k_j) = \phi(k_j)/\omega_j$, ($j=1, \dots, 4$) は波数ベクトル k_j の波の作用(密度), ϕ は波数スペクトル, ω_j は角周波数で、 $\omega_j^2 = gk_j \tanh k_j h$ を満足する。また、 G は相互作用係数 (Herterich ら, 1980) である。

式 (1) は 4 波共鳴の非線形相互作用を表す式で、4 波共鳴条件：

$$k_1 + k_2 = k_3 + k_4 \dots \dots \dots (2)$$

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 \dots \dots \dots (3)$$

を満足する成分波間で非線形相互作用が起こる。

共鳴する 4 つの成分波の波数配置を適切に表現するものとして Longuet-Higgins (1976) の 4 波相互作用の図がある (図-1)。図-1 から分かるように、 k_3 と k_4 が決ま

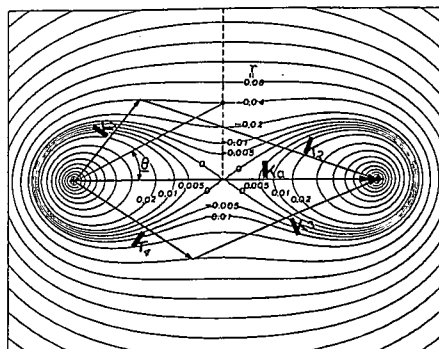


図-1 Longuet-Higgins による共鳴相互作用の図 [Masuda (1980)]

* 正会員 工博 運輸省港湾技術研究所海洋環境部水理研究室長

** 正会員 工博 運輸省港湾技術研究所海洋環境部環境評価研究室長

*** 正会員 工修 運輸省港湾技術研究所海洋環境部水理研究室

ると k_1 と k_2 は自由度を 1 つ残して決まる。

Longuet-Higgins は $\gamma = \omega_a / \sqrt{k_a}$ を自由パラメータとして図-1 を作成したが, Masuda (1980) はこの γ を

$$\gamma = \sqrt{k_a} / \omega_a - 1 / \sqrt{2} \quad \cdots \cdots (4)$$

と定義し直し, 巧みな方法によって特異点近傍 ($\gamma=0$ 近傍) の Boltzmann 積分の近似解を導出して, 精度の良い非線形相互作用の数値計算法を開発した。

以下では Masuda (1980) が定義した γ を有限水深の効果 considering,

$$\gamma = \sqrt{g k_a \tanh k_a h / 2} / \omega_a - 1 / \sqrt{2} \quad \cdots \cdots (5)$$

と定義し直し, 有限水深域における非線形相互作用の計算式を導出する。

まず, 式 (1) で k_1, k_2 に関する対象性から (k_1, k_2) の全空間にわたる積分を $|k_1| \leq |k_2|$ の半空間にわたる積分に置き換える。また, 式 (1) を k_2 で積分し, $k \rightarrow (\omega, \theta)$ に座標変換すると,

$$dk = \frac{k}{C_\theta} d\omega d\theta \quad \cdots \cdots (6)$$

$$\phi(\omega, \theta) = \frac{\omega k}{C_\theta} n(k) \quad \cdots \cdots (7)$$

を用いて, 式 (1) は次式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi(\omega_1, \theta_1)}{\partial t} &= \frac{2\omega_1 k_1}{C_\theta(k_1)} \iint d\omega_3 d\theta_3 \iint d\omega_4 d\theta_4 \\ &\times \left\{ \frac{k_1 k_3 G}{C_\theta(k_1) C_\theta(k_3)} \right\} \delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \\ &\times \{n_1 n_2 (n_3 + n_4) - n_3 n_4 (n_1 + n_2)\} \quad \cdots \cdots (8) \end{aligned}$$

ここで, 式 (8) には $k_1 \leq k_2, \omega_1 \leq \omega_2, k_1 + k_2 - k_3 - k_4 = 0$ の条件が課せられているが, 以下では省略する。また, 条件 $k_1 \leq k_2$ により, $\theta_1 - \theta_a$ をパラメータとすれば ω_1 は一意に決まり, $\gamma < 0$ に対して $\theta_1 - \theta_a$ の領域も次のように制限される (図-1 参照)。

