

ウェーブレット変換を用いた水圧波から表面波への換算

小林 智 尚*・高橋 智 彦**

1. はじめに

現在、現地波浪観測機器として超音波式波高計が広く用いられている。この波高計は水面の変位を直接測定するという長所を有しているが、その反面波が砕けていると、水面付近に巻き込まれた気泡による音波の散乱や吸収のために正常な波形記録が取得できないという大きな欠点を持っている。これに対し圧力式波高計は砕波による気泡混入の有無にかかわらず観測が可能であるが、海中の水圧変動を測定しているため、水位変動の値を得るには何らかの方法で測定結果を換算する必要がある。

この圧力式波高計で観測される水圧変動から水位変動への換算にはフーリエ解析により分解される水圧変動の各成分波に周波数応答関数を乗じるという方法が従来より用いられている。応答関数は線形理論から求められる。しかし橋本ら（1993）は、この応答関数が方向スペクトルの形状に依存しており、多方向弱非線形不規則波の応答関数は線形理論で与えられる応答関数とは異なると指摘している。この様な応答関数の特性が現地観測での圧力式波高計による水位変動の測定を困難にしている。

フーリエ解析は高い周波数分解能を有しているが、時間分解能は低い。このために圧力式波高計で観測された水圧変動は不規則性などを含んでいるにもかかわらず時間的に均一な成分波に分解され処理される。本研究では周波数応答関数の持つ問題点がこのフーリエ解析が有する時間分解能の低さに問題があると考えた。そこでフーリエ変換の代わりに高い時間分解能を有するウェーブレット変換を用いて、水圧変動から水位変動への換算を試みた。そして数値計算により擬似的に発生させた水圧・水位変動や現地観測で得られた結果を用いて本研究で提案する換算法の有効性の検討を行った。

2. 解析方法

(1) ウェーブレット

本研究では Daubechies 型の離散ウェーブレットを用いた。そのマザー・ウェーブレットを図-1に示す。離散

ウェーブレットは森・安田（1994）により波の非線形性の解析に用いられた実績がある。ここで特に Daubechies 型のウェーブレットを用いたのは、このウェーブレットが（1）時間空間上でコンパクト・サポートである、（2）高速な変換アルゴリズムが確立されている、ためである。これらの特徴は現地観測で得られた時系列データの解析には重要である。それは（1）限られた長さの時系列データをその両端近くまで有効に活用できる、（2）大量の観測結果を高速に処理できる、からである。Daubechies 型離散ウェーブレットの数学的表現などは他を参照されたい（例えば橋本, 1995; Press et al., 1992）。

(2) 対象擬似波浪場

本研究ではウェーブレット変換を用いた換算法を評価するためにまず計算機上で作製した模擬信号を用いて、従来のフーリエ解析による方法（以下 FFT 法と略す）とウェーブレット変換による方法（以下 DWT 法と略す）との比較を行なう。

ここで用いる模擬信号は橋本ら（1993）によって示された、二次までの弱非線形性を考慮した多方向弱非線形不規則波の水位変動と水圧変動である。この模擬信号については橋本らの研究を参照されたい。

模擬的に生成した水位変動および水圧変動の周波数スペクトルを図-2に示す。ここでは有義波高 $H_{1/3}$ 、有義波周期 $T_{1/3}$ 、方向集中度パラメータ S_{max} をそれぞれ 4.77 m, 10.28 s, 10 とし、水深、水圧計の設置水深は 25 m, 23 m として計算した。この図では有義波周期近傍では線形成分が卓越しており、高周波数領域では二次の非線形成分が顕著に現れている。またこの高周波数領域での二次の非線形成分は水位変動 η に比べて水圧変動 p で非常に大きく現れている。このように高周波数領域では線

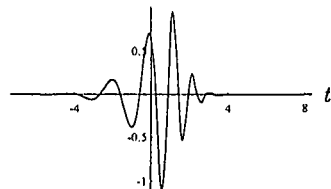


図-1 Daubechies 型の離散マザー・ウェーブレット ($N=8$)

