

波群とそれに伴う長周期波の反射

喜岡 渉*・山根 聡**・青木 伸一***

1. はじめに

岸壁や直立ケーソン堤などの構造物により波群が反射するとき、それに伴う長周期波の挙動がどのようなものであるかを正確に把握しておくことは、係留浮体の長周期動揺や構造物への打ち上げ・越波を検討する上でも重要である。構造物前面の重複波動場においては、低近似の理論解によると長周期成分も入・反射それぞれの方向の波群に拘束される長周期波の単純な重ね合わせとして与えられる。しかし、こうした長周期波の重複波を正確に測定した例は見あらず、波群の個々の波の入射成分と構造物からの反射成分の干渉が長周期波の特性にどのように影響するのを含めて不明な点が多い。

本研究では、Boussinesq 方程式をモデル方程式とした系統的な数値実験を行い、鉛直岸壁からの波群の反射とそれに伴う長周期波の挙動を詳しく調べるもので、特に波群の個々波の入・反射成分間の干渉項が長周期波に及ぼす影響について明らかにすることを目的としている。

2. Radiation Stress による表示式

モデル方程式による数値実験を行う前に、鉛直岸壁により波群とそれに伴う長周期波が反射される場合、長周期成分は低近似の理論解である multiple-scale 摂動解の 2 次解ではどのように表示されるかについて検討を加えた。

すなわち、 x の正の方向へ入射する波群の包絡波形が $A(x_1 - C_0 t)$ で与えられるものとする。ただし、 C_0 は 1 次成分波 (波群の個々波) の群速度で、 (x_1, t) はゆっくりと変動する独立変数を示す。水深は一定で h とする。位相干渉の影響を無視できるとすると、反射波群の包絡波は反射率を K_R として $K_R A(x_1 + C_0 t)$ で表される。このとき multiple-scale 摂動法では、長周期波 $\bar{\eta}$ は 2 次のオーダーの (x_1, t) に関する解として与えられ、1 次波の波速を C とすると次式のように表される (例えば喜岡ら, 1993)。

$$\bar{\eta} = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{gh - C_0^2} [S'(x_1 - C_0 t) + S^R(x_1 + C_0 t)] \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 S' および S^R はそれぞれ入射、反射方向の radiation stress であり次式で与えられる。

$$S' = \rho g \left(\frac{C_0}{C} - \frac{1}{4} \right) A^2(x_1 - C_0 t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$S^R = \rho g \left(\frac{C_0}{C} - \frac{1}{4} \right) K_R^2 A^2(x_1 + C_0 t) \quad \dots\dots\dots (3)$$

上式によると、長周期波 $\bar{\eta}$ は入・反射それぞれの方向の波群拘束長波の重ね合わせとして表示され、長周期波の反射率は見かけ上 K_R^2 で与えられる。さらに、 $K_R = 1$ で包絡波形が振幅 A_0 、角周波数 Ω 、波数 K の正弦波 $A = A_0 \cos(Kx_1 - \Omega t)$ で表されたとすると、上式は次式のように完全重複波を表す式になる。

$$\bar{\eta} = -\frac{g A_0^2}{gh - C_0^2} \left(\frac{C_0}{C} - \frac{1}{4} \right) \cos 2Kx_1 \cos 2\Omega t \quad \dots\dots\dots (4)$$

3. モデル方程式

数値実験には、水位変動 η と水深平均流速 u についてのよく知られた次の Boussinesq 方程式 (Peregrine, 1967) を用いた。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(h + \eta)u] = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{h}{2} \frac{\partial^3 (hu)}{\partial x^2 \partial t} - \frac{h^2}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここでは $K_R = 1$ の鉛直岸壁を考えることとすると、岸壁の反射境界条件は次式で与えられる。

$$u = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (\text{on wall}) \quad \dots\dots\dots (7)$$

上式は水深平均流速で定義された Boussinesq 方程式 (5), (6) に対する反射境界条件を厳密に表すものであるが、代表流速に水深平均流速以外の流速を用いたタイプの Boussinesq 方程式に対しては、連続式の境界条件を厳密に満たすものにはなっていない。水深平均流速に代わって任意水深の流速を用いることにより中間水深における分散性を向上させることができるが、反射境界条件は式 (7) で与えることができず繰り返し計算などの処

