

# 深層曝気の運転条件に関する理論的考察

中村由行\*・井上徹教\*\*・御子神 学\*\*\*

## 1. 緒 言

現在多くの湖沼や内湾等では水質の悪化（富栄養化）が深刻な問題となっている。富栄養化した多くの水域においては、底層水の貧酸素化・無酸素化が起こっており、その結果、青潮の発生や魚類の死滅を招いている。

また、多くの水域において植物プランクトンの増殖に対する制限栄養塩となり得るリンに関しては、その負荷量を削減することが水質管理上重要な課題となっているが、河川等からの流入負荷を削減しても水質がなかなか改善されていないのが現状である。これは底質からの溶出による負荷が無視できないためである。このリンの溶出量は、底質の酸化還元電位・pH や鉄・マンガン・硫化物の含有量、底質直上水の溶存酸素濃度（以下、DO 濃度と呼ぶ）等に依存しているが、中でも DO 濃度の影響は顕著であり、直上水が貧酸素化すると溶出速度が増大することが知られている（Nakajima, 1983；Fillos・Swanson, 1975）。これは、好気的条件においては底質間隙水中の第一鉄イオンが酸化されて水酸化第二鉄となり、リンを吸着するようになるため溶出が抑制されることが原因であると考えられる（小林, 1991；Ishikawa・Nishimura, 1989；Mortimer, 1971）。

以上に述べたような底層水の貧酸素化・無酸素化による水質の悪化に対する対策の一環として、深層曝気による水質改善が広く試みられている。これは底層水を曝気することにより貧酸素化を防ごうとするものである。十分大きな曝気量を施せば溶存酸素濃度は高く維持され、底層水質は改善されるが、エネルギーの観点に立てば曝気量は少ないほど良い。しかしながら、曝気量の程度によっては期待された効果が見られない例が多い。その理由は、曝気が底層の流動を誘起し、予め静置したコアサンプルを用いて推定した値よりも大きな酸素消費速度を生じるためである。そのため、当初期待された改善の効果が見られず、装置設置前よりもかえって貧酸素化し、リンの溶出等二次的な問題が生じている例さえも報告さ

れている（Ellis・Stefan, 1989）。流動とフラックスの関係について、中村ら（1994）は乱流境界層理論を応用し、底泥の酸素消費（SOD）やリンの溶出フラックスの流速に対する依存性を理論的に解析している。本研究では彼らの成果を踏まえ、上述の深層曝気の機構を解析し、適正な曝気を行うための条件について考察する。

## 2. SOD 及びリンの溶出量の理論

水・底泥界面近傍における過程を、界面直上の濃度境界層における拡散輸送と、底泥間隙水中における反応の 2 つの部分に分け、それぞれモデル化を行う。濃度境界層内の拡散輸送に関しては乱流境界層の輸送理論を応用しモデル化を行う。また、底泥内の反応のモデル化については Ishikawa・Nishimura (1989) のモデルを応用する。その後、界面における濃度とフラックスの連続性から、SOD 及びリンの溶出フラックス ( $\phi_p$ ) と流速との関係式を導く。

### （1）濃度境界層における物質移動速度のモデル化

界面近傍の溶存酸素及びリンの濃度分布を模式的に表したもののが図-1 に示す。底泥直上に形成される濃度境界層は粘性底層の厚さよりも薄く高さ 1 mm のオーダーである。そこで本モデル化においては次のような仮定を用いる。1) 定常状態である。2) 底面は水理学的滑面であり、固定床とする。底泥の巻き上げは考えない。3) 流

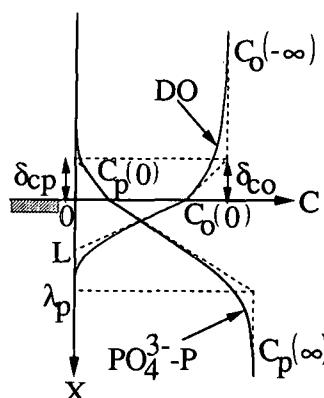


図-1 界面近傍の DO 濃度及びリン濃度の模式図

速や DO 濃度、リンの濃度は鉛直方向にのみ変化する。<sup>4)</sup>  
境界層内でのせん断力や物質のフラックスは一定とする。  
Nakamura・Stefan (1994) によると境界層内における物質  $i$  の拡散フラックス  $J_i$  は以下のように表せる。