* 正会員 工博 東京理科大学助手 理工学部土木工学科

** (株) 東京電力

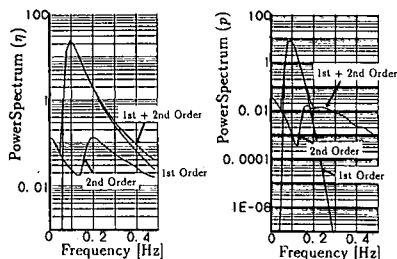


図-2 多方向弱非線形不規則波（模擬波）の水位変動と水圧変動の周波数スペクトル

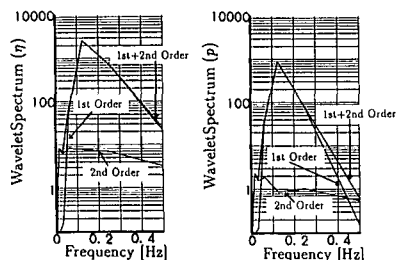


図-3 多方向弱非線形不規則波（模擬波）の水位変動と水圧変動のウェーブレット解析結果

形成成分と二次の非線形成分の構成比が水位変動と水圧変動とで大きく異なることから、水圧変動から水位変動への換算では、水圧変動の線形成分と非線形成分を分離しない限り換算精度を向上できないことが想像できる。

次にウェーブレット変換による解析結果を図-3に示す。ここでは時間スケールごとにウェーブレット係数の時間平均を求め、ウェーブレット・スペクトルとして示している。また、ウェーブレット変換ではフーリエ解析の周波数の代わりに、時間スケールによって解析される。この時間スケールは周波数とは異なるものであるが、本研究ではフーリエ解析の結果との比較を行う都合上、各時間スケールのウェーブレットが有するスペクトル周波数の中央値を用いて表現している。水位変動や水圧変動の時系列データを算出するのに用いた諸条件はフーリエ解析の場合と同様である。この図からも水位変動や水圧変動の線形成分と非線形成分についてフーリエ解析の時と同様の傾向が見られる。しかし図-3における高周波数領域での二次の非線形成分は線形成分と比較して図-2の場合よりはるかに小さい。つまりウェーブレット変換を用いた方法では高周波数領域における水圧変動の線形成分と非線形成分をフーリエ解析の場合に比べて水面変動のものに近い形で表現できる。したがって、線形成分と非線形成分を分離せずに応答関数を乗じて水圧変動から水位変動に換算する現在の方法ではウェーブレット変換の方が適しているといえる。

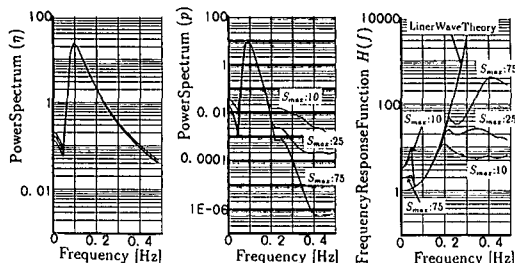


図-4 方向集中度パラメータ S_{max} が異なる多方向弱非線形不規則波（模擬波）の水位変動 η と水圧変動 p の周波数スペクトルと周波数応答関数 $H(\omega)$

(3) 従来の換算方法 (FFT 法)

ここでは従来より用いられている水圧変動から水位変動へのフーリエ解析を用いた換算方法 (FFT 法) について簡単に述べる。水圧変動と水位変動とはフーリエ空間において次のように関係づけられる。

$$S_\eta(\omega) = |H(\omega)|^2 S_p(\omega) \quad (1)$$

ここで S_η , S_p はそれぞれ水位変動と水圧変動のスペクトルである。 $H(\omega)$ は周波数応答関数であり、微小振幅波理論より次のように現わされる (例えば、小舟ら, 1988)。

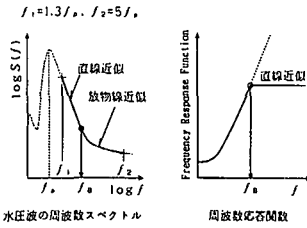
$$H(\omega) = \frac{\cosh(|k|h)}{\rho g \cosh(|k|(h+z))} \quad (2)$$