* 正 会 員 Ph.D 名古屋工業大学教授 工学部社会開発工学科
 ** 学生会員 名古屋工業大学大学院 工学研究科
 *** 正 会 員 工博 豊橋技術科学大学助教授 工学部建設工学科

置が必要となる。ここでは鉛直岸壁における境界条件の取り扱いやすさを優先させて水深平均流速の Bousinesq 方程式 (5), (6) を採用した。

入射境界 (造波境界) では, 振幅, 角周波数および波数がそれぞれ a_1, ω_1, k_1 と a_2, ω_2, k_2 の 2 つの正弦波を合成させた次の 2 成分合成波を用いた。

$$\eta = a_1 \cos(k_1 x - \omega_1 t) + a_2 \cos(k_2 x - \omega_2 t) \cdots (8)$$

計算領域からの反射波については, 線形化された Bousinesq 方程式を用いて放射条件を課し, 自由透過させた。この透過条件は長周期成分が現れる 2 次のオーダーでは厳密なものになっていないので, 計算上の入射境界においても波群に拘束される長周期波とは位相が 180° ずれたいわゆる不可避的な自由長波が発生する。そこで, ここでは一定水深下の Boussinesq 方程式に基づく 2 次の干渉係数 (2 次の伝達関数) $D_{\pm}$ を用いて, 周波数の差の成分として次式で表される長周期波 η_{-} を式 (8) に加えたものを入射波として与えることにより, 長周期波の位相の数値的な不整合性を避けた。

$$\eta_{-} = a_1 a_2 D_{-} \cos(k_{-} x - \omega_{-} t) \cdots (9)$$

ここに, $k_{\pm} = k_1 \pm k_2$, $\omega_{\pm} = \omega_1 \pm \omega_2$ で, D_{-} は次の干渉係数 $D_{\pm}$ の一側 (k_{-} , ω_{-}) の値をとることを意味する。

$$D_{\pm}(\omega_1, \omega_2) = \frac{\omega_{\pm} k_{\pm} h \left(1 + \frac{1}{3} (k_{\pm} h)^2 \right) (\omega_1 k_2 h + \omega_2 k_1 h) + \omega_1 \omega_2 (k_{\pm} h)^2}{2 k_1 k_2 h^3 \left[\omega_{\pm}^2 \left(1 + \frac{1}{3} (k_{\pm} h)^2 \right) - g k_{\pm}^2 h \right]} \cdots (10)$$

数値計算には差分法を用いた。差分化にあたっては, 空間については 5 格子点を用いた中央差分, 時間については前進差分によった。ここでの計算は全てのケースで空間・時間の刻み幅を $\Delta x = 0.1$ m, $\Delta t = 0.02$ s とした。

4. 一定水深下での計算結果

入射波は, 振幅および周期がそれぞれ $a_1 = 2$ cm, $T_1 = 1.4$ s と $a_2 = 2$ cm, $T_2 = 1.6$ s であるような 2 成分合成波に式 (9) で与えられる 2 次長周期波を加えたものとした。水深 h は, 20 cm, 30 cm, 40 cm および 50 cm の 4

ケースとし, 各点の水位変動 η のほかに水底における流速 u_b および圧力 p_b を計算した。

(1) 水路長の設定

計算にあたっては, 長周期波の安定した反射定常波が得られるよう十分な長さの水路長 X を設定しておく必要があるが, 具体的にどの程度の水路長をとればよいかについては従来の実験結果などを参考にしても明らかでない。そこで水路長 X を変化させて得られた計算波形から空間移動平均より長周期波を分離し, その包絡波形を調べることににより安定した重複波が形成する条件を求めた。図-1 に水深 $h = 20$ cm のケースの計算結果を示す。入射波の波群周期 T_g および群速度 C_g から求めた長周期波の波長 $L_g (= C_g T_g)$ は 15.7 m である。図の (a) に示した水路長が短く $X < L_g$ であるようなときは位相干渉の影響が現れ, (b) に示した長周期波の 1 波長付近 $X \approx L_g$ では造波境界 ($X = 0$) と鉛直壁間で共振が起こっている。造波境界における反射波に対する自由透過条件は線形理論により与えているので, 数値実験においても厳密には反射波吸収制御を行っていない。そのため, 造波境界 $X = 0$ 付近の長周期波については幾分乱れているものの, 図の (c) に示すように水路長を長周期波の 1 波長より長くするとやれば, ほぼ安定した重複波が形成される。

