

非線形拘束波の波数周波数スペクトルの推定に関する研究

関 本 恒 浩*

1. はじめに

周期1分程度の長周期波は、常に拘束波と自由波が共存した状態になっていることが最近の研究より明らかになっている。いわゆるサーフビートとよばれる浅海における長周期波については、断面2次元に対してその発生・伝播のメカニズムが精密な水理実験によりかなり明らかになりつつあり、波群の変形にともなって付随的に自由波が発生することが明らかにされている(たとえば、長瀬・水口, 1995)。一方、長周期波の方向特性に関する研究は、拘束波の方向スペクトルについての議論はなされているものの、自由波も含めた検討は拘束波と自由波を分離することの難しさのため、十分に検討されていないのが現状であり、高次のスペクトルを用いて周波数スペクトルについて自由波と拘束波を分離することが試みられているにすぎない(Herbersら, 1995)。本研究は、方向スペクトルレベルでの自由波と拘束波の分離をめざし、まず、拘束波の波数周波数スペクトル特性について検討し、最尤法を用いた拘束波の波数周波数スペクトルの推定が可能であることを示すとともに、自由波と拘束波の分離法について検討したものである。

2. 多方向波浪場における非線形拘束波の挙動

2次の非線形拘束波は、1次成分波に拘束されており、その位相に強く依存する。断面2次元における長周期波の研究において、多くの検討がRadiation Stressを外力とした波動方程式を基礎式として進められているのも、理由はこの辺にあるものと考えられる。一方、多方向波浪場では、水理実験や現地観測によって得られたデータから、1次成分波の位相情報を取り出すことは不可能である。そこで、ここでは数値実験によって多方向波浪場における長周期拘束波の特性について検討する。

図-1は、ある1点で計られた水位変動とそれを構成する成分波が単方向不規則波とした場合と多方向不規則波とした場合について長周期の非線形拘束波にどのような相違が見られるかを調べたものである。ここでの数値計算条件は水深10 mおよび20 m、波高1 m、周期10 s

であり、スペクトル形としては、周波数スペクトルは修正 Bretschneider-光易型スペクトルを、多方向不規則波浪場の場合、水深10 mのときと20 mのときで、それぞれ $S_{\max}=75$ および10の光易型方向分布関数を用いている。また、ここでは長周期波は0.05 Hz以下の周波数帯として計算した。図の上段は1次成分波形、中段は単方向波として理論的に求めた非線形長周期波、下段は多方向波として求めた非線形長周期波をそれぞれ表す。

数値シミュレーションによれば、単方向波を仮定した場合には、拘束波の波形は1次成分波の包絡波形と非常によく対応し、包絡波の振幅の大きいところではset-downが見られる。一方、多方向波を考えた場合は、成分波間の干渉が方向分散性によって小さくなるため、振幅は単方向波に比べ小さくなる。拘束波の波高は1次成分波の波高の2乗に比例するため1次成分波の波高が大きくなると両者の差は非常に大きくなる。さらに多方向波の場合、拘束波の波形の極小値の位置などは1次成分波の包絡波形の極大値の位置に大局的には一致しているようではあるが、包絡波の極大値の規模と拘束波の極小値の規模はほとんど相関が見られない。この傾向は水深が深いほど、また1次成分波の方向分散性が強いほど顕著となる。なお、水深10 m、 $S_{\max}=75$ の条件であっても、拘束波における単方向波と多方向波の違いは比較的大きかった。したがって、多方向波浪場においては、非線形拘束波も多方向性を考慮した評価が必要といえる。

また、単方向不規則波であれば、位相に関する不規則性の自由度は各周波数に対して1であるが、多方向波浪場になるとこの自由度は無量大となる。すなわち、位相を確定するためには無限台数の計測器が必要となり、多方向波浪場で波形レベルの議論をすることは今のところ不可能と考えられる。したがって、現状では波の位相情報を平均化した時間・空間的なエネルギーの分布すなわち、スペクトルを扱うのが現実的であろう。

多方向不規則波浪場においてももう一つ厄介な問題は、長周期拘束波には波長の短い成分も存在することである。これは、木村(1985)によって指摘され、橋本ら(1993)によって現地観測結果から検証されている。

