

透水層上の Boussinesq 方程式による波浪減衰の計算

喜岡 渉*・甲斐宏典**・安江 輝***

1. はじめに

礫浜や人工リーフなど透水層上を伝播する波の減衰には透水性の影響のみならず波の非線形性も重要な要素となる。透水係数が比較的大きい場合には透水層内の流体運動は慣性力の卓越した乱流場とみなされ、そのモデル方程式としては非線形の Forchheimer 抵抗則が広く用いられている。磯部ら (1991) および Cruz ら (1992) は、Forchheimer 型抵抗則を非線形のまま用いて透水層上の Boussinesq 方程式を導いているが、透水地形の変動に対しては緩勾配の仮定下で導かれているため、基本的には水深変化が急な透水地形には適用できない。一方、喜岡ら (1994) は、透水層厚の変動の空間スケールが波長と同じオーダーであるような透水層上の Boussinesq 方程式を導いているが、透水層下の不透過層までの水深変動に対しては緩勾配の仮定が設けられていたため、適用できる透水層の断面形状は依然、限られたものになっていた。

本研究では、不透過境界の地形変動も許した Boussinesq 方程式を新たに導出するとともに、ステップ地形の透水層上の分裂を伴う波浪減衰に対する方程式の適用性について検討を加えるものである。

2. 透水層上の Boussinesq 方程式

2.1 基礎方程式

定式化を簡潔にするために、断面 2 次元において図-1 に示すような流体の領域 ($-h \leq z \leq \zeta$) と透水層の領域 ($-d \leq z \leq -h$) を考える。以下で誘導される断面 1 次元の Boussinesq 方程式を平面 2 次元のものに拡張するのは容易である。透水層までの水深は $h(x)$ とし、その下の不透過層までの全水深は $d(x)$ とする。したがって、透水層の厚さは x 方向に任意の変動を許した $d(x) - h(x)$ で表されることになる。

透水層内での流体を非圧縮の渦なし流れとし、非定常流体運動に拡張された Forchheimer 型の抵抗則を適用

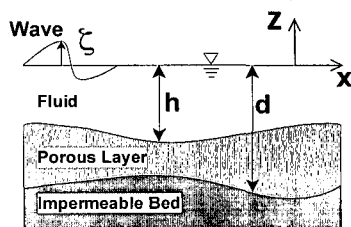


図-1 計算モデル

すると、基礎方程式は水の層における速度ポテンシャル $\Phi(x, z, t)$ 、および水位変動 $\zeta(x, t)$ 、透水層内の流量流速に対する速度ポテンシャル $\Psi(x, z, t)$ について次のように与えられる。

$$\Phi_{xx} + \Phi_{zz} = 0 \quad (-h < z < \zeta) \dots\dots\dots (1)$$

$$\zeta_t + \Phi_x \zeta_x = \Phi_x \quad (z = \zeta) \dots\dots\dots (2)$$

$$\Phi_t + g\zeta + \frac{1}{2}(\Phi_x^2 + \Phi_z^2) = 0 \quad (z = \zeta) \dots\dots\dots (3)$$

$$\Psi_{xx} + \Psi_{zz} = 0 \quad (-d < z < -h) \dots\dots\dots (4)$$

$$\Psi_z + d_x \Psi_x = 0 \quad (z = -d) \dots\dots\dots (5)$$

$$\Phi_z + h_x \Phi_x = \Psi_z + h_x \Psi_x \quad (z = -h) \dots\dots\dots (6)$$

$$\nabla \left[\Phi_t + \frac{1}{2}(\Phi_x^2 + \Phi_z^2) \right] = \frac{1}{\lambda} \nabla \left[\tau \Psi_t + \frac{1}{2\lambda}(\Psi_x^2 + \Psi_z^2) \right] + \alpha \nabla \Psi + \beta \sqrt{\Psi_x^2 + \Psi_z^2} \nabla \Psi \quad (z = -h) \dots\dots\dots (7)$$