すなわち, 水深 20 cm という比較的小さなスケールでの実験に際してもおよそ 20 m の水路長が必要となる。

(2) 時間波形と空間波形の比較

水位変動 η の鉛直壁境界における時間波形と前面の空間波形を水深 $h = 20$ cm および $h = 40$ cm のケースについて比較したものが図-2 と図-3 である。図の空間波形は数値フィルターで分離した長周期成分 (正確には長波長成分) $\bar{\eta}$ の振幅が最大となる位相のものを示している。また, $h = 40$ cm のケースの長周期成分 $\bar{\eta}$ については, その振幅を 5 倍にして見やすくしてある。図-2 のケースでは, 長周期波の時・空間波形の振幅はほぼ等しく, 振幅自体はやや過大評価するものの長周期波の位相は式 (4) で説明されるものになっている。水深の大きい図-3 の結果では, 長周期の時間波形は空間波形と比

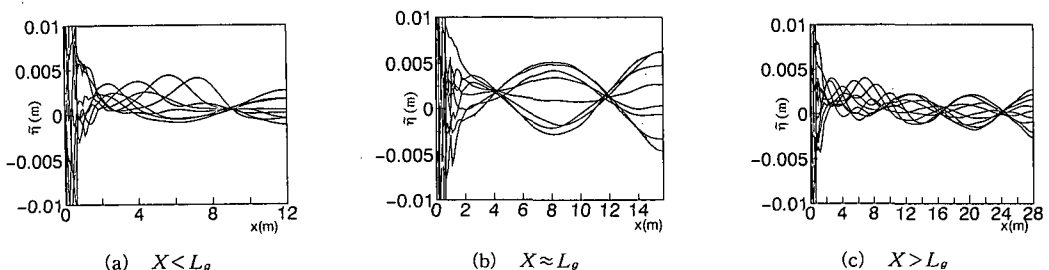
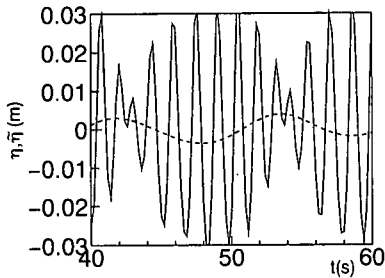


図-1 水路長の変化による長周期波の挙動

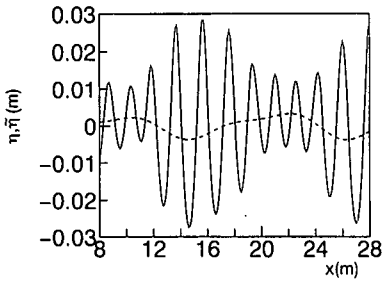
べて小さく現れている。このケースでは、振幅値も式(4)による予測値に比べてかなり小さく、時・空間波形の差異も式(4)からは説明できるものになっていない。

底面流速 u_b の長周期成分 $\bar{u}_b$ についても水位変動とほぼ同様な傾向が見られる。すなわち、 u_b の振幅が最大

となる位相での空間波形と、最大振幅をとる位置(長周期の重複波の節)における時間波形を比べると、 $h=20$ cm のケースでは両波形の振幅はほぼ同じになるものの、 $h=40$ cm のケースでは図-4に示すように時間波形の方がかなり小さく現れる。底面圧力 p_b についても同様

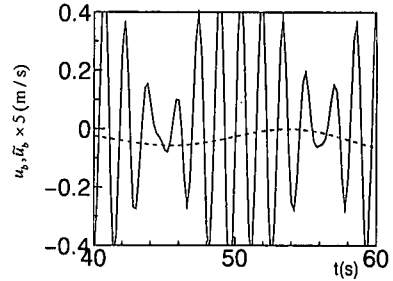


(a) 時間波形

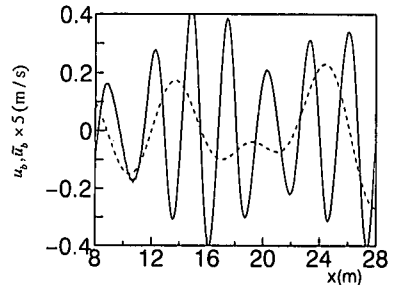


(b) 空間波形

図-2 水位変動の比較 ($h=20$ cm)

