

波動場の力学状態に基づく砕波過程の解析と砕波条件

灘 岡 和 夫*・大 野 修 史**・栗 原 礼***

1. はじめに

最近の波動モデルの発展はめざましく、波動場の非線形性と分散性による効果をより一般的な条件下で精度良く表現できるようになっている（例えば灘岡ら, 1991, 1992, 1993a, b, 1994）。しかし波動場の時間発展を支配するもう一つの重要な要素である砕波については、上記の高精度な非線形・分散性波動モデルに合理的に組み込める形の一般性・物理性を伴った砕波モデルは存在しない。その根本要因は、砕波のメカニズム自体が未だに十分解明されていない点にある。例えば有名な合田の砕波指標は一樣斜面での規則波に対する指標であるが、経験的指標のため不規則波や多方向波への拡張が極めて困難である。たとえば、木村・瀬山 (1986) や水口ら (1988) は不規則波の室内実験データに対して波別解析による個々波に合田の砕波指標を当てはめたところ、かなりデータがばらつくことを示している。また Rankin (1864) の「波頂部での水平流速が波速に等しいかそれよりも大きくなったとき」という運動学的な条件は、一見もっともらしいが、不規則波のように波形自体が大きな変形を伴う波動場においては、そもそも「波速」を明確に定義することができない。最近、Schäffer ら (1992) は不規則波中の個々波に対して特定の限界勾配が存在すると仮定して砕波モデルを構築しているが、砕波条件の妥当性という点で疑問が残る。実際、あとで示すように、実験データを見る限り、そのような特定の限界勾配は存在しないようである。

砕波条件は、砕波モデルの初期条件としてだけでなく、砕波モデルの合理的な構築という面でも重要である。そのため、合理的な砕波モデル構築のための第一段階として、砕波に至る物理過程を明らかにすることが必要となる。

本研究では、砕波に至る波動場の波形の時空間発展に

関する画像情報から、自由表面近傍の圧力・流速場を記述する方法を考案することにより、砕波の物理過程を明らかにするとともに、不規則波や多方向場を対象とし得る一般的な砕波指標を導出することを試みた。

2. 砕波の条件

大気圧下の波動現象の場合、流体内部では（ゲージ圧での）負圧は発生し得ないことから、水表面の鉛直方向の圧力勾配は 0 を超えることはできない。本研究では、この極限が砕波の力学的条件に相当すると考え、その検証のために室内実験によって水表面上の圧力勾配の変動を測定した。ただし圧力の直接測定は不可能なため、ここでは、鉛直方向運動方程式と自由表面の運動学的条件を用いて得られる式に基づいて圧力勾配の値を算定した。以下にその方法を（ここでは簡単のために 2 次元の場合について）示す。

自由表面での鉛直方向の運動方程式は以下のように表される。

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=\eta} = g + \frac{\partial w}{\partial t} \Big|_{z=\eta} + u_s \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{z=\eta} + w_s \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z=\eta} \quad \cdots (1)$$

ここで g は重力加速度、 $u(x, z, t)$ および $w(x, z, t)$ はそれぞれ水平方向流速および鉛直方向流速であり、 $p(x, z, t)$ は圧力、 g は重力加速度を表す。また $\eta(x, t)$ は自由表面の位置であり、添え字の s がついた変数は $z=\eta$ における値であることを示す。式 (1) をベースに圧力勾配を求めるが、右辺には流速 w の偏微分の境界 η における値や、 w の鉛直方向の微分が含まれている。しかし、この表現では w の鉛直分布形を知る必要があることなどから、実用上は取り扱いにくい。そこで次の方法で消去する。自由表面において w の微分は次のように置き換えることができる。

$$\frac{\partial w}{\partial t} \Big|_{z=\eta} = \frac{\partial w_s}{\partial t} - \frac{\partial \eta}{\partial t} \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z=\eta} \quad \cdots (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{z=\eta} = \frac{\partial w_s}{\partial x} - \frac{\partial \eta}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z=\eta} \quad \cdots (3)$$