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{k_a}{2k_1} \right) \leq |\theta_1 - \theta_a| \leq \pi \quad \cdots \cdots (9)$$

次に, 式 (8) を ω_1 で積分し, 変数変換

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\theta}_1 &= \theta_1 - \theta_a, \tilde{\theta}_2 = \theta_2 - \theta_a \\ \tilde{\theta}_3 &= \theta_3 - \theta_a, \Omega = \ln \omega_3 \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots (10)$$

を施すと, 式 (8) は最終的に次式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi(\omega_1, \theta_1)}{\partial t} &= \frac{2\omega_1 k_1}{C_\theta(k_1)} \int_0^\pi d\tilde{\theta}_3 \int_0^\pi d\Omega \int_0^\pi d\tilde{\theta}_1 \\ &\times \sum_{\pm} \sum_{\pm} \sum_{\pm} \left\{ \frac{k_1 k_3 \omega_3}{C_\theta(k_1) C_\theta(k_3)} \frac{G}{S} \right\} \\ &\times \{n_1 n_2 (n_3 + n_4) - n_3 n_4 (n_1 + n_2)\} \quad \cdots \cdots (11) \end{aligned}$$

ここで,

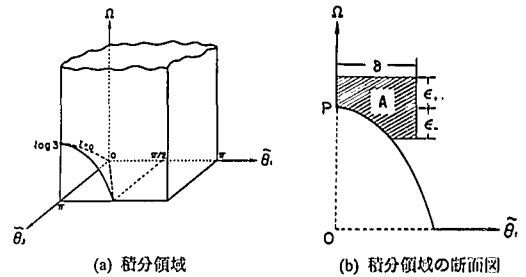


図-2 積分領域の概略図 (a) とその断面図 (b)
[Masuda (1980)]

$$\int_{-\pi}^{\pi} d\tilde{\theta}_3 \int_0^\pi d\Omega \int_{-\pi}^{\pi} d\tilde{\theta}_1 \quad \cdots \cdots (12)$$

は次のように置き換えられている。

$$\int_0^\pi d\tilde{\theta}_3 \int_0^\pi d\Omega \int_0^\pi d\tilde{\theta}_1 \times \sum_{\pm} \sum_{\pm} \sum_{\pm} \quad \cdots \cdots (13)$$

式 (11) の積分領域の概略図を図-2 (a) に示す。ただし, 条件 $k_1 \leq k_2$ によって, 3 平面 $\tilde{\theta}_3 = \pi, \Omega = 0, \tilde{\theta}_1 = 0$ と曲面 $\tilde{\theta}_1 = \theta(\tilde{\theta}_3, \Omega)$ によって囲まれた左下部の領域は除外される。

さて, 分母 S は $\delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4)$ により生じたもので, 次のように与えられる。

$$\begin{aligned} S &= \left| 1 + \frac{C_\theta(k_2)}{C_\theta(k_1)} \frac{k_1 - k_a \cos \tilde{\theta}_1}{k_2} \right| \\ &= \left| 1 \pm \frac{C_\theta(k_2)}{C_\theta(k_1)} \left\{ 1 - \frac{k_a^2}{k_2^2} \sin^2 \tilde{\theta}_1 \right\}^{1/2} \right| \quad \cdots \cdots (14) \end{aligned}$$

ただし, S は $\omega_1 = \omega_2$ かつ $\tilde{\theta}_1 = 0$ のとき $S = 0$ になる。すなわち, 式 (11) の被積分関数の特異点は $\tilde{\theta}_1 = 0$ 上の曲線 $\gamma = 0$ に沿って位置する。したがって, この領域近傍で積分を実施する際には, 特異点に関する特別な配慮が必要である。