ここに、下付添字の変数は偏微分を表し、 λ は空隙率、 τ は κ を付加質量係数として $\tau = 1 + \kappa(1 - \lambda)$ で表される慣性係数、 α 、 β はそれぞれ粘性 (層流) 抵抗係数と乱流抵抗係数である。式 (1)、(4) はそれぞれの領域での連続式、式 (2)、(3) はそれぞれ自由表面における運動学的および力学的境界条件式、式 (5) は不透過層上での流速の境界条件式、式 (6)、(7) はそれぞれ流体の領域と透水層の領域の境界面における流速と圧力の連続条件式である。式 (7) 中の慣性係数 τ は、通常、透水層内の流体運動に伴う慣性力のうち局所項に対してのみ定義されているので、ここでも局所項 Ψ_t にのみ含まれるものとした。

2.2 Boussinesq 方程式の誘導

波の代表角周波数 ω 、代表振幅 a_0 および代表水深 h_0 を用いて、式 (8) の二つの微小パラメーターと、式 (9)

* 正会員 Ph.D. 名古屋工業大学教授 工学部社会開発工学科

** 正会員 工修 日本道路(株)北海道支店

*** 大日本土木(株)

に示すような無次元量を定義する。

$$\mu^2 \equiv \frac{\omega^2 h_0}{g}, \quad \varepsilon \equiv \frac{a_0}{h_0} \dots\dots\dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{\omega}{\sqrt{g h_0}} x, \quad z' = \frac{z}{h_0}, \quad t' = \omega t, \\ \phi' &= \frac{\omega}{a_0 g} \phi, \quad \psi' = \frac{\omega}{a_0 g} \psi, \quad \zeta' = \frac{\zeta}{a_0}, \\ p' &= \frac{p}{\rho g h_0}, \quad h' = \frac{h}{h_0}, \quad d' = \frac{d}{h_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

基礎方程式 (1)~(7) を上の無次元量について表すとそれぞれ次の各式で与えられる。ただし、以下では表示を簡潔にするため無次元量を示す'は省略する。

$$\mu^2 \phi_{xx} + \phi_{zz} = 0 \quad (-h < z < \varepsilon \zeta) \dots\dots\dots (10)$$

$$\mu^2 (\zeta + \varepsilon \phi_x \zeta_x) = \phi_z \quad (z = \varepsilon \zeta) \dots\dots\dots (11)$$

$$\mu^2 (\phi_t + \zeta) + \frac{1}{2} \varepsilon (\mu^2 \phi_x^2 + \phi_z^2) = 0 \quad (z = \varepsilon \zeta) \dots\dots\dots (12)$$

$$\mu^2 \psi_{xx} + \psi_{zz} = 0 \quad (-d < z < -h) \dots\dots\dots (13)$$

$$\psi_z + \mu^2 d_x \psi_x = 0 \quad (z = -d) \dots\dots\dots (14)$$

$$\phi_z + \mu^2 h_x \phi_x = \psi_z + \mu^2 h_x \psi_x \quad (z = -h) \dots\dots\dots (15)$$

$$\begin{aligned} & \nabla \left[\phi_t + \frac{1}{2} \varepsilon \left(\phi_x^2 + \frac{1}{\mu^2} \phi_z^2 \right) \right] \\ &= \frac{1}{\lambda} \nabla \left[\tau \psi_t + \frac{1}{2\lambda} \varepsilon \left(\psi_x^2 + \frac{1}{\mu^2} \psi_z^2 \right) \right] \\ &+ a \nabla \psi + \beta \varepsilon \sqrt{\psi_x^2 + \frac{1}{\mu^2} \psi_z^2} \nabla \psi \quad (z = -h) \\ &\dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

上式 (10)~(16) に対する Boussinesq 方程式は、二つのパラメータ μ^2 , ε が $O(\mu^2) = O(\varepsilon) \ll 1$ という仮定下で、前報 (1994) と同様な摂動展開を用いることによって導くことができる。最初に、速度ポテンシャル ϕ および ψ を鉛直座標についてそれぞれ次の各式のように展開する。

$$\phi(x, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} [z + h(x)]^n \phi_n(x, t) \dots\dots\dots (17)$$

$$\psi(x, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} [z + d(x)]^n \psi_n(x, t) \dots\dots\dots (18)$$