$$J_i = f_i \cdot u(-\infty) \cdot \{C_i(-\infty) - C_i(0)\} \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 $u(-\infty)$  は深層水の流速、 $C_i(0)$  は水・底泥界面における物質  $i$  の濃度、 $f_i$  は底面摩擦係数  $C_f$  とシュミット数  $S_{ci}$  の関数で以下のように表せる。

$$f_i = \frac{2}{\pi} \cdot n \cdot \sqrt{C_f \cdot S_{ci}}^{3/4} \quad \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 $n$  は定数で 0.109 である。

## (2) 底泥内部における反応のモデル化

好気条件下ではかなりリリンの溶出が抑えられることが知られている。これは、嫌気条件下で作られる第一鉄イオンやマンガンイオンが溶存酸素と反応して吸着能に富む水酸化物となり、それがリリンを吸着することによりリリンの溶出が抑えられるためと考えられている。Ishikawa・Nishimura (1989) は第一鉄イオンの酸化反応速度を与える、第一鉄イオン・リン酸態リリン・溶存酸素の 3 独立変数からなるモデルを作成し、DO 濃度が小さいときのリリン及び DO のフラックスに対する近似解を求めている。図-2 に Ishikawa・Nishimura (1989) が考慮した第一鉄イオン・リン酸態リリン・溶存酸素の反応及び移動過程を示す。境界層から拡散によって底泥に輸送された溶存酸素は、バクテリアによって一部が消費され残りが第一鉄の酸化に使われる。また、水酸化第二鉄へのリリンの吸着は十分早く、その吸着過程は第一鉄の酸化反応速度によって支配されるものと仮定されている。以上の仮定により、底泥内部での第一鉄イオン・リン酸態リリン・溶存酸素の物質収支式は以下のように示される。

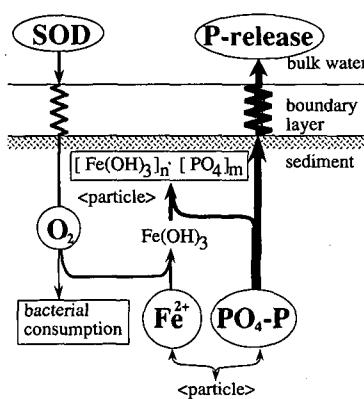


図-2 底泥における DO・リン・鉄イオンの相互作用

$$\varepsilon D_F \frac{d^2 C_F(x)}{dx^2}$$

$$= \varepsilon k_0 C_0 C_F + \frac{1}{\alpha} k_{ad} (C_P(x) - C_P(\infty)) \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$\varepsilon D_P \frac{d^2 C_P(x)}{dx^2}$$

$$= \alpha \varepsilon k_0 C_0 C_F + k_{ad} (C_P(x) - C_P(\infty)) \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$\varepsilon D_O \frac{d^2 C_O}{dx^2} = \frac{1}{4} \varepsilon k_0 C_0 C_F + k_b C_O \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 $C_F$ 、 $C_P$ 、 $C_O$  はそれぞれ第一鉄イオン・リン酸態リリン・溶存酸素の濃度、 $D_F$ 、 $D_P$ 、 $D_O$  はそれぞれ第一鉄イオン・リン酸態リリン・溶存酸素の分子拡散係数、 $k_0$  は第一鉄酸化速度定数、 $k_{ad}$  は吸着速度定数、 $k_b$  はバクテリアによる酸素消費速度定数、 $\alpha$  は水酸化第二鉄 1 モルに吸着するリリンのモル数、 $\varepsilon$  は間隙率、 $L$  は好気層の厚さである。さらに境界条件は以下の式で与えられる。

$$\text{at } x=0 \quad C_P = C_P(0), \quad C_F = C_F(0), \quad C_O = C_O(0) \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$\text{at } x=\infty \quad C_P = C_P(\infty), \quad C_F = C_F(\infty), \quad C_O = 0 \quad \dots \dots \dots (7)$$