特異点近傍の積分

式 (11) の特異点近傍の積分は, 数値不安定を防ぐために Masuda (1980) と同様に以下に行う。

式 (11) の 3 重積分は $\tilde{\theta}_1, \Omega, \tilde{\theta}_3$ の順に行うので, まず $\tilde{\theta}_3 =$ 一定の平面において特異点周辺の微小領域 A を考える (図-2 (b))。ただし, 特異点 P での Ω を Ω_P と表し, 領域 A を $\theta \leq \tilde{\theta}_1 \leq \delta$ および $-\epsilon_- \leq \Omega - \Omega_P \leq \epsilon_+$ で定義する。ここで,

$$\begin{aligned} R &= k_1 k_3 \omega_3 G \{n_1 n_2 (n_3 + n_4) - n_3 n_4 (n_1 + n_2)\} \\ &/ C_\theta(k_1) C_\theta(k_3) \quad \cdots \cdots (15) \end{aligned}$$

とし, 特異点での R を R_P で表すと, 領域 A に関する積分は次式で近似できる。

$$\iint_A d\Omega d\tilde{\theta}_1 \frac{R}{S} = R_P \iint_A d\Omega d\tilde{\theta}_1 \frac{1}{S_P} \quad \cdots \cdots (16)$$

ここで,

$$S_P = \left[-\frac{2D_g(k_a/2)}{C_g(k_a/2)} \left\{ k_a \tilde{\theta}_1^2 + \frac{2\sqrt{2}\omega_a\mu}{C_g(k_a/2)} (\Omega - \Omega_P) \right\} \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\begin{aligned} \mu &= \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \Omega} \right)_P = \left(\omega_3 \frac{\partial \gamma}{\partial \omega_3} \right)_{r=0} \\ &= \frac{\omega_3}{\sqrt{2}\omega_a} \left\{ \frac{C_g(k_a/2)}{C_g(k_3)} \frac{k_3 + k_a \cos \tilde{\theta}_3}{k_a} - 1 \right\} \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

で、 $D_g(k) = \partial C_g(k) / \partial k$ である。なお、式 (17) は式 (14) を特異点近傍の $\tilde{\theta}_1$ と Ω に関する微小量の 2 次オーダーまで展開することにより得られる。

したがって、式 (16) の右辺の積分は最終的には次式で近似できる。

$$\begin{aligned} &\iint_A d\Omega d\tilde{\theta}_1 \frac{1}{S_P} \\ &= \frac{\epsilon_+}{\sqrt{a}} \ln \frac{|\sqrt{a}\delta + \sqrt{a\delta^2 + b\epsilon_+}|}{|\sqrt{b\epsilon_+}|} \\ &\quad - \delta \frac{\sqrt{a}\delta - \sqrt{a\delta^2 + b\epsilon_+}}{b} \\ &\quad + \frac{\epsilon_-}{\sqrt{a}} \ln \frac{|\sqrt{a}\delta + \sqrt{a\delta^2 - b\epsilon_-}|}{|(\sqrt{ac} + \sqrt{ac-b})\sqrt{\epsilon_-}|} \\ &\quad + \delta \frac{\sqrt{a}\delta - \sqrt{a\delta^2 - b\epsilon_-}}{b} \quad \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} a &= -\frac{2k_a D_g(k_a/2)}{C_g(k_a/2)}, \quad b = -\frac{4\sqrt{2}\omega_a D_g(k_a/2)}{\{C_g(k_a/2)\}^2} \mu \\ c &= \frac{2\sqrt{2}\omega_a}{k_a C_g(k_a/2)} \mu \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (20)$$

である。

なお、上の議論は $\mu=0$ 、すなわち原点 $\tilde{\theta}_3=\Omega=\tilde{\theta}_1=0$ 付近では成立しないが、この原点付近の特異点からの寄与分は、共鳴 4 波が同一の波数成分を扱う計算法では相殺されるため計算する必要はない。

以上、有限水深域を対象として、Masuda (1980) の計算式を拡張した結果を述べた。本論文で導いた Boltzmann 積分を実施する際に必要な諸量や特異点近傍の近似解は、水深を無限大にした場合に、Masuda (1980) の定式化と一致することは、容易に確かめられる。

3. 非線形相互作用の数値計算法

2. で導いた計算式を用いて非線形相互作用の計算を行うため、小松ら (1993) が用いた非線形相互作用の対称性と 4 波共鳴配置の鏡像性を考慮した計算法を採用した。詳細は小松らの論文に述べられており、以下では計算手順の概要を述べることにする。