2次の3波干渉では2つの成分波ベクトルの差として

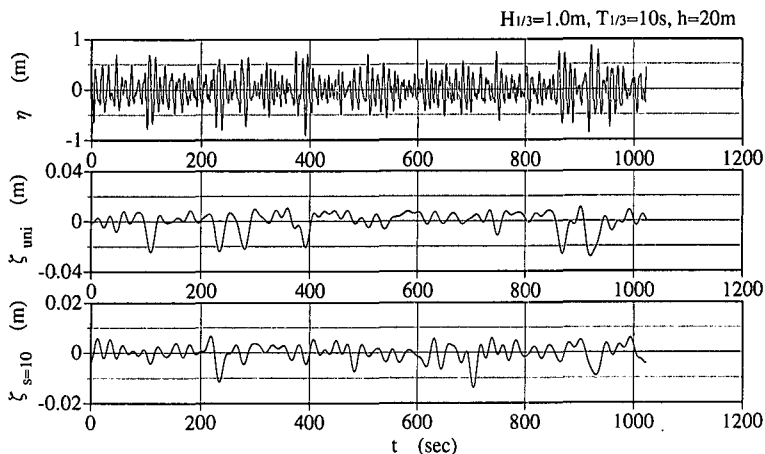


図-1 非線形長周期波における多方向性の影響

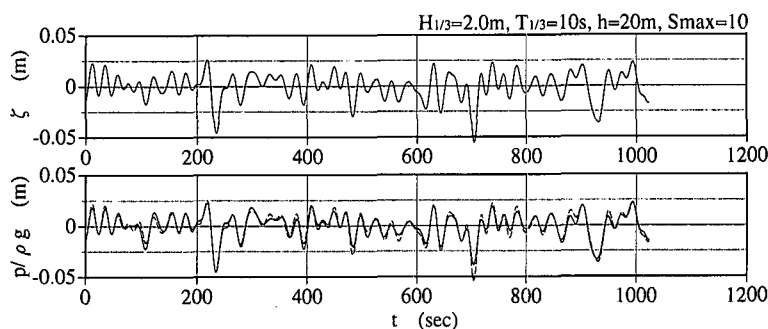
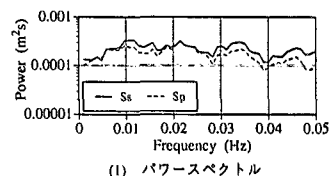


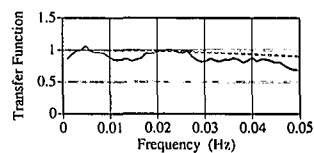
図-2 非線形長周期波の水面変動と水底における圧力変動の比較

干渉波が規定される。このため、2つの成分波の交差角が広い場合には、周期は長くても波数の大きい波が存在することになる。橋本ら (1993) が指摘しているように、本来長波条件となるような周波数帯でも、波数の大きな成分によって水圧変動や流速変動は海底まで完全には伝わらず、水圧変動や流速変動から水面変動への伝達関数が微小振幅波理論で与えられるものよりも大きくなる。この場合の伝達関数は1次波の方向スペクトルの形状に依存するため、長周期の水圧変動や流速変動などの波動量から水位変動に一義的に変換することは厳密には不可能となる (関本・水口, 1995)。

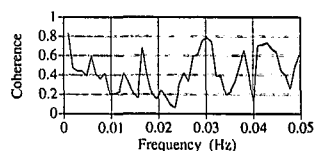
図-2は、水深20m、波高1m、周期10sの条件で図-1と同様、波の周波数スペクトルとして修正 Breitschneider-光易型スペクトルを用い、方向分布関数として $S_{max}=10$ の光易型方向分布関数を用いて、多方向波浪場における非線形2次長周期波と2次長周期波によって起こる水底における圧力変動を計算した例である。上段の図は非線形拘束波を、下段にはそれに伴う圧力変動をそれぞれ示している。また、下段の図には上段で示した非線形拘束波に微小振幅波理論を適用して求めた圧力変動



(1) パワースペクトル



(2) 伝達関数



(3) コヒーレンス

図-3 非線形水面変動と水底の圧力変動のクロススペクトル (上段実線は水面変動の破線は圧力変動パワースペクトル、中段破線は微小振幅波理論による圧力の応答関数)