しかし、この周波数応答関数は方向スペクトルの形によっても変化することが橋本ら (1993) によって示されている。前節と同じ計算条件で方向集中度 S_{max} のみが異なる方向スペクトルに対する水位変動と水圧変動のスペクトル、およびそれらより求められる周波数応答関数を図-4に示す。このように方向集中度の違いは水圧変動の高周波数領域に現れ、そのために周波数応答関数がそれぞれ異なっている。

実際に水圧変動を水位変動に変換する場合には周波数応答関数を推定する必要がある。一般には線形理論から求められる周波数応答関数の適用範囲に上限を設ける。その上限の推定法は色々あるが、ここでは客観的に議論するために橋本ら (1993) が提案した方法を用いる。橋本らは図-5に示すようにピーク周波数の1.3倍 (f_1) から5倍 (f_2) の範囲に線形理論の適用限界 f_b が存在するものとして、 f_1 から f_b までと f_b から f_2 までの水圧変動のスペクトルをそれぞれ一次式および二次式で近似し、さまざまな f_b の値について計算し、圧力変動の周波数スペクトルと近似式との誤差の分散が最小となる時の f_b が求めべき線形理論の適用限界とした。ただし、 f_b より高周波側での周波数応答関数は一定値としている。

(4) ウェーブレットを用いた換算方法 (DWT 法)

本研究ではFFT法のフーリエ解析に代えて、Daubechies型の離散ウェーブレット変換を用いて水圧変動から



図—5 周波数応答関数の近似的表現 (橋本ら, 1993)

ら水位変動を換算すること (DWT 法) を試みる。

ここでは FFT 法で用いた周波数応答関数 $H(\omega)$ に対応する応答関数を求める必要がある。この Daubechies 型は完全正規直交系であるのでウェーブレット空間における応答関数 $H_w(j)$ は次のように表すことができる。

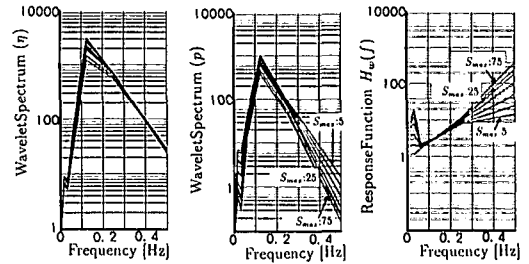
$$|E_\eta(j)|^2 = |H_w(j)|^2 |E_p(j)|^2 \dots\dots\dots (3)$$

ただし $E_\eta(j)$, $E_p(j)$ はそれぞれ水位変動あるいは水圧変動のウェーブレット係数の時間軸方向のアンサンブル平均を示す。ここでは便宜上、周波数スペクトルと対応させてこれらをウェーブレット・スペクトルと呼ぶ。 j は離散ウェーブレットの時間スケールを示す指標である。

図—4 と同様に、前節と同じ波動場条件において方向集中度パラメータ S_{max} のみを変化させて得られた水位変動と水圧変動のウェーブレット・スペクトル、およびこれらより得られる応答関数を図—6 に示す。この図に見られるように、水位変動のウェーブレット・スペクトルでは S_{max} によるスペクトル形状の差異はそれほど顕著ではないが、圧力変動のウェーブレット・スペクトルは S_{max} に依存して特に高周波数領域に差異が見られ、しかも図—4 の周波数スペクトルと同様に S_{max} が大きいほど高周波数側のエネルギーが減少している。しかしながらこの高周波数領域での S_{max} の差異による応答関数 $H_w(j)$ のバラツキが図—4 に示された周波数応答関数 $H(\omega)$ よりもはるかに小さいことがわかる。さらにウェーブレット変換の周波数分解能が小さいことを考えると、図—5 に示されているフーリエ解析による線形理論の適用上限周波数 f_B の決定に比べて、はるかに安易に応答関数 $H_w(j)$ の f_B が推定できることがわかる。