なお、小松らの方法は深海波を対象としたものである。この場合には、Boltzmann 積分に含まれる諸量を、例えば波数 k_i (すなわち ω_i, θ_i) に着目して、これに相対的

な表現にすると、 $G, S, \omega_1, \dots$ 等の諸量は $\tilde{\theta}_3, \tilde{\Omega} = \ln(\omega_3/\omega_1)$, $\tilde{\theta}_1$ だけについての関数となる。従って、これらの諸量は着目する波数 k_i (すなわち ω_i, θ_i) とは無関係になり、最初に一回だけ計算すれば、異なる周波数 ω_i に共通に使い、計算時間の大幅な節約につながる。しかしながら、有限水深域を対象とする場合には、 $G, S, \omega_1, \dots$ 等の諸量は $\tilde{\theta}_3, \tilde{\Omega}, \tilde{\theta}_1$ だけでなく、着目する波数 k_i にも依存する。従って、有限水深域を対象とする計算では、 $G, S, \omega_1, \dots$ 等の諸量を、着目する ω_i に関するループ毎にそれぞれ計算する必要があり、深海波を対象とした計算に比べてこの分だけ計算時間を要することになる。

以下の計算では、波数 k_i (すなわち ω_i, θ_i) に着目して計算することとし、相互作用の対称性より、波 1～波 4 の周波数を次のような大小関係に設定して行う。

$$\omega_3 \leq \omega_1 \leq \omega_2 \leq \omega_4 \quad \dots\dots\dots (21)$$

また、連続スペクトルを対象として非線形相互作用の計算を行うため、 (ω_i, θ_i) に関するループを回して周波数 ω_i および方向角 θ_i に関する非線形相互作用の計算を行うが、周波数 ω_i に関するループを外側のループとし、このループ内で、下記の特異点付近の核関数の計算と正則点上の核関数の計算を行い、方向角 θ_i に関する内側のループ内で、各周波数・方向角毎に非線形エネルギー伝達の計算を行うことになる。

特異点付近の核関数の計算

パラメータを $\tilde{\theta}_3$ とする。このとき、鏡像を利用するために、 $0 \leq \tilde{\theta}_3 \leq \pi$ とする。この 1 次のループを回して以下の演算を行う。

- 1) 式 (21) を満足させながら、 $\gamma=0$ となるような Ω_P を求める ($\Omega_P = \ln \omega_3$)。すなわち、 $F_1(k_3)=0$ にはさみうち法を用いた繰返し計算により k_3 を求める。ただし、

$$\begin{aligned} F_1(k_3) &= \frac{\omega_a^2}{2} - gk_a \tanh \frac{k_a h}{2} \\ \omega_a &= \sqrt{gk_3 \tanh k_3 h} + \sqrt{gk_4 \tanh k_4 h} \\ k_a &= \sqrt{k_3^2 + k_4^2 + 2k_3 k_4 \cos \tilde{\theta}_3} \end{aligned}$$

である。

- 2) 共鳴条件より $\omega_1 = \omega_2 = \omega_a/2$ 、また、 $\tilde{\theta}_1 = \tilde{\theta}_2 = 0$ とする。
- 3) $\Delta\Omega \equiv \Delta \ln \omega$ として $\tilde{\Omega}_P = |\Omega_P / \Delta\Omega| - [| \Omega_P / \Delta\Omega |]$ を求め $\tilde{\Omega}_P < 0.5$ なら、微小領域 A の Ω についての領域幅を $\epsilon_+ = (0.5 - \tilde{\Omega}_P) \times \Delta\Omega$, $\epsilon_- = (\tilde{\Omega}_P + 0.5) \times \Delta\Omega$ に設定する。ただし、 $\tilde{\Omega}_P \geq 0.5$ なら特異点として扱わない。
- 4) 式 (19) より核関数

$$P = k_1 k_3 \omega_3 G / \{C_g(k_1) C_g(k_3)\} \iint_A d\Omega d\tilde{\theta}_1 (1/S_P)$$