ここで、上式をそれぞれラプラス方程式 (10), (13) に代入すると次の漸化式を得る。

$$\begin{aligned} \phi_{n+2} &= -\frac{\mu^2 (\phi_n)_{xx} + \mu^2 (n+1) [2h_x (\phi_{n+1})_x + h_{xx} \phi_{n+1}]}{(n+2)(n+1)(1+\mu^2 h_x^2)} \\ &\quad (n=0, 1, 2, \dots) \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_{n+2} &= -\frac{\mu^2 (\psi_n)_{xx} + \mu^2 (n+1) [2d_x (\psi_{n+1})_x + d_{xx} \psi_{n+1}]}{(n+2)(n+1)(1+\mu^2 d_x^2)} \\ &\quad (n=0, 1, 2, \dots) \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

ψ_n に対して $O(\mu^4)$ まで考慮すると、上式 (20) と不透過境界条件式 (14) から ψ は結局 ψ_0 を用いて次式で表され

る。

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_0 - \mu^2 \left[(z+d) d_x (\psi_0)_x + \frac{1}{2!} (z+d)^2 (\phi_0)_{xx} \right] \\ &+ \mu^4 \left[(z+d) d_x^2 (\psi_0)_x \right. \\ &+ \frac{1}{2!} (z+d)^2 (3 d_x^2 (\psi_0)_{xx} + 3 d_{xx} d_x (\psi_0)_x) \\ &+ \frac{1}{3!} (z+d)^3 (3 d_x (\psi_0)_{xxx} + 3 d_{xx} (\psi_0)_{xx} + d_{xxx} (\psi_0)_x) \\ &\left. + \frac{1}{4!} (z+d)^4 (\psi_0)_{xxxx} \right] + O(\mu^6) \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

また、式 (19) と透水層上の境界条件式 (15) より ϕ_n に対して同様に $O(\mu^4)$ まで考慮すると、 ϕ は ϕ_0 と ψ_0 を用いて表すことができる。

ϕ_0 および ψ_0 についてのべき級数展開式 (ψ に対しては式 (21)) はラプラス方程式 (10), (13) と運動学的境界条件式 (14), (15) をすでに満足する関数になっている。そこで残りの自由表面の運動学的境界条件式 (11), 力学的境界条件式 (12), および圧力に関する接続条件式 (16) にべき級数展開式を代入して所定のオーダー、すなわちここでは $O(\varepsilon)$, $O(\mu^2)$ までの項をとると、未知量 ζ , ϕ_0 , ψ_0 に対する 3 元連立偏微分方程式として与えられる Boussinesq 方程式を得る。

さらに、ここで微分回数を 1 つ下げて表示を簡潔にするために水の層の底面流速 u_0 と透水層の底面流速 U_0 を用いて、境界条件式 (11), (12) および (16) に対応する Boussinesq 方程式を次元量で表わすと次式を得る。ただし、力学的境界条件式 (12) については x 微分をとり圧力の勾配で与えている。