式 (2)、(3) を式 (1) に代入することにより

* 正 会 員 工 博 東京工業大学教授 大学院情報理工学研究所 情報環境学専攻

** 学生会員 修(工) 東京工業大学大学院情報理工学研究所 情報環境学専攻博士課程

*** 東京工業大学大学院情報理工学研究所 情報環境学専攻修士課程

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=\eta} = g + \frac{\partial w_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial w_s}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z=\eta} \cdot \left(-\frac{\partial \eta}{\partial t} - u_s \frac{\partial \eta}{\partial x} + w_s \right) \dots (4)$$

が得られる。ここで水表面の境界条件として

$$w_s = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u_s \frac{\partial \eta}{\partial x} \dots (5)$$

が成立するので、式(4)に代入すれば次式が得られる。

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=\eta} = g + \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + u_s^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + 2u_s \frac{\partial^2 \eta}{\partial t \partial x} + \frac{\partial u_s}{\partial t} \frac{\partial \eta}{\partial x} + u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial t} \dots (6)$$

式(6)は仮定を一切導入することなく得られた関係式であるから、式(1)や式(4)と同等である。しかし式(6)では、右辺の変数が自由表面 η および表面流速 u_s の二つだけになり、共に自由表面上のみで定義される変数であるため非常に取扱いやすい形になっている。

3. 室内実験

3.1 実験概要

室内実験は東京工業大学水工研究室の幅40cm、長さ12mの一次元造波水路(図-1)で行った。水深は40cmで水路端には1/20の斜面を設置した。沖側より有義周期1sのBretschneider型の不規則波を入射し、家庭用8mmビデオカメラ(Sony製:VX-1)を用いて水路の側方より波の変形の様子を撮影した。撮影範囲は約4mで、主な砕波帯を含んだ水深約33~12cmの領域である。また目視での観察によると砕波形式は崩れ波および巻き波砕波であった。

ビデオカメラ1台で撮影可能な範囲は約60cmと狭いため8箇所の撮影点において撮影を行ったが、それぞれの撮影画像を空間的に連続的に扱うために造波開始の時間を基準に互いに同期させた。実験により得られたビデオ画像は1/30sごとにRGB3成分それぞれ256段階

でデジタル化を行い、各画像のRGB3成分に関する主成分分析より水中部を分離した。このエッジを抽出することによって自由表面のデータが得られる。図-2は測定区間で得られた自由表面 η の時間変動の例を上から順に2/3sごとに示したものである。

砕波の判定はビデオ画像のコマ送りの目視によって行い、ジェット形成の直前を砕波瞬間と定義している。

3.2 流速場の算定

ここで式(6)から圧力勾配を算定するには表面波形のみならず自由表面流速 u_s の情報を得ることが必要となる。ここでは、上記の自由表面変動データから u_s を算定することを考える。表面波形情報から直下の流速場を算定する方法としてはDean(1965)の流れ関数法が有名であるが、その理論の基本的な前提として、定形進行波が対象とされており、不規則波への適用は原理的に不可能である。そこでここでは以下に示す方法により、非線形不規則波のもとでの流速場を算定することを試みる。

まず自由表面における境界条件として次式の運動学的条件を用いる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=\eta} = \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{z=\eta} + \frac{\partial \eta}{\partial t} \dots (7)$$

(ここで ϕ は速度ポテンシャル。)

ここでは、 ϕ として、斜面勾配が緩く局所的に次式に示す水深 h の水平床におけるラプラスの式の一般解(例えばNadaoka & Hino, 1984)を用いることができるものと仮定する。

$$\phi(x, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k, t) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \exp(ikx) dk \dots (8)$$

ここで、 k は波数、 $A(k, t)$ は一種の非定常波数スペクトル、 i は虚数単位を表す。式(8)を式(7)に代入し波数 k および空間 x について離散化を行う。さらに複素数である波数スペクトルを $A_n(t) = a_n(t) + ib_n(t)$ として虚