それぞれの濃度  $C_i$  とフラックス  $\phi_i$  を、無酸素の条件の基準状態  $C_i^{(0)}$ 、 $\phi_i^{(0)}$  と、溶存酸素が僅かに存在する場合の解の変動  $C_i^{(1)}$ 、 $\phi_i^{(1)}$  の和で以下のように表す。

$$C_i = C_i^{(0)} + C_i^{(1)} \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$\phi_i = \phi_i^{(0)} + \phi_i^{(1)} \quad \dots \dots \dots (9)$$

まず無酸素 ( $C_O=0$ ) 条件での基本解を求めてみよう。例えば式 (4) から、基本解  $C_P^{(0)}$  が満たすべき方程式は以下の様になる。

$$\frac{d^2 C_P^{(0)}}{dx^2} = \frac{C_P^{(0)}(x) - C_P(\infty)}{\lambda_P^2} \quad \dots \dots \dots (10)$$

ここで、 $\lambda_P$  はリリンの濃度が変化する長さスケールで、以下の式で表される。

$$\lambda_P = \sqrt{\frac{\varepsilon D_P}{k_{ad}}} \quad \dots \dots \dots (11)$$

式 (10) は容易に解けて、無酸素条件下での界面におけるリリンのフラックスを求めるところ式のようになる。

$$\phi_P^{(0)}(0) = -\sqrt{\varepsilon D_P k_{ad}} (C_P(\infty) - C_P^{(0)}(0)) \quad \dots \dots \dots (12)$$

$C_P^{(0)}$  についても同様にして解が得られる。それらの結果を用い、次に摂動解を求める。解の導出過程の詳細は中村ら (1994) に譲り、ここではその結果のみを記すと、好気条件下でのリリンの溶出フラックスの摂動解は以下の様になる。

$$\begin{aligned} \phi_P^{(1)}(0) = & -\varepsilon D_P a \lambda_P \left[ -(1 - r_F) + \frac{\lambda_P}{L} r_F \right. \\ & + \tanh\left(\frac{L}{2\lambda_P}\right)(1 - r_F) \frac{2\lambda_P}{L} \\ & \left. - \cosh\left(\frac{L}{\lambda_P}\right) \left\{ \frac{C_P^{(1)}(0)}{a\lambda_P^2} + r_F \right\} \right] \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (13)$$

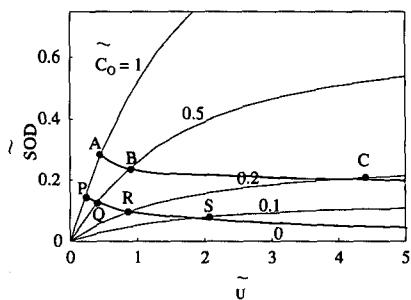


図-3 流速とSODとの関係。太線上の点A, B, Cはそれぞれ溶存酸素濃度 $\tilde{C}_o=1, 0.5, 0.2$ の時にリンの溶出が止まる流速の位置を表す。同時にP, Q, R, Sは、各 $\tilde{C}_o$ の値についてリンの溶出が最大となる流速の位置を表す。

ここで、 $a \cdot r_f$ は次のように定義された量である。

$$a = \frac{\alpha k_o C_o^{(0)}(0) C_F(\infty)}{D_p}, \quad r_f = \frac{C_F^{(0)}(0)}{C_F(\infty)} \quad \dots \dots \dots (14)$$

### (3) SOD及びリンの溶出フラックス

式(12)及び(13)と式(1)を連立することにより界面濃度を消去し整理すると、結局フラックスに関して以下のような関係式が導かれる。

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_p(0) &= \frac{\tilde{U}}{1+\tilde{U}} \\ &+ \frac{\tilde{k}_o \tilde{C}_o \tilde{U}^2 \left[ \left( -1 + \frac{2}{L} \tanh \frac{\tilde{L}}{2} \right) \tilde{U} + \left( \frac{1}{L} - \coth \tilde{L} \right) \right]}{(\coth \tilde{L} + \tilde{U}) \tilde{D}_o^{1/4} / \tilde{L} + \tilde{U}) (1 + \tilde{U})} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (15)$$

$$\widetilde{SOD} = \frac{\tilde{U}}{\tilde{U} \tilde{L} + \tilde{D}_o^{1/4}} \tilde{C}_o \quad \dots \dots \dots (16)$$