を計算する。

5) 波4に相対的な波1, 波2, 波3の波数成分の格子点番号 (I_j, J_j); $j=1, 2, 3$ を求め (鏡像も含めて), 核関数 P とこれら4波による可能な配置の対応付けを行う。なお, 原点 $\tilde{\theta}_3=\Omega=\tilde{\theta}_1=0$ 付近の特異点からの寄与分は, 2. に述べた理由により計算する必要はない。

正則点上の核関数の計算

パラメータを $\tilde{\theta}_3, \omega_3, \tilde{\theta}_1$ とする。この3次のループを回して以下の演算を行う。ただし, 4波共鳴配置の鏡像性を利用するために, $0 \leq \tilde{\theta}_3 \leq \pi, 0 \leq \tilde{\theta}_1 \leq \pi$ とする。

1) 式 (21) を満足させながら, $F_2(k_1)=0$ にはさみうち法を用いた繰返し計算により ω_1 および $\omega_2, \tilde{\theta}_2$ を求める。ただし,

$$\begin{aligned} F_2(k_1) &= \omega_a - \sqrt{gk_1 \tanh k_1 h} - \sqrt{gk_2 \tanh k_2 h} \\ k_2 &= \sqrt{k_a^2 + k_1^2 - 2k_a k_1 \cos \tilde{\theta}_1} \\ \tilde{\theta}_2 &= \tan^{-1} \left\{ \frac{-k_1 \sin \tilde{\theta}_1}{k_a - k_1 \cos \tilde{\theta}_1} \right\} \end{aligned}$$

である。

2) 核関数 $K=k_1 k_3 \omega_3 G / \{C_g(k_1) C_g(k_3) S\}$ を求める。

3) 波4に相対的な波1, 波2, 波3の波数成分の格子点番号 (I_j, J_j); $j=1, 2, 3$ を求め (鏡像も含めて), 核関数 K とこれら4波による可能な配置の対応付けを行う。

非線形エネルギー伝達の計算

スペクトルデータ $\phi(I, J)$ を読みとり, 作用 $n=\phi(I, J) C_g / (\omega k)$ を求める。そして, 波4の配列 (I_4, J_4) と相対的な波1, 波2, 波3の配置とにより各周波数・方向毎に以下の演算を行う。

1) 波1, 波2, 波3の周波数および波向の格子番号 (I_j, J_j); $j=1, 2, 3$ を

$$I_j = \tilde{I}_j + I_4, J_j = \tilde{J}_j + J_4$$

により決める。

2) 各波の波数成分に対する作用 $n_j=n(I_j, J_j)$; $j=1, 2, 3, 4$ を用い, 正則点上の被積分関数

$$\begin{aligned} dW_K &= 2\omega_4 k_4 K / C_g(k_4) \\ &\quad \times \{n_1 n_2 (n_3 + n_4) - n_3 n_4 (n_1 + n_2)\} \Delta \tilde{\theta}_3 \end{aligned}$$

および, 特異点付近の被積分関数

$$\begin{aligned} dW_P &= 2\omega_4 k_4 P / C_g(k_4) \\ &\quad \times \{n_1 n_2 (n_3 + n_4) - n_3 n_4 (n_1 + n_2)\} \Delta \tilde{\theta}_3 \Delta \Omega \Delta \tilde{\theta}_1 \end{aligned}$$

を計算し, 作用の変化量 Δn_j をそれぞれに対応する波数成分 (I_j, J_j) に記憶する。

ここに,

$$\begin{Bmatrix} \Delta n_1 \\ \Delta n_2 \\ \Delta n_3 \\ \Delta n_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ -1 \\ +1 \\ +1 \end{Bmatrix} dW$$

である。

4. 数値計算による検討

本方法は深水域を対象とした Masuda, 小松らの定式化を含む一般的定式化であり, 深水域を対象とした計算では, 周波数分割数と方向分割数を 24×36 と粗く設定した場合でも, Masuda, 小松らの計算結果と酷似した滑らかな非線形エネルギー伝達が計算される。しかしながら, 有限水深域, 特に $k_p h \sim 1$ (k_p : 周波数スペクトルのピーク周波数 ω_p に対応する波数) 付近では, このような粗い計算格子では非線形エネルギー伝達の計算はやや不安定で, 滑らかさが失われた計算結果となる。