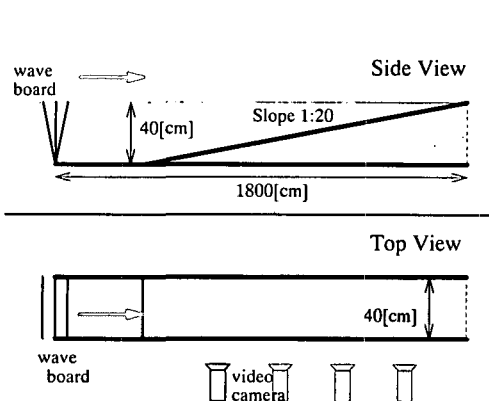


図-1 実験概要図

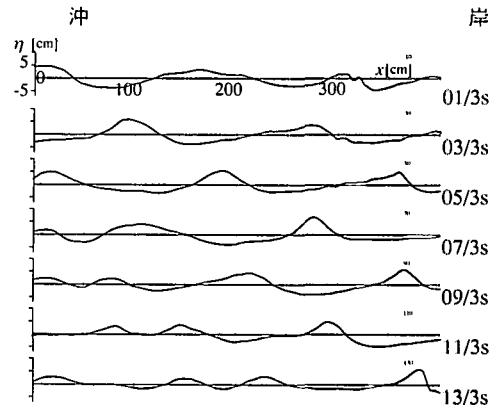


図-2 自由表面変動の計測例

部と実部と分離し、実数部をとると、次式が得られる(添え字の m および n は空間および波数に対する離散点を表す)。

$$\sum_{n=1}^N \alpha_{mn} a_n + \beta_{mn} b_n = \gamma_m \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし

$$\alpha_{mn} = \left\{ - \left[1 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_m \right]^2 \right\} k_n \frac{\sinh k_n (h_m + \eta_m)}{\cosh k_n h_m} \sin k_n x_m \\ + \frac{\partial \eta}{\partial x} \Big|_m k_n \frac{\cosh k_n (h_m + \eta_m)}{\cosh k_n h_m} \cos k_n x_m \\ + \frac{\partial \eta}{\partial x} \Big|_m \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\cosh k_n (h + \eta)}{\cosh k_n h} \right) \right]_m \sin k_n x_m \Big\} \Delta k|_n$$

$$\beta_{mn} = \left\{ \left[1 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_m \right]^2 \right\} k_n \frac{\sinh k_n (h_m + \eta_m)}{\cosh k_n h_m} \cos k_n x_m \\ + \frac{\partial \eta}{\partial x} \Big|_m k_n \frac{\cosh k_n (h_m + \eta_m)}{\cosh k_n h_m} \sin k_n x_m \\ + \frac{\partial \eta}{\partial x} \Big|_m \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\cosh k_n (h + \eta)}{\cosh k_n h} \right) \right]_m \cos k_n x_m \Big\} \Delta k|_n$$

$$\gamma_m = \frac{\partial \eta}{\partial t} \Big|_m$$

本実験においては η に関する時空間変動が既知であるため、未知数は、離散化された波数スペクトル a_n および b_n の $2N$ 個である。方程式の残差の自乗和 S を次のように定義し

$$S = \sum_{m=1}^M \left[\sum_{n=1}^N (\alpha_{mn} a_n + \beta_{mn} b_n) - \gamma_m \right]^2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

最適な解の条件 $S \rightarrow \min$ として得られる以下の連立方程式により、 a_n と b_n を求めることができる。

$$\sum_{m=1}^M \alpha_{lm} \left[\sum_{n=1}^N (\alpha_{mn} a_n + \beta_{mn} b_n) \right] = \sum_{m=1}^M \alpha_{lm} \gamma_m \quad \dots\dots (11)$$

$$\sum_{m=1}^M \beta_{lm} \left[\sum_{n=1}^N (\alpha_{mn} a_n + \beta_{mn} b_n) \right] = \sum_{m=1}^M \beta_{lm} \gamma_m \\ (l = 1, \dots, N) \quad \dots\dots (12)$$

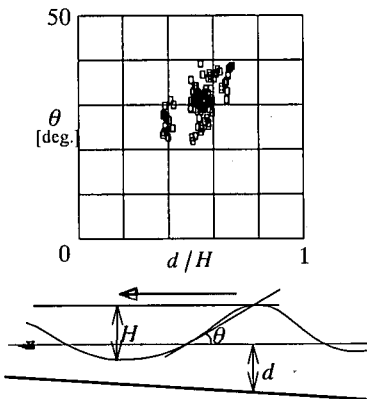


図-3 破波時の前面勾配

この方法の妥当性の検証としてストークス波および線形不規則波の流速を空間変動 η より算定し、それぞれの理論解と比較を行った結果、共に良好な一致が得られている(大野・灘岡, 1996)。