$$\begin{aligned} & \zeta_t + [(\zeta + h) u_0]_x + [(d - h) U_0]_x \\ &= \left[h_x^2 (h_x u_0 + ((d - h) U_0)_x) - d_x^2 (d - h)_x U_0 \right. \\ &\quad - h_x (d - h) (d_x (U_0)_x + (d_x U_0)_x) - \frac{1}{2} h_x (d - h)^2 (U_0)_{xx} \\ &\quad + 3 d_x (d - h) (d_x U_0)_x + 3 (d - h)^2 \left(\frac{1}{2} (d_x (U_0)_{xx} \right. \\ &\quad \left. + d_{xx} (U_0)_x + \frac{1}{6} d_{xxx} U_0) + \frac{1}{6} (d - h)^3 (U_0)_{xxx} \right] \\ &\quad + 2 [h_x^2 (u_0)_x + 2 h_x (h_x u_0)_x + ((d - h)_x U_0)_x \\ &\quad + ((d - h) (U_0)_x)_x + h_{xx} (h_x U_0 + ((d - h) U_0)_x)] \\ &\quad + \frac{1}{2!} h^2 [h_{xxx} u_0 + 3 h_{xx} (u_0)_x + 3 h_x (u_0)_{xx} \\ &\quad + ((d - h) (U_0)_{xx}) + \frac{1}{3!} h^3 (u_0)_{xxx} \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (u_0)_t + u_0 (u_0)_x + g \zeta_x \\ &= (h_x^2 + h h_{xx}) (u_0)_t + [h (d - h)_x]_x (U_0)_t + 2 h h_x (u_0)_{xt} \\ &\quad + [h (d - h)]_x (U_0)_{xt} + \frac{1}{2} h^2 (u_0)_{xxt} \\ &\quad + h [(d - h) (U_0)_{xt}]_x \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (u_0)_t + u_0(u_0)_x - h_x^2(u_0)_t - h_x[(d-h)(U_0)_t]_x \\ &= \frac{\tau}{\lambda} \left[(U_0)_t - d_x^2(U_0)_t - d_{xx}(d-h)(U_0)_t \right. \\ & \quad \left. - 2d_x(d-h)(U_0)_{xt} - \frac{1}{2}(d-h)(U_0)_{xxt} \right] \\ & \quad + \frac{1}{\lambda^2} U_0(U_0)_x + \alpha \left[U_0 - d_x^2 U_0 - d_{xx}(d-h) U_0 \right. \\ & \quad \left. - 2d_x(d-h)(U_0)_x - \frac{1}{2}(d-h)^2(U_0)_{xx} \right] \\ & \quad + \beta |U_0| U_0 \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

次に、水深平均流速 u ， U を次式のように定義する。

$$u \equiv \frac{1}{\varepsilon \xi + h} \int_{-h}^{\varepsilon \xi} \Phi_x dz \quad U \equiv \frac{1}{d-h} \int_{-d}^{-h} \Psi_x dz \dots (25)$$

このとき, u_0 , U_0 は u , U によりそれぞれ次の式 (26), (27) のように表される.

$$\begin{aligned}
u_0 = & u + \mu^2 \left[\left(h_x^2 + \frac{1}{2} h h_{xx} \right) u + h h_x u_x \right. \\
& + \left(h_x d_x + \frac{1}{2} h (d - h)_{xx} \right) U_0 \\
& + (h(d - h))_x (U_0)_x + \frac{1}{6} h^2 u_{xx} \\
& \left. + \frac{1}{2} h (d - h) (U_0)_{xx} \right] + O(\mu^4) \dots\dots\dots (26)
\end{aligned}$$

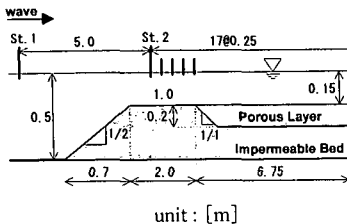
$$U_0 = U + \mu^2 \left[d_x^2 U + d_x(d-h)U_x + \frac{1}{2}d_{xx}(d-h)U + \frac{1}{6}(d-h)^2 U_{xx} \right] + O(\mu^4) \dots\dots\dots (27)$$

上式を用いて Boussinesq 方程式 (22)～(24) を水深平均流速 u, U のものに書き換えると次元量表示で次式を得る.

$$\xi_t + [(\xi + h)u]_x + [(d - h)U]_x = 0 \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$u_t + u u_x + g \xi_x = \frac{1}{2} h h_{xx} u_t + \frac{1}{2} h(d-h)_{xx} U_t + h h_x u_{xt} \\ + h(d-h)_x U_{xt} + \frac{1}{3} h^2 u_{xxt} + \frac{1}{2} h(d-h) U_{xxt} \cdots (29)$$

$$\begin{aligned} & u_t + uu_x + \frac{1}{2}hh_{xx}u_t + \frac{1}{2}h(d-h)_{xx}U_t + hh_xu_{xt} \\ & + h(d-h)_xU_{xt} + \frac{1}{6}h^2u_{xxt} + \frac{1}{2}h(d-h)U_{xxt} \\ & = \frac{1}{\lambda} \left[\tau \left(U_t - \frac{1}{2}d_{xx}(d-h)U_t - d_x(d-h)U_{xt} \right. \right. \end{aligned}$$