を破線で同時に示した。この計算条件では周期40sの波で相対水深が0.013程度となり、ほぼ全周波数帯で長波条件とみなせる。この図より全体として水位波形と圧

力波形は対応している様子がうかがわれるが、必ずしも周期の短い成分で圧力の減衰が大きいわけではないなど、両者は完全には対応していないことがわかる。

この関係を詳しく調べるため非線形拘束波の水位変動と圧力変動のクロススペクトル解析を行った。ここでは、スペクトルウィンドウとして矩形ウィンドウを用い、各周波数における特性を見るために分解能をあげることで、等価自由度は12と比較的小きくとした。

図-3は、スペクトル解析結果を示したもので、上段よりパワースペクトル、パワーの比の平方根で定義した伝達関数およびコヒーレンスをそれぞれ示す。自由度を比較的小きく設定したために滑らかな形状とはなっていないが、伝達関数は微小振幅波理論から得られるものよりも小さくなっていることがわかる。一方、コヒーレンスは非常に小さく、周波数に対する変動も大きい。伝達関数に大きな変動が見られないことから、コヒーレンスの低下の原因は位相関数の隣接する周波数帯における変動が大きいことによると考えられる。この位相の変動は1次成分波の位相と方向スペクトル形状に依存するため、計測地点のわずかな変化によってもコヒーレンスの特性

また、エネルギーの分布形状として特徴的なのは、波数が大きくなると波数周波数スペクトルは双峰型となることである。この傾向は1次波の方向集中度が高いほど顕著であり、拘束波の周波数が低くなるほど顕著となる。1次波の方向分散性が小さい場合には、波数周波数スペクトルを積分した方向スペクトルも双峰型となる。この理由は次のように考えられる。ある周波数 σ の非線形拘束波を考えると、1次成分の波数ベクトルは例えば図-5

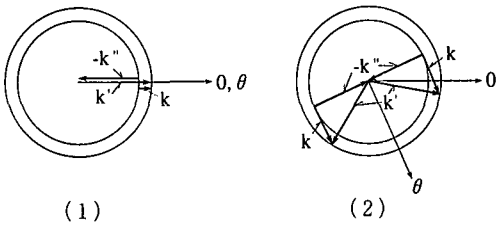


図-5 波数ベクトルと波向きの関係

に示すような同心円上を動くことになる。ここで k, k'' はそれぞれ周波数 σ, σ'' の 1 次波に対応し、図-5 に示す関係の他に $\sigma = \sigma' + \sigma''$ の関係で結ばれている。この条件下における小波数側の限界波数は、非線形拘束波の波向きと 2 つの 1 次成分波の波向きが同じときに生ずる (図-5(1))。非線形拘束波の波数が大きくなるにつれて、2 つの 1 次成分波の波向きと非線形拘束波の波向きはずれることになり、非線形拘束波の波向きに対して対称に 2 組の干渉を生ずる (図-5(2))。非線形拘束波のエネルギーが大きくなるのは、1 次成分波の波向きが 1 次成分波の主波向き (ここでは 0°) に等しくなる付近であると考えられるから、波数が大きくなるにつれて非線形拘束波のエネルギーの大きくなる波向きは、逆に 1 次成分波の主波向きからだんだんずれることになる。1 次成分波の方向分散性が大きい場合は、非線形拘束波のエネルギーが大きくなる方向からなだらかにエネルギーの分布が広がるため、積分の結果として表現される方向スペクトルは、比較的広い分布の単一の峰を持つ方向分布特性を示す。一方、1 次成分波の方向分散性が小さい場合は、非線形拘束波のエネルギーの大きくなる方向に集中してエネルギーが存在することになるため、方向スペクトルは双峰型となる。

著者ら (1995) は、次式を数値積分することによって方向分布特性を議論した。

$$E^{(2)}(\sigma, \theta) = \int_{\sigma'} \int_{\theta'} K^2 E^{(1)}(\sigma', \theta') \cdot E^{(1)}(\sigma - \sigma', \theta - \theta') d\sigma' d\theta' \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 E は方向スペクトル。また、 θ'' は $k = k' + k''$ および $\sigma = \sigma' + \sigma''$ の拘束条件より求められる。しかしながら、式 (1) を厳密に展開すると次式のように式 (1) を積分したものと式 (2) とでは結果が異なる。

$$E^{(2)}(\sigma, \theta) = \int_{\sigma'} \int_{\theta'} K^2 E^{(1)}(\sigma', \theta') E^{(1)}(\sigma - \sigma', \theta - \theta') \cdot \frac{k dk}{k'' dk''} \bigg|_{\sigma' = \sigma - \sigma} d\sigma' d\theta' \dots\dots\dots (3)$$