ここで、以下のように定義された無次元量が用いられている。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{U} &= -\frac{f_p u(-\infty)}{\sqrt{\varepsilon D_p k_{ad}}}, \quad \tilde{\phi}_p = \frac{\phi_p}{C_p(\infty) \sqrt{\varepsilon D_p k_{ad}}} \\ \tilde{L} &= \frac{L}{\lambda_p} = L / \sqrt{\frac{\varepsilon D_p}{k_{ad}}}, \quad \tilde{D}_o = \frac{D_o}{D_p} \\ \tilde{k}_o &= \frac{\alpha e k_o C_F(\infty)}{k_{ad}}, \quad \tilde{C}_o = \frac{C_o(-\infty)}{C_p(\infty)} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (17)$$

$$\widetilde{SOD} = \frac{SOD}{\varepsilon D_o C_p(\infty) / \lambda_p}$$

式(15)からわかるように、リンの溶出はDO濃度の増加と共に直線的に減少する。底泥からのリンの溶出が完全に止まるのは $\tilde{\phi}_p(0)=0$ となるときであるから、その時のDO濃度を $\tilde{C}_{crit}$ とすると、次式のようになる。

$$\therefore \tilde{C}_{crit} = \frac{(\coth \tilde{L} + \tilde{U})(\tilde{D}_o^{1/4} / \tilde{L} + \tilde{U})}{\tilde{k}_o \tilde{U} \left\{ \left( 1 - \frac{2}{L} \tanh \frac{\tilde{L}}{2} \right) \tilde{U} - \left( \frac{1}{L} - \coth \tilde{L} \right) \right\}} \quad \dots \dots \dots (18)$$

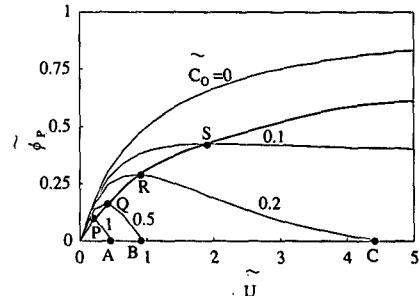


図-4 流速とリンの溶出速度との関係  
点A, B, C及びP, Q, R, Sの意味は図-3と同じ。

図-3は式(16)を用いて計算した、SODと流速の関係を示したものである。これを見ると、SODは低流速ではほぼ流速に比例して増加するが、十分流速が大きくなるとある一定値に漸近する。これは、律速段階が境界層内の拡散輸送から底泥内部の反応へと移行するためである。定性的にはこのような流速への依存性は実験によって確認されている(Belanger, 1981; Boynton et al., 1981; 細井ら, 1992)。同様に図-4は流速とリンの溶出フラックスとの関係を示したものである。無酸素条件下ではSODに類似した挙動を示している。これは、低流速条件下では溶出速度は境界層の拡散速度に支配されるのに対し、高流速条件下では底質からのリンの脱着速度が律速段階となるためである。一方溶存酸素の存在下では、高流速条件においてリンの溶出がかなり抑制されている。これは、流速の増加と共にSODが増加し、水酸化第二鉄が形成され、リンがより多く吸着し、溶出が抑えられるためである。

### (4) 実験値との比較

御子神(1995)は矩形循環式管水路を用いて、一方向流れ場でのリンの溶出実験を行っている。彼は一定時間

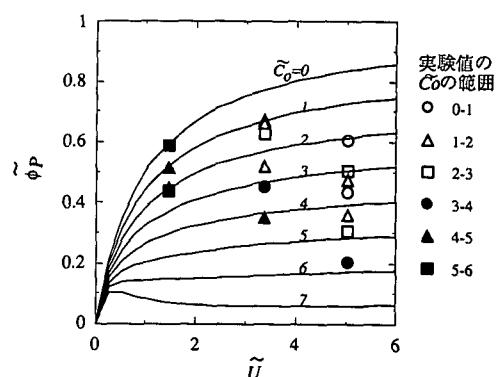


図-5 モデル計算と実験結果との比較  
実線は計算値、記号は御子神(1995)の実験値を表す。

毎にサンプリングした循環水のリンの濃度変化よりリンの溶出フラックスを求めた。図-5は、上述の理論と御子神(1995)が行った実験結果との比較である。これを見るとDO濃度の増加と共にリンの溶出速度は小さくなってしまっており、理論で示された性質が現れている。また、流速が大きくなるにつれてリンの溶出量が小さくなっているという傾向も見られ、本モデルの妥当性を示している。