図一2 ステップ断面模型

表一1' 實驗條件

Case No.	$T(s)$	$H(m)$
1	2.0	0.048
2	1.6	0.044
3	1.2	0.056
4	1.2	0.044

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{3}(d-h)^2 U_{xxt}) + \frac{1}{\lambda} U U_x] \\
& + \alpha \left[U - \frac{1}{2} d_{xx} (d-h) U - d_x (d-h) U_x \right. \\
& \left. - \frac{1}{3} (d-h)^2 U_{xx} \right] + \beta |U| U \dots\dots\dots (30)
\end{aligned}$$

3. 計算方法

ここでは平均流速で定義した Boussinesq 方程式 (28)～(30)を用いることとし、その数値計算は差分法によった。空間に対しては、スタガード格子を用いた5点ないし4点での中央差分により離散化し、時間積分には Crank-Nicolson 法に基づく予測修正法を用いた。

入射境界では水位変動とが与えられるものとした。また、岸側の開境界にはスポンジ層を配置するとともに、スポンジ層の外縁と入射境界では Sommerfeld 型の放射条件を課して、透過波と反射波については自由透過させた。

4. ステップ断面上の波浪減衰

4.1 模型実験

長さ 26 m, 幅 0.6 m, 高さ 1.2 m の両面ガラス張りの断面 2 次元造波水槽に透水層を有するステップ型断面地形を設け、分裂を伴う透水層上の非線形波動の減衰特性を調べた。ステップ断面模型は、造波板から 10 m の位置に図-2 に示すように勾配 1/2 の斜面を設け、水深 15 cm で水平床を接続させたものとした。沖側の水深は一定で 50 cm である。ステップ断面上に長さ 3.15 m にわたって深さ 20 cm の台形状の切り込みをつくり碎石を入れて透水層とした。碎石の粒径は 1.5~2.5 cm の範囲でばらついており、平均粒径は $D=2.0$ cm である。空隙率は、碎石を $5 \times 10^4 \text{ cm}^3$ ずつ無作為に抽出して 5 回の測定結果の平均値をとって求めたところ、 $\lambda=0.446$ であった。なお、波の分裂に及ぼす透水層の影響を調べるために、透水層を設けない不透過ステップ断面についても同様な実験を行った。

実験にあたっては、表-1 に示すような4種類の波高と周期の規則波を入射させ、造波板から4 mの位置のSt. 1とステップ断面上のSt. 2~St. 19 (25 cm間隔)の

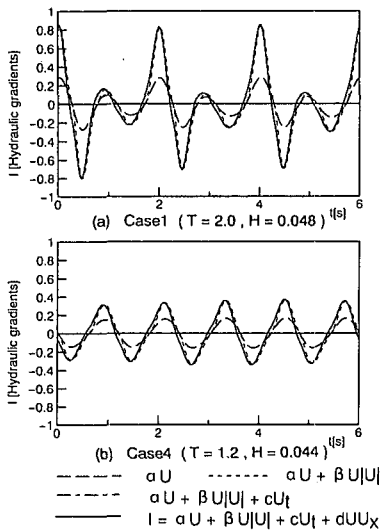


図-3 抵抗力の内訳

各点での水位変動を測定した。

4.2 計算条件

計算にあたっては、St. 1 を入射境界としてそこでの水位変動を与えた。ただし、実験波形を入力した結果と正弦波形を与えた結果に有意な差は見られなかったので、以下での実験結果との比較は正弦波形を入射条件としたものによった。実験波形との比較には、計算波形の最初の2, 3波が透水層上を通過して透水層背後の波形が安定した後のものを用い、両者の位相はすべてのケースにおいて St. 1 で一致するようにした。透水層面は水平で $h(x)$ は一定値としたが、不透過境界 $d(x)$ については実験模型と同様に台形断面を入力した。なお、透水層両端では透水層内の平均流量流速が $U=0$ という境界条件を与えた。