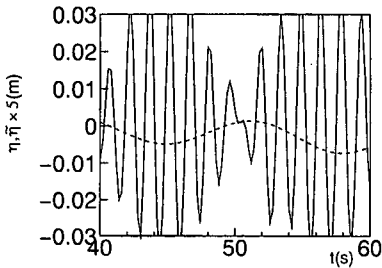


(a) 時間波形

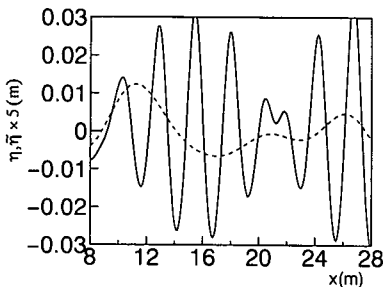


(b) 空間波形

図-4 底面流速の比較 ($h=40$ cm)

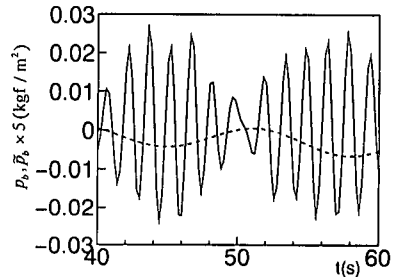


(a) 時間波形

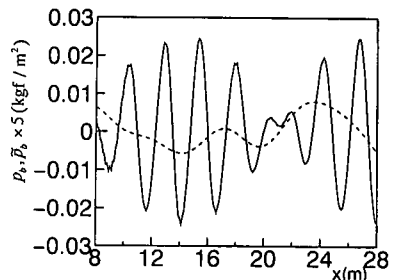


(b) 空間波形

図-3 水位変動の比較 ($h=40$ cm)



(a) 時間波形



(b) 空間波形

図-5 底面圧力の比較 ($h=40$ cm)

であり、図-5に示すように鉛直壁境界における長周期成分の時間波形に比べて空間波形の振幅の方が幾分か大きくなっている。

(3) 波数・周波数スペクトル

図-3～図-5に示したように、水深が比較的大きい $h=40$ cm のケースにおいては時間波形と空間波形に現れる長周期成分は大きく異なっており、その違いを説明するためには入・反射波成分間の非線形干渉項の特性を明らかにしておく必要がある。ここでは、計算結果の時・空間波形から2次元の複素フーリエ変換を利用して波数・周波数スペクトル(細井・石田, 1970)を求め、2次の干渉項のうち長周期に関わる $k_-=k_1-k_2$ と $f_-=f_1-f_2$ の成分, $k_+=k_1+k_2$ と $f_-=f_1-f_2$ の成分, および $k_-=k_1-k_2$ と $f_+=f_1+f_2$ の各成分の振幅スペクトルと位相を調べてみた。

図-6(a)～(c)にそれぞれ水位変動 η 、底面流速 u_b および底面圧力 p_b についての解析結果を示す。長周期波の周波数 $f_-=0.089$ Hz には空間に対しては短周期の $k_+=4.58$ m⁻¹ 付近に成分波が含まれている。この (f_-, k_+) 成分は水位変動、底面流速および底面圧力の全ての波形に