3.3 解析結果

上記の方法による解析の前に、既存の研究で砕波条件として用いられている波形の前面勾配について検討した結果について述べる。砕波瞬間のビデオ静止画像を用いて測定した波の前面勾配と波高水深比との関係を図-3に示す。横軸が波高水深比で縦軸が砕波時の前面勾配である。ここでは波の前面勾配を、波頂部から波形のゼロクロス点を結ぶ線が静水面との間になす角度として定義している。この図より不規則波における砕波瞬間の前面勾配は $20 \sim 40$ deg. と広範囲に分布しており、波高水深比との相関も見られない。すなわち、砕波は前面勾配と無関係に発生していることがわかる。よって Schäffer ら (1992) のような、波形勾配が限界値を超えることを砕波条件とする砕波の取り扱いには問題があることがわかる。

次に式(6)で算定される波動場の圧力状態について検討を行う。実験により得られた波動場の時間空間変化を図-4に示す。同図は砕波に至るまでの圧力勾配および自由表面の変動を上から $1/10$ s ごとに表したもので、図の $5/10$ s の時点が砕波発生瞬間である。砕波直前から圧力勾配が急激に大きくなりやがてほぼ 0 に近づいたと

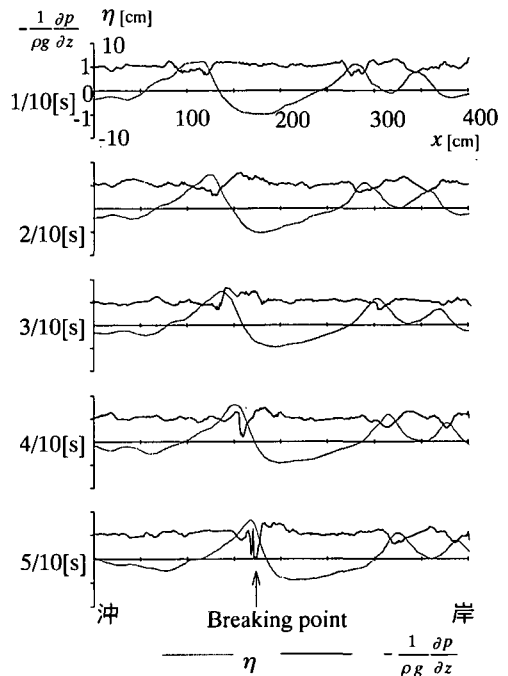


図-4 圧力勾配変動

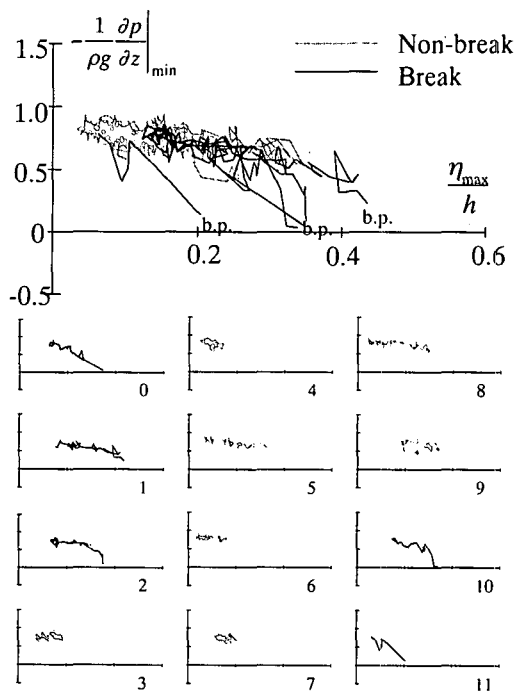


図-5 最小圧力勾配変動

ここで碎波が発生していることがわかる。このような傾向は観測された全ての碎波する波で見られた。

つぎに図-5は観測された12個の波について、一波内の最小圧力勾配の波の進行に伴う変動過程を示している。上段に12波全ての過程をまとめて示し、下段に個々の波の過程を示す。縦軸は一波内の最小の圧力勾配で、横軸は一波内の最大水位と（最大水位点での）水深の比である。同図では、観測区間内において碎波を生じた波を“Break”，岸側でいずれは碎波に至るものの観測区間内では碎波せずに通過した波を“Non-break”として区別している。図より、実線で示される“Break”のケースではすべて碎波直前で急激に圧力勾配が0付近に低下している。一方で破線で示される“Non-break”では非線形性が大きくなっても圧力勾配が低下しておらず、圧力勾配の変動によって碎波・非碎波の波の特徴が明確に区別されることがわかる。