### 3. 曝気効果についての考察

#### (1) 深層曝気によるDO濃度及びリン溶出量の変化

深層曝気を行ったときの効果を理論的に調べるために、図-6の様な単純化した系を考え、溶存酸素濃度及び各フラックスの変化過程を解析しよう。図-6に示すような二成層した矩形の閉鎖性水域をモデルの対象として、深層水の溶存酸素収支を考える。ここでは現象を単純化して、溶存酸素の消費は底質によるもののみであり、供給は曝気によるもののみを考え、密度界面の混合による供給は無視する。以上のような仮定のもとでは、深層水における溶存酸素の収支は以下のように表せる。

$$\frac{dC_o(-\infty)}{dt} = k_{ae}(C_{os} - C_o(-\infty)) - \frac{1}{h} SOD \quad (19)$$

ここで、 $C_o(-\infty)$ 、 $C_{os}$ はそれぞれ深層水のDO濃度及び飽和DO濃度、 $k_{ae}$ は曝気による酸素移動速度定数、 $h$ は深層水の深さである。

以上の関係式を用いて、曝気開始後のSODとリンの溶出フラックスが曝気開始前に比べてどのように変化するかを、図-7に沿って考える。曝気開始前(自然状態)の流速を $u_1$ とし、曝気開始後流速が $u_2$ に増加したとする。初期状態は図-7において点Aの自然状態にあり、そこから急に曝気を開始したとする。境界層の応答が速やかであれば、状態は同じDO濃度での流速 $u_2$ の線上にある点A'に移る。その後曝気による酸素の供給よりもSODによる消費のほうが多ければ、流速 $u_2$ の線上を左に移動することになり、逆に供給よりも消費のほうが少なければ右に移動する。深層水における溶存酸素の収支が平衡状態になったときのDO濃度を $C_{eq}$ とすると、式

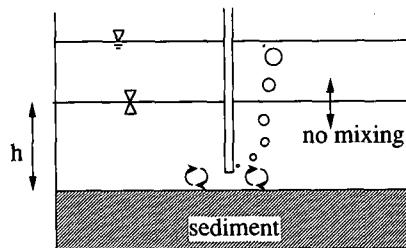


図-6 二成層した閉鎖性水域のモデル図

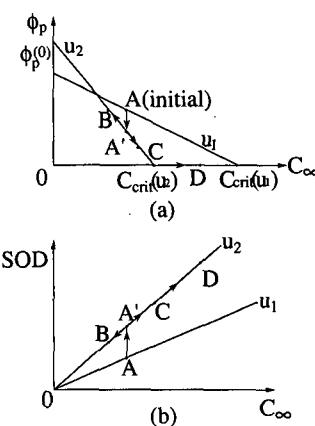


図-7 リンの溶出量及びSODのDO濃度依存性。曝気によって流速が $u_1$ から $u_2$ に増加したときに、フラックスが点Aの位置からどう移動するかを示す。

(19) より、

$$C_{eq} = C_{os} - \frac{SOD}{hk_{ae}} \quad (20)$$

式(16)を代入して、

$$C_{eq} = \left[ 1 + \frac{fu_2}{\epsilon D_o/L + fu_2} \frac{\epsilon D_o/L}{hk_{ae}} \right]^{-1} C_{os} \quad (21)$$

こうして得られた平衡DO濃度 $C_{eq}$ が式(18)で与えられた臨界DO濃度 $C_{crit}(u_2)$ よりも小さければリンの溶出が続くことになり、逆に $C_{eq}$ が $C_{crit}(u_2)$ よりも大きければリンの溶出は止まる。よって、リンの溶出をとめるための条件は以下のように表せる。

$$C_{eq}(u_2) > C_{crit}(u_2) \quad (22)$$

図-7は初期状態においてすでにリンの