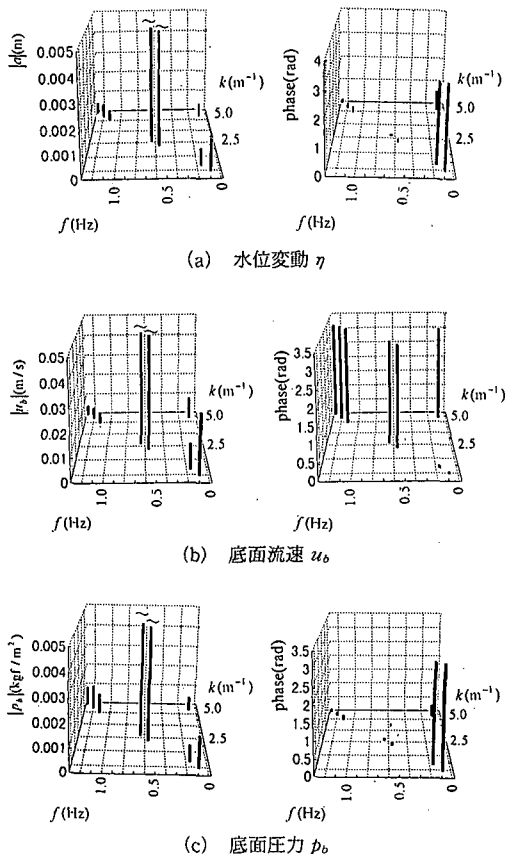


図-6 波数・周波数スペクトル ($h=40$ cm)

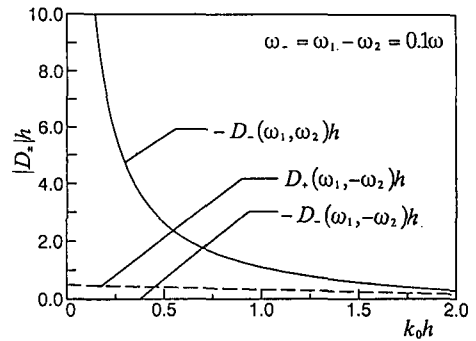


図-7 2次の伝達関数

現れており、長周期波 (f_-, k_-) に対しては位相がほぼ 180° ずれていることから、時間波形に対してはこの干渉項が長周期波を打ち消すように働く。一方、入射成分 (f_1, k_1) と反射成分 $(-f_2, k_2)$ の差の成分 (f_+, k_-) の振幅値は極めて小さく、したがってこの干渉項は空間的な長周期成分に対してはほとんど寄与しない。

図-2に示すように、水深の小さい $h=20$ cm のケースにおいては長周期の時・空間波形における差異はほとんど見られないが、水深の増加に伴ってその差異はより顕著に現れるようになる。このときの波数・周波数スペクトルを見ると、水深の増加に伴って (f_-, k_+) の寄与が相対的に大きくなっており、干渉項 (f_-, k_+) が時間波形に対しては大きく影響していることがわかる。図-7は、干渉項 (f_-, k_+) と (f_+, k_-) の値を式(10)の2次の伝達関数により求め、相対水深 $k_0 h$ (ただし、 k_0 は個々波の沖波波数)の関数として示したものである。ただし、計算にあたっては、 $\omega_- = \omega_1 - \omega_2$ を $\omega_- = 0.1(\omega_1 + \omega_2)/2$ として与えた。図より、反射成分 $-\omega_2$ との差の干渉係数 $D_-(\omega_1, -\omega_2)$ は常に小さい値をとるものの、和の成分の干渉係数 $D_+(\omega_1, -\omega_2)$ は相対水深 $k_0 h$ が大きくなるにしたがって入射波の長周期成分 $D_-(\omega_1, \omega_2)$ に対して無視しえなくなることがわかる。式(10)の2次の伝達関数は Bousinesq 方程式の近似解であり、図-7の結果は数値実験の結果をそのまま説明できるものにはなっていないが、図によると $k_0 h=1.0$ では時・空間波形の振幅の差は20%程度になることが予想される。なお、Stokes 理論に基づく2次の伝達関数(例えば浜田, 1964)を用いて同様な条件で $k_0 h=1.0$ の時・空間波形の振幅の差を計算すると80%程度になることから、この水深における Bousinesq 方程式の精度を考えると実際の時・空間波形の差はここで示した結果より大きく現れる可能性がある。

5. 水深が変化する場合の計算結果

岸壁前面に斜面を設置すると、その斜面勾配が比較的緩やかな場合でも長周期波は変形を受けて自由長波が発

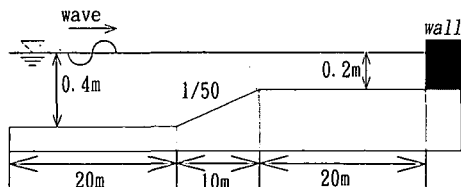
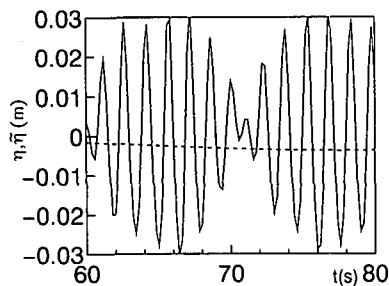
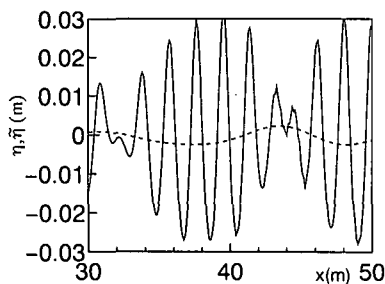