比較のために波の進行に伴って一波内の最小波形勾配 η_x (ここでは x を岸向きに正にとっている) が変動する過程について図-6に示す。ここで、碎波瞬間の前面勾配を局所的に詳細に見ると鉛直になる部分が現れるはずであるが、碎波時のジェット形成という現象は通常の波の変形の時間スケールと比べて遙かに短く、空間スケールも小さい。本実験はこのような小さい時空間スケールでの現象を取り扱おうとするものではない。本実験での、時間解像度 dt は入射波の平均周期 T の $1/30$ 、空間解像度

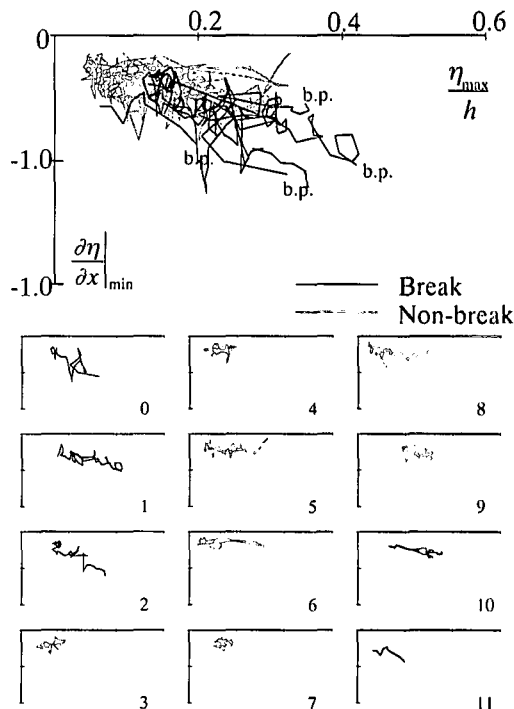


図-6 最小自由表面勾配変動

の dx は波長の $1/30$ 程度に設定している。図-6より、碎波時の最小勾配は、波によってばらついてはいるだけでなく、不規則に変動する上にその幅も大きい。そのため、前面勾配の変化から碎波・非碎波を区別するのは困難になっている。

5. 数値計算

以上の実験結果から、圧力勾配によって碎波条件を与え得ることがわかる。そこで実際に波動モデルに対する適用性を確かめるために、一様斜面上を進行する規則波の数値計算を行った。計算では碎波位置を圧力勾配が0を超える最も沖側の点とし、得られた碎波位置を合田の碎波指標と比較した。

計算対象とする波浪場は勾配 $1/20$ の一様斜面である。また周期については 1.0 s および 5.0 s の2種類、入射波高は沖波換算波高勾配を用いて、 $H_0/L_0 = 0.05, 0.02, 0.01$ の3ケースについて行った(ここで H_0 : 沖波波高, L_0 : 沖波波長)。数値計算の概要について図-7に示す。数値計算に用いたのは灘岡ら(1994)により導出された波動方程式の1成分バージョンである。この波動方程式は碎波直前まで波動場を正確に記述することができるが、室内実験によってすでに確かめられている。碎波後の効果としてはここでは波の減衰のみを考慮し、運動方程式に流速に比例して抵抗がかかる減衰項を付加した。また反射を防ぐために減衰項にかかる係数を碎波点と判