つぎに DWT 法で水圧変動から水位変動への換算のために必要な応答関数 $H_w(j)$ の算定を行う。ここではフーリエ空間上の周波数応答関数 $H(\omega)$ がわかっているためウェーブレット変換とフーリエ解析の対応から算定することにする。Daubechies 型マザー・ウェーブレット $\psi(\omega)$ に対する周波数スペクトルを $\hat{\psi}(\omega)$ とすると、ウェーブレット空間における圧力変動から水位変動への応答関数 $H_w(j)$ は、

$$H_w(j) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \hat{\psi}(\omega) H(\omega) / \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\psi}(\omega) d\omega \right\} d\omega \dots\dots (4)$$

図—6 方向集中度パラメータ S_{max} が異なる多方向弱非線形不規則波 (模擬波) の水位変動 η と水圧変動 p のウェーブレット・スペクトルと応答関数 $H_w(\omega)$

となる。ここで図—1 に示されるマザー・ウェーブレット $\psi(\omega)$ の周波数スペクトル $\hat{\psi}(\omega)$ は図—7 となる。

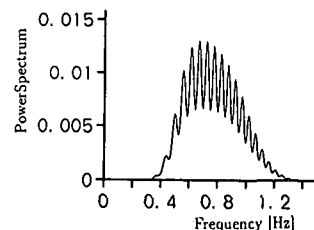
式 (4) および図—7 によって求められたウェーブレット空間における応答関数を図—8 に示す。ただしこの関数は周波数応答関数 $H(\omega)$ と同様に、水深や水圧計設置水深に依存する関数である。図中、白丸が式 (4) により求められた応答関数、実線が水位変動と圧力変動から算出された応答関数である。図—8 で実線と白丸はほぼ一致していることから、ウェーブレット空間における周波数応答関数は、式 (4) から求めることができる。そしてここでは二次の非線形成分が影響を及ぼす 0.25 Hz 以上の領域でもほぼ直線であると推測される。

3. 解析結果

(1) 多方向弱非線形波浪場での換算

前節において水圧変動から水位変動の換算方法としてウェーブレット変換を用いた方法 (DWT 法) を示した。ここではこの方法および従来の手法 (FFT 法) を使い、まず、前節ですでに述べた橋本ら (1993) による多方向弱非線形波浪場を対象とした解析結果の比較を行った。

波動場は二次までの非線形を考慮して水圧変動と水位変動の時系列変化を求めた。このときの波動場条件は前節のとおりである。水圧変動の FFT 法あるいは DWT 法による換算結果を水位変動の時系列値と比較した結果を図—9 に示す。ここでは FFT 法の周波数応答関数適用限界 f_B を 0.118 Hz とした。また DWT 法ではレギュラ



図—7 Daubechies 型マザー・ウェーブレットの周波数スペクトル

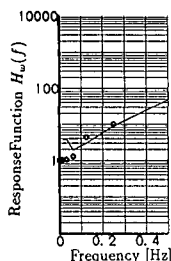


図-8 ウェーブレット空間における周波数応答関数

リティエを示すパラメータ N を20とした。

図-9で見られるように、FFT法(太線)は高周波数側の成分を失っているもののほぼ妥当な換算を行っていることがわかる。またDWT法(細線)もFFT法には幾分劣るが、十分な精度で水圧変動から水位変動への推定が可能であることが分かる。表-1にそれぞれの手法によって換算された波形から求めた有義波高 $H_{1/3}$ および有義波周期 $T_{1/3}$ を記載する。この表から明らかに、有義波高に関してはFFT法とDWT法とには大きな差は見られないが、有義波周期に関してFFT法がDWT法に比べ優れている。これは離散ウェーブレット変換では、フーリエ変換に比べ周波数分解能が低いことに起因しているものと考えられる。

(2) 現地観測データの換算

現地観測で得られた非線形性の強い観測結果を用いて前節と同様にFFT法やDWT法による水位変動の換算結果を観測結果と比較する。本研究で用いた現地観測データは1993年4月に沖縄県南大東島の水深25mの地点において琉球大学の仲座らによって観測されたものである。観測は毎偶数時に1日12回、27日間、計325セット行っている。ここでは同一地点において超音波式波高計と圧力式波高計によって同時観測された水位変動