図-8 斜面を設けた計算ケース



(a) 時間波形



(b) 空間波形

図-9 水位変動の比較 (斜面有り)

生し、岸壁前面における長周期波の特性は一定水深の結果とは異なることが予想される (喜岡・石原, 1993)。そこで、図-8に示すように 1/50 勾配の斜面を設置し、 $h=20$ cm の岸壁前面に形成される長周期変動 $\bar{\eta}$ を計算してみた。図-9(a)に示す岸壁境界での水位変動 η には長周期成分はほとんど見られず、この結果においても (b) に示す空間波形の振幅の方が大きく現れる。ただし、 $h=20$ cm で一定水深の図-2の結果と比べると空間波形の振幅も小さく、長周期の重複波が形成されていないことがわかる。

図-10に岸壁前面の $h=20$ cm の水深における時・空間波形から求めた波数・周波数スペクトルの計算結果を示す。スペクトルの分解能 (空間波形のデータ長 $L=20$ m) の制約から精度上の問題は残されるが、拘束長波 (f_c , k_c) に対して速度比 1.2 倍、振幅比 0.46 の長周期波が混

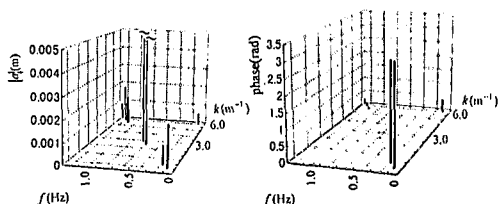


図-10 波数・周波数スペクトル (斜面有り)

在しており、斜面境界により波群に拘束されない自由長波が発生していることがわかる。この自由長波は、図-8に示すような設定においては、岸壁における長周期波の振幅を抑えるように働く。

6. おわりに

Boussinesq 方程式を用いた数値実験を行い、鉛直岸壁からの波群の反射とそれに伴う長周期波の挙動を調べた。得られた知見をまとめると以下のようである。

- 1) 長周期波の重複波を調べるためには、水路長を少なくとも長周期波の 1 波長以上にとる必要がある。
- 2) 相対水深が小さいとき、長周期波に及ぼす入・反射波成分間の非線形干渉項の影響は小さく、入・反射それぞれの方向の波群に拘束される長周期波の単純な重ね合わせで表すことができる。
- 3) 相対水深が大きくなると、非線形干渉項が時間波形に対しては長周期波を打ち消すように働き、空間的に分離した長周期波に比べて時間波形の振幅は小さく現れる。
- 4) 底面圧力についても同様に、相対水深が比較的大きいときは空間的に分離した長周期波に比べて時間波形の振幅は小さくなる。
- 5) 岸壁前面に斜面を設置した場合、斜面境界により自由長波が発生し、そのため長周期波は岸壁前面で反射定常波とならない。

参考文献

- 喜岡 渉・石原健司 (1993): 波群の屈折に伴う 2 次長周期波の伝播変形解析, 土木学会論文集, No. 467/II-23, pp. 75-82.
 喜岡 渉・柏原謙爾・岩垣雄一 (1993): 不規則波群に伴う 2 次長周期波の湧水振動, 土木学会論文集, No. 473/II-24, pp. 55-64.
 浜田徳一 (1964): 表面波の 2 次干渉, 第 11 回海岸工学講演会論文集, pp. 12-18.
 細井正延・石田 昭 (1970): 二次波群現象における非線形性の解析, 第 17 回海岸工学講演会論文集, pp. 47-52.
 Peregrine, D. H. (1967): Long waves on a beach, J. Fluid Mech., Vol. 27, pp. 815-826.