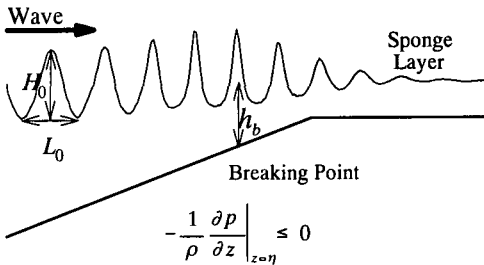
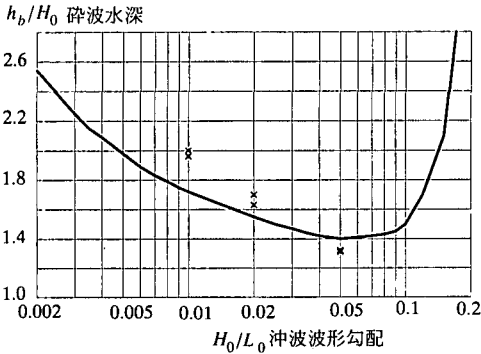


図-7 数値計算の概要



—— 合田の碎波指標(1970)
 × 圧力勾配により計算された碎波点
 図-8 数値計算による破波水深

定した位置から岸に向かって線形的に増やした(図-7)。碎波点は式(6)により求まる圧力勾配の値を時々刻々にわたって調べて、圧力勾配が0以上になった地点のうちもっとも沖側の点としている。沖側の境界条件として換算沖波波高に対応する正弦波を入射した。岸側の境界は一樣水深での透過条件としているが、そこでは計算が不安定にならない限界まで浅くしており、一樣水深での存在が波の変形に対してできるだけ影響を与えないように考慮した。

計算によって得られた碎波水深について、規則波の碎波指標である合田の碎波指標との比較を行った結果を図-8に示す。縦軸が碎波水深で横軸が沖波入射条件である。計算で得られた×で示す碎波水深は各点ともに実線の合田の碎波指標と近い値になっている。このことから圧力勾配の条件は数値計算においても碎波条件として

適用可能であることがわかる。

6. 主な結論

新たに考案した室内実験・解析手法により、碎波に至るメカニズムとして水表面の圧力鉛直勾配が0付近まで低下することが明らかになった。また圧力勾配のこのような特性を碎波条件として数値計算を行ったところ、碎波位置を精度よく算定できることが示された。今後は多方向場での検証及び、碎波の効果を合理的に取り込んだモデルの開発を行っていく予定である。

参考文献

- 大野修史・灘岡和夫(1996): 時空間表面波形情報に基づく流連場の推定手法の開発, 土木学会第51回年次学術講演会概要集II, 印刷中。
- 水口 優・波部武士・竹村要一・伊藤 満(1988): 斜面上の不規則波の碎波条件について, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 178-181。
- 合田良実(1975): 浅海域における波浪の碎波変形, 港湾技術研究所報告, 第14巻, pp. 59-106。
- 灘岡和夫・中川泰之(1991): Galerkin法に基づく強分散性波動方程式の導出と背景について, 東京工業大学土木工学科研究報告, No. 44, pp. 63-75。
- 灘岡和夫・中川泰之(1992): Galerkin法に基づく強分散性波動方程式の基本特性に関する研究, 土木学会第47回年次学術講演会概要集II, pp. 1024-1025。
- 灘岡和夫・中川泰之(1993a): 不規則波動シミュレーションのための強分散性波動方程式の導出と基本特性の検討, 土木学会論文集, No. 467/II-23, pp. 178-181。
- 灘岡和夫・中川泰之(1993b): 新しい非線形・分散性波動方程式による非線形波動場解析の試み, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 6-10。
- 灘岡和夫・Serdar Beji・大野修史(1994): 新たな波動モデルによる強分散性波動場非線形波動場の解析法の確立と室内実験による検証, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 11-16。
- 木村 晃・瀬山 明(1986): 斜面上の不規則波の碎波限界について, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 174-178。
- Dean, R. G. (1965): Stream function representation of non-linear ocean waves, J. Geophys. Res., Vol. 70, pp. 4561-4572。
- Nadaoka, K. and Hino, M. (1984): Conformal mapping solution of a wave field on the arbitrary shaped sea bottom, Proc. 19th Int. Conf. Coastal Eng., ASCE, pp. 1192-1208。
- Rankine, W. J. (1864): Summary of properties of certain stream line, Phil. Mag., Ser. 4, 29。
- Schäffer, H. A., R. Deigaard and P. A. Madsen (1992): A tow-dimensional surf zone model based on the Boussinesq equations. Proc., 23rd Int. Conf. Coastal Eng., pp. 576-589。