すなわち、式 (2) は式 (3) に現れるヤコビアンを考慮していないものに相当する。著者らの検討結果で、双峰型

の方向スペクトルが見られなかったのはこのため、ヤコビアンを考慮することによって双峰型の方向スペクトルが表現できるものと考えられる。

4. 非線形拘束波の波数周波数スペクトルの推定

最尤法による非線形拘束波の波数周波数スペクトルの推定について、数値シミュレーションによって検討した。数値シミュレーションは次のように実施した。まず、図-4 に示した理論的な波数周波数スペクトルの Fourier 変換によりクロスパワースペクトルを求め、このクロスパワースペクトルから最尤法によって波数周波数スペクトルを推定した。数値シミュレーションでは、12 種類の波高計アレイを対象としたが、ここでは代表的な結果を図-6 に示す。図では波数周波数スペクトル、方向スペク

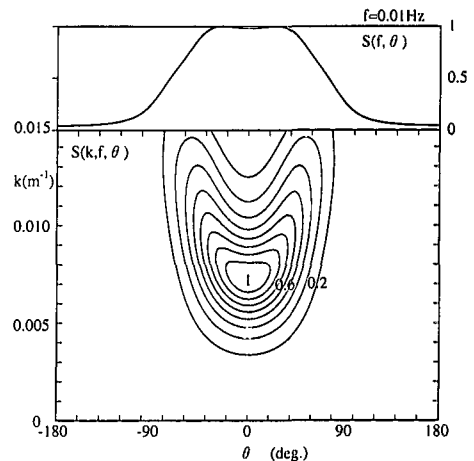
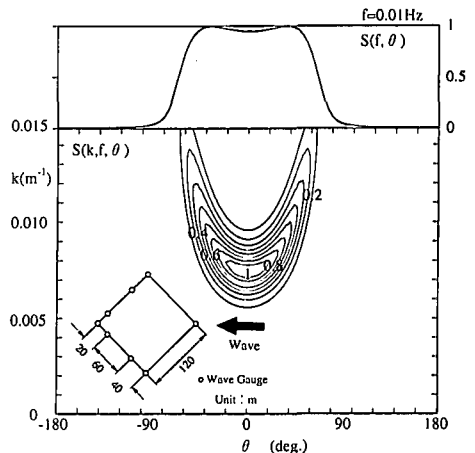
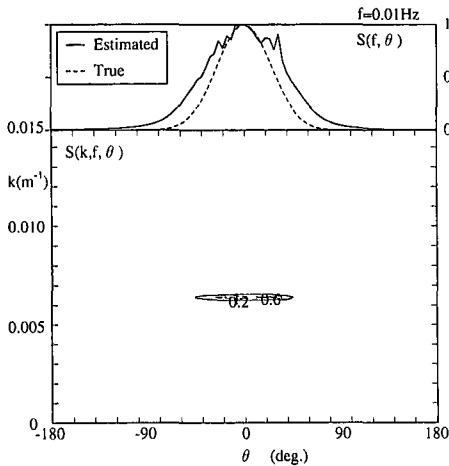
(1) 1 次波の $S_{\max}$ が 10 の場合(2) 1 次波の $S_{\max}$ が 75 の場合

図-6 最尤法による非線形拘束波の波数周波数スペクトル推定結果

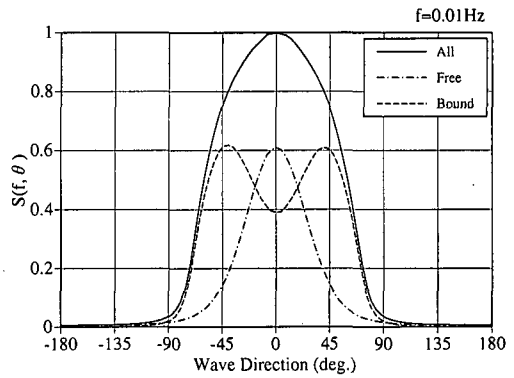


図一七 多方向不規則自由長周期波に対する最尤法による波数周波数スペクトルの推定結果 ($S=10$)