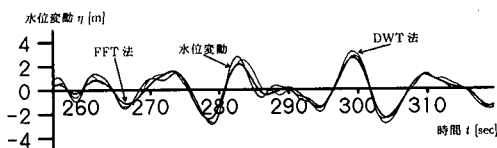


図-9 水位変動(中細線)と従来の方法(FFT法, 太線)およびウェーブレット変換による方法(DWT法, 細線)による換算結果との比較

表-1 水圧変動から算出される水面変動の諸元

	有義波高 $H_{1/3}$	有義波周期 $T_{1/3}$
対象とした水位変動	4.77 m	10.3 s
FFT法	4.52	10.4
DWT法	4.98	11.8

と水圧変動のデータを用いた。このデータはサンプリング間隔が0.5 s、1セットあたりのデータ数が2400、計20分間となっている。また超音波式波高計によって観測されたデータにはスパイクノイズが約1割強含まれていた。

ここではまず、FFT法による周波数応答関数 $H(\omega)$ とDWT法による応答関数 $H_w(f)$ の特性を把握するため、観測された水位変動と水圧変動からこれらの応答関数を求めた。図-10および図-11に任意の連続する22セットの現地観測データの、フーリエ解析あるいはウェーブレット変換による水位変動と水圧変動のスペクトルおよびこれから算出される応答関数を示す。図-10の右図からわかるように、現地観測データにおいても約0.6~0.22 Hzでは周波数応答関数は線形理論値にほぼ一致している。しかしながら水圧変動のピーク周波数の半より低周波数側、およびピーク周波数の倍よりも高周波数側ではこの周波数応答関数が変動するために、理論値よりも大きくずれていることが分かる。ウェーブレット変換を用いた図-11では水位変動のウェーブレット・スペクトルと水圧変動のウェーブレット・スペクトルではセットごとにバラツキがあるものの、ウェーブレット空間における応答関数はほぼ安定した値を示している。これらの図よりフーリエ解析による周波数応答関数、つまり適用上限周波数 f_B は方向スペクトルの型などによって変化するために各観測セットごとに算定しなければならないが、ウェーブレット変換による応答関数はこの影響をほとんど受けず、各観測セットごとに適用

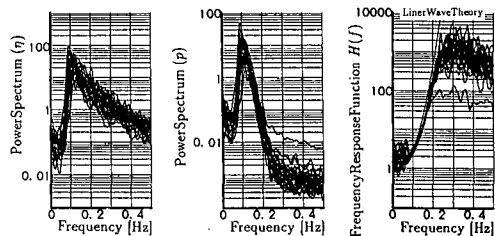


図-10 水位変動と水圧変動の周波数スペクトルおよび周波数応答関数の特性

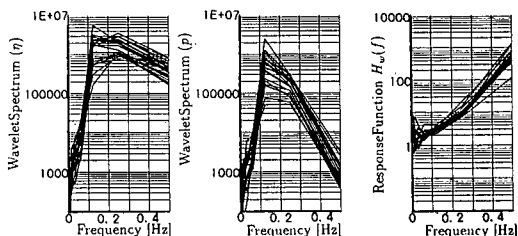


図-11 水位変動と水圧変動のウェーブレットスペクトルおよび応答関数の特性

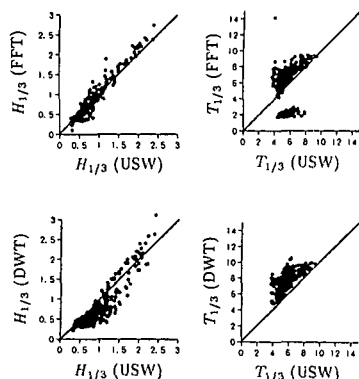


図-12 観測された波浪 (USW) 諸元と、従来の手法 (FFT 法)、ウェーブレット変換を用いた方法 (DWT 法) により推定された波浪諸元の比較 (FFT 法の有義波高のうち約 1/3 は極端に大きいため記載されていない)

上限周波数を変更する必要がほとんどないことがわかる。これはウェーブレット変換がフーリエ変換の高い周波数分解能を高い時間分解能という形で情報を保持していることに起因する大きな特徴である。