図-3 (a), (b) はそれぞれ周波数スペクトルとして $\omega_p=1$ にピークを有する Pierson-Moskowitz (以下 PM) スペクトルおよび JONSWAP スペクトルを対象として, 方向関数として方向集中度が周波数によらず一定の $\cos^2 \theta$ 型を用い, 周波数分割数と方向分割数を 72×96 とし, $k_p h$ を 10, 1.0, 0.8 と変化させた場合の非線形エネルギー伝達の計算例を示したものである。非線形エネルギー伝達は式 (11) に見られるように, 周波数と方向角の関数として計算されるが, ここではこれを方向角に関して積分し, 周波数に関する非線形エネルギー伝達として示している。

非線形エネルギー伝達の特性は水深と方向スペクトルの形状により異なり, 周波数スペクトルに PM スペクトルを用いた場合には, 深水域ではピーク周波数 ω_p 付近で非線形エネルギー伝達は正の極大値を示し, $1.5\omega_p$ 付近で負の極小値を示す。しかしながら, $k_p h \sim 1$ よりも小さくなると, 非線形エネルギー伝達の正と負の極値はいずれもやや低周波数側に移動し, 絶対値は増大する。

一方, JONSWAP スペクトルの例では, PM スペクトルの例と異なり, 非線形エネルギー伝達の正の極大値は $0.95\omega_p$ 付近, 負の極小値は $1.1\omega_p$ 付近にあり, $k_p h \sim 1$ より小さい場合にもそれらの位置はあまり変動せず, 非線形エネルギー伝達が相似形を保って強化されているよう

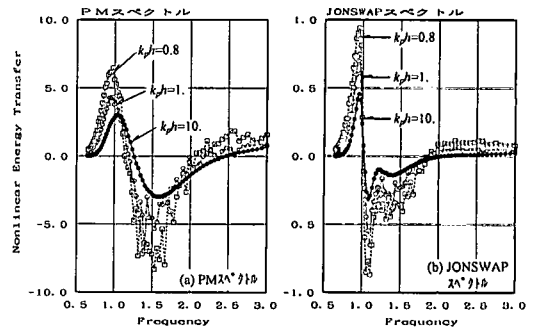


図-3 種々の $k_p h$ を対象とした非線形エネルギー伝達の計算例
(a) PM スペクトル, (b) JONSWAP スペクトル

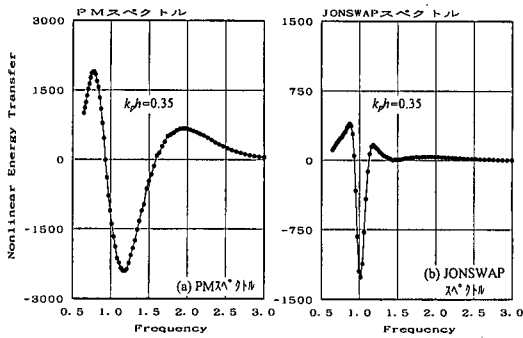


図-4 $kph = 0.35$ の場合の非線形エネルギー伝達の計算例
(a) PM スペクトル, (b) JONSWAP スペクトル

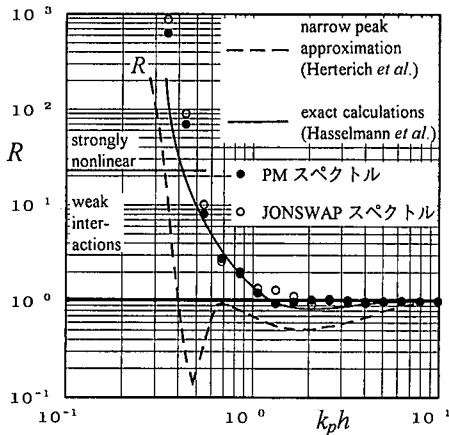


図-5 有限水深域における非線形エネルギー伝達の増幅率

に見える。

Hasselmann ら (1985) が述べているように、 $kph \leq 0.4$ では非線形エネルギー伝達の大きさは深海波の場合に比べ著しく強化され、非線形相互作用の理論の導出の際に仮定された弱非線形性の仮定が疑わしくなるが、参考のため $kph = 0.35$ の計算例を示したものが図-4 (a), (b) である。図-3 の例に比べて絶対値が著しく増大し、非線形エネルギー伝達の特長も方向スペクトル形状に依存してかなり異なることが分かる。