トルともピーク値で正規化しており、この解析に用いた波高計配置を図中に示した。図一四と比較すると、波数周波数スペクトルの分布形状については、その特性をよく表していると言える。限られた台数の波高計より推定したことを考えれば、波数周波数スペクトルの分布形状など、ある程度の精度で推定できたものと考えられる。ただし、方向スペクトルについてはいずれも理論値よりも広い分布となった。

なお、波数周波数スペクトルの推定精度を向上させるには1次波の方向スペクトル推定の際と同様に、計測器の数を増やす必要がある。数値シミュレーションの結果では、最低6台以上の波高計が必要であると判断された。なお、今回のシミュレーションでは拘束波の波長に比べ比較的狭い範囲に波高計を配置した場合でも比較的良好な推定結果が得られた。

次に、波数周波数スペクトルから拘束波と自由波の分離について検討した。図一七は自由波の波数周波数スペクトルを推定した結果である。ここでは、周波数 $f=0.01$ Hz ($k=0.0063$ m $^{-1}$) で、 $S=10$ の方向分布関数を有する自由波を入力した。推定結果は方向スペクトルが若干広がっているものの、入力波数を中心とした波数の狭い範囲にエネルギーが集中している様子をよく表している。図一八は、拘束波と自由波が共存する場の波数周波数スペクトルを求め、理論より得られる拘束波と自由波のピーク波数の中央で両者を分けることによって自由波と拘束波の方向スペクトルを分離した例を示したものである。ここでは、1次波の $S_{\max}$ を75とした標準スペクトルから計算される非線形拘束波と $S=10$ の自由長周期波を重合させた。波数周波数スペクトルの推定精度や、拘束波と自由波のピーク波数が近いことなどのため、分離精度にかなり問題はあ



図一八 自由波および拘束波が共存する場合の方向スペクトル推定結果 (両者を波数 0.0069 m $^{-1}$ で分離)

波と自由波のピーク波数の中央で両者を分けることにより自由波のエネルギーと拘束波エネルギーを近似的に分離することが可能と考えられる。

5. おわりに

現地で方向スペクトルを求める際の問題のひとつとして場の非一様性がある。すなわち、現地では水深の空間的变化が避けられないが、水深変化の影響が1次成分波に少しでも影響すると、非線形長周期波にはその2乗できいてくるため、空間的に一様な波数周波数スペクトルの場を得にくい。また、現地データに含まれるノイズの影響も問題である。特に波高計を比較的狭い範囲に配置した場合にはクロスパワースペクトルの変化よりもノイズの影響の方が大きくなることは十分考えられる。また、ここで用いた最尤法はノイズの混入に対して弱いため、実際の観測データを用いた場合、計測器の数を増やすことが必ずしも良い結果とはならないと考えられ、ベイズ型モデルやエントロピー最大原理による方法を用いるなど、今後検討の余地が残されている。

本研究を実施するに当たり、中央大学水口教授にご指導いただいたことを記し、感謝の意を表す。

参考文献

- 木村 晃 (1985): 非線形長周期波の2次元スペクトル, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 154-157.
- 関本恒浩・水口 優 (1995): 非線形2次長周期波の方向スペクトル, 海岸工学論文集, 第42巻, pp. 286-290.
- 橋本典明・永井紀彦・菅原一晃・浅井 正・朴 慶寿 (1993): 波浪の多方向性と弱非線形性を考慮した水圧波から表面波への変換方法について, 港湾技術研究所報告, No. 32, Vol. 1, pp. 27-51.
- 長瀬 寛・水口 優 (1995): 波群性入射波の碎波による長周期波について, 海岸工学論文集, 第42巻, pp. 146-150.
- Herbers, T. H., S. Elgar, R. T. Guza and W. C. O'Reilly (1995): Infragravity-Frequency (0.005-0.05 Hz) Motions on the Shelf. Part II: Free Waves, J. G. R., 1063-1079.