非定常の Forchheimer 型抵抗則に現われる抵抗係数 α , β および付加質量係数 τ の値は透水層による波浪減衰の計算結果に直接影響する。これらの係数値の与え方にはいくつかのタイプがあり、特に線形な層流抵抗係数 α は $(1-\lambda)^2/\lambda^3$ に比例するものと $(1-\lambda)^3/\lambda^2$ に比例する2種類の表示式が提案されており、付加質量係数 τ についても $(1-\lambda)/\lambda^2$ がかけあわさって慣性力としたものと $(1-\lambda)/\lambda$ をかけあわせたものの2種類の式がある (Burcharth・Andersen, 1995)。ここでは、 α については $(1-\lambda)^2/\lambda^3$ の比例をとり、非線形な乱流抵抗係数 β については KC 数 ($KC = U_{\max} T / \lambda D$) の関数として与えた Van Gent (1995) の式を用いた。ただし、透水層内の最大流量流速 $U_{\max}$ は計測していないので、KC 数に依存しない Madsen (1974) の方法により α , β を求めてあらかじめ透水層の水深平均流速 U を計算しておき、透水層の中央

付近 St. 12 の U の最大値 $U_{\max}$ により KC 数を与えた。付加質量係数 τ については、 $(1-\lambda)/\lambda^2$ を乗じた式となっている Van Gent のタイプのものは圧力が流体場のみに作用するとして誘導されているので、流体と碎石の両方の容積に作用する慣性力とのバランス上矛盾のある定式化となっている (Burcharth・Andersen, 1995)。ここでは、 $\tau(1-\lambda)/\lambda$ 表示の Andersen ら (1993) から実験条件に最も近い τ を読み取ることにした。

図-3 は、このようにして求めた α , β および τ による計算結果の一例で、透水層中央の St. 12 における抵抗力の内訳を示している。アーセル数が大きい Case 1 では流速のピーク付近に占める乱流抵抗の割合が大きく、アーセル数が比較的小さい Case 2 においては層流抵抗の寄与が相対的に大きい。慣性力の寄与は流速が 0 となる位相付近を除いて小さく、特に移流項 (ここでは非回転流れを考えているので厳密には運動エネルギーの勾配項) UU_x による寄与分は無視しうほど小さい。実験 Case 1~4 に対して、St. 12 における $U_{\max}$ の計算値を用いてレイノルズ数 $Re = U_{\max} D / \nu$ および KC 数との比 $Re/KC = D^2 / T\nu$ を求めてみると、 $2.6 \times 10^2 < Re < 5.4 \times 10^2$, $1.5 \times 10^2 < Re/KC < 2.4 \times 10^2$ の範囲にあり、Gu・Wang (1991) によると層流抵抗、乱流抵抗および慣性抵抗のいずれの抵抗力も無視することができない領域に位置している。

4.3 計算結果と実験結果の比較

図-4 は、Case 1 について透水層上の各点における時

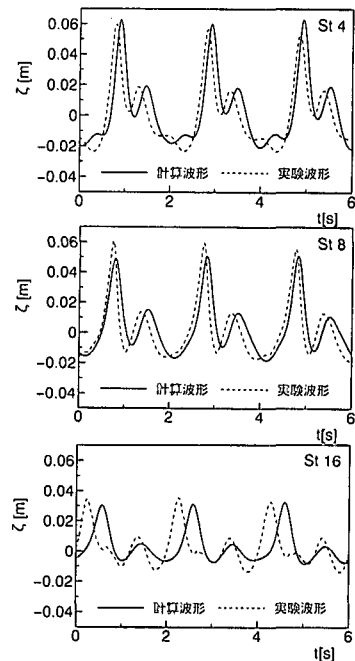
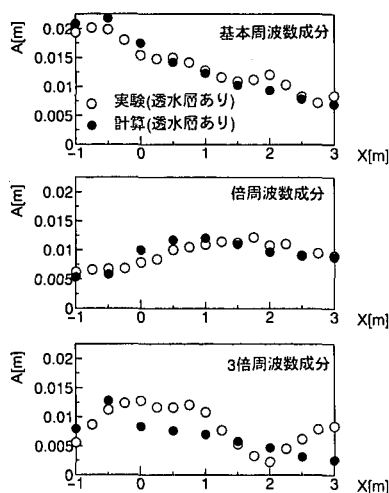
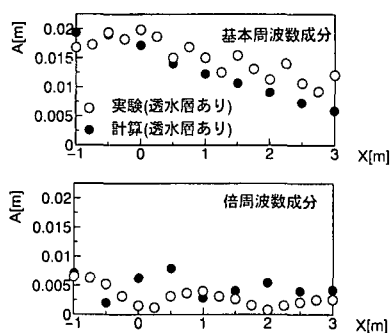