図-5 は種々の kph を対象として非線形エネルギー伝達を計算し、

$$R(kph) = S_{nl}(kph)_{\text{peak}} / S_{nl}(\infty)_{\text{peak}}$$

によって、有限水深域における非線形エネルギー伝達の増幅率を計算したものである。ここに、 $S_{nl}(kph)_{\text{peak}}$ は kph をパラメータとして計算した非線形エネルギー伝達の正の極大値である。図-5 中の●と○はそれぞれ周波数スペクトルに PM スペクトルと JONSWAP スペクトルを用いた場合の計算例である。また、図中の破線と実線は、参考のために Hasselmann ら (1985) の論文から引用し

た非線形エネルギー伝達の増幅率である。ただし、Hasselmann らの計算は方向関数に Mitsuyasu-Hasselmann 型を用いており、著者らの計算条件とは異なるが、両者は概してよく一致している。Hasselmann らを中心として開発された第三世代波浪推算モデル (WAMDI Group, 1988) では、有限水深域における波浪推算では図-5 に示した非線形エネルギー伝達の増幅率を深海波の非線形エネルギー伝達に乗じることで対処している。図-5 では周波数スペクトルの相違による非線形エネルギー伝達の増幅率に大差は見られないが、実際には図-3 や図-4 に見られるように非線形エネルギー伝達の形状と極値の位置はかなり異なるので注意が必要である。

なお、種々の kph を対象とした筆者らの非線形エネルギー伝達の計算結果と、Hasselmann ら (1981) の厳密計算結果を比べると、筆者らの非線形エネルギー伝達の計算結果に見られる変動は Hasselmann らの厳密計算結果と同程度あるいはそれ以下であった。

5. あとがき

Masuda (1980), 小松ら (1993) の理論を拡張し、深水域のみならず有限水深域にも適用可能な非線形相互作用に関する計算式の定式化を行った。今後、本方法をもとに種々の方向スペクトルを対象として有限水深域における非線形相互作用の検討を進める予定である。本研究を実施するに際しては、九州大学応用力学研究所の増田章教授および小松幸生博士には種々適切な御助言、御指導を頂いた。ここに記して深甚の謝意を表します。

参考文献

- Hasselmann, K. (1962): On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum, Part 1, General theory, J. Fluid Mech., 12, pp. 481-500.
- Hasselmann, S. and K. Hasselmann (1981): A symmetrical method of computing the nonlinear transfer in a gravity wave spectrum, Hamb. Geophys. Einzelschriften, Reihe A: Wiss. Abhandl., 52, 138 p.
- Hasselmann, S. and K. Hasselmann (1985): Computations and Parameterizations of the Nonlinear Energy Transfer in a Gravity-Wave Spectrum. Part I: A New Method for Efficient Computations of the Exact Nonlinear Transfer Integral, J. Phys. Oceanogr., 15, pp. 1378-1391.
- Herterich, K. and K. Hasselmann (1980): A similarity relation for the nonlinear energy transfer in a finite-depth gravity-wave spectrum, J. Fluid Mech., 97, pp. 215-224.
- Masuda, A. (1980): Nonlinear Energy Transfer Between Wind Waves, J. Phys. Oceanogr., 10, pp. 2082-2092.
- The WAMDI Group (13 Authors) (1988): The WAM model. A third generation ocean wave prediction model, J. Phys. Oceanogr., 18, pp. 1378-1391.
- 小松幸生・草場忠夫・増田 章 (1993): 風波成分波間の非線形エネルギー伝達—新しく開発した効率的な計算法について—, 九州大学応用力学研究所報, 第 75 号, pp. 121-146.