つぎに FFT 法、および DWT 法により観測された水圧変動から水位変動を算定し、観測された水位変動 (USW) の値と比較することとする。比較はそれぞれの水位変動から計算される有義波高 $H_{1/3}$ および有義波周期 $T_{1/3}$ を用いた。その結果を図-12 に示す。ここでこの図について付記しておくべきことは、FFT 法により算定された有義波高には極端に大きなものが全体の 1/3 以上あったが、これらは図の制約により記載できなかった事である。これは線形理論適用範囲上限周波数 f_b の値が現地波浪の強非線形性などにより的確に算定されていなかったためと考えられる。このように上限周波数 f_b の算定が困難であるにもかかわらず、この値が水位変動への換算結果に大きな影響を及ぼす点が FFT 法の欠点として挙げられる。これに対して DWT 法では FFT 法に比べて有義波高を多少過少評価する傾向があるものの観測データすべてに対して妥当な換算を行うことができた。

有義波周期に関しては DWT 法、FFT 法ともに観測値よりもやや大きい値を示している。また FFT 法による結果では、極端に小さい有義波周期を算出したものが多く見られる。これは上限周波数 f_b の算定が不十分であったために極端に大きな有義波高を示したケースでは高周波成分が非常に強く、この影響により有義波周期が小さく見積もられたためである。

以上のように FFT 法で問題となる線形理論適用範囲上限周波数 f_b の算定精度の問題は DWT 法ではほとんど問題とならないことがわかる。

最後に計算速度について FFT 法と DWT 法を比較す

る。本研究では FFT 法に高速フーリエ変換を用いており極めて高速に処理を行うことができた。また DWT 法にも高速アルゴリズムを用い、変換そのものは高速フーリエ変換の 1.5 倍程度の計算時間を要した。しかし、FFT 法では線形理論適用範囲上限周波数 f_b を各データセットごとに収束計算で求める必要があるため、水圧変動から水位変動への変換全体では両者の計算速度はほぼ同等かあるいは DWT 法の方がわずかに優っていた。

4. おわりに

本研究ではウェーブレット変換を用いて水圧変動から水位変動に変換する手法を提案した。

フーリエ解析を用いて水圧変動から水位変動に換算する従来の手法では周波数応答関数が水位変動の方向スペクトルに大きく依存してしまい、この周波数応答関数を正確に規定することが比較的困難である。これに対してウェーブレット変換を用いた手法では応答関数は水位変動の方向スペクトルにさほど影響せず、この応答関数を比較的容易に規定できる。これはウェーブレット変換がフーリエ変換の有する高い周波数分解能の代わりに高い時間分解能を有する手法であるためである。このため、ウェーブレット変換を用いた手法はさまざまな方向スペクトル形を有する波浪場において適用可能なことが期待できる。また、本研究で用いたウェーブレットは高速のアルゴリズムを有する Daubechies 型の離散ウェーブレットであり、高速フーリエ変換を用いた従来の換算方法とほぼ同等の速度で処理が可能である。

さらに本研究では、このウェーブレット変換を用いた手法を多方向弱非線形性の波および現地で観測された波に適用してその有効性を示した。

謝辞：本研究を進めるにあたり琉球大学工学部の仲座 栄三助教授には貴重な現地観測資料と多大なる有益な助言を頂いた、ここに記して謝辞を表わす。

参 考 文 献

- 小舟浩治・合田良興・成田 明・佐々木弘・森田行司 (1988): 現地観測における水圧波形から表面波への換算手法について、港湾技術研究所報告, Vol. 27, No. 3, pp. 161-183.
- 榊原 進 (1995): ウェーブレットビギナーズガイド, 東京電気大学出版局, 225 p.
- 橋本典明・永井紀彦・菅原一晃・浅井 正 (1993): 波浪の多方向性と弱非線形性を考慮した水圧波から表面波への換算法について、港湾技術研究所報告, Vol. 32, No. 1, pp. 27-51.
- 森 信人・安田孝志 (1996): ウェーブレット解析による波浪の非線形特性の推定, 土木学会論文集, 第 633 号, pp. 157-169.
- Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling and B. P. Flannery (1992): Numerical Recipes in FORTRAN, Cambridge University Press, 963 p.