図-4 透水層上の波形変化 (Case 1)



図—5 各周波数成分の減衰 (Case 1)



図—6 各周波数成分の減衰 (Case 4)

5. 結 論

任意の透水断面形状に適用可能な Boussinesq 方程式を導き、ステップ断面上の水平床に設けた透水層上の波浪減衰に対する適用性を調べた。

計算条件の範囲では、透水層の抵抗に及ぼす慣性力 UU_x の影響は無視しうるほど小さい。計算結果は、周期が比較的短いケースを除いて、分裂を伴う減衰をよく再現している。ただし、位相速度は実験値より遅くなる傾向が見られ、その差異は不透過断面上での結果と比べていくぶん大きくなる。また、高次周波数成分の振幅スペクトルの変動に対する再現性はわるく、周期が比較的短いケースにおいては倍周波数成分以上のビート長を過大に評価する傾向がある。

参 考 文 献

- 磯部雅彦・芝 和彦・Eric Cruz Cruz・渡辺 晃 (1991): 透過潜堤による非線形波浪変形について, 海岸工学論文集, 第 38 巻, pp. 551-555.
- Eric Cruz Cruz・芝 和彦・磯部雅彦・渡辺 晃 (1992): 透過潜堤による平面二次元非線形波浪変形の計算法, 海岸工学論文集, 第 39 巻, pp. 621-625.
- 喜岡 渉・甲斐宏典・平岡慎司 (1994): 透過層上の長波方程式と透過潜堤への適用性について, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp. 711-715.
- Andersen, O. H., M. R. A. Van Gent, J. W. Van der Meer, H. F. Burcharth and H. Den Adel (1993): Non-steady oscillatory flow in coarse granular materials, MAST G6-S, Project I.
- Burcharth, H. F. and O. H. Andersen (1995): On the one-dimensional steady and unsteady porous flow equations, Coastal Engineering, Vol. 24, pp. 233-257.
- Gu, Z. and H. Wang (1991): Gravity waves over porous bottoms, Coastal Engineering, Vol. 15, pp. 497-524.
- Madsen, O. S. (1974): Wave transmission through porous structures, Proc. of ASCE, Vol. 100, No. WW3, pp. 169-188.
- Van Gent, M. R. A. (1995): Porous flow through rubble-mound material, J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, Vol. 121, No. 3, pp. 176-181.

間波形の計算結果と実験結果の比較を示すものである。波形全体の再現性はよいが、伝播距離が長くなると特に 2 次波の再現性がわるくなる傾向が見られる。位相は平均流速を代表流速として用いた Boussinesq 方程式系の分散特性から予想される通り遅れる傾向があり、実験波形との位相の差異は周期の短いケースではさらに大きく現われている。また、透水層を設けない不透過のステップ断面の結果と比較すると、全てのケースにおいて透水層上の方が実験波形の位相からより遅れる傾向が見られる。周期が比較的短い Case 3 および Case 4 では、実験波形は分裂を伴わず減衰していくのに対し、計算波形においては伝播距離が長くなる (St. 14~) と弱い分裂が現われ、また減衰そのものも幾分過大に評価する傾向がある。不透過断面での計算波形には St. 18 まで分裂現象は現れていないので、透水層上の計算波形に見られる分裂は透水層内の非線形抵抗 $\beta|U|U$ に起因するものと考えられる。

図—5 および図—6 は、透水層上の伝播距離 X に対する振幅スペクトルの変動をそれぞれ Case 1, Case 4 について示したものである。Case 1 では 3 倍周波数成分を除くと振幅スペクトルの再現性はよい。Case 4 においては基本周波数成分の減衰率が幾分大きく評価されている。ここでの実験範囲内では、Case 1 においては 3 倍周波数以上、Case 4 では 2 倍周波数以上の成分波について明確なビートが現れているが、計算結果はビート現象を精度よく再現するものにはなっていない。不透過断面上での実験および計算結果と比べると、透水層上ではビートの変動が減衰により小さくなるとともにビート長も幾分短くなる傾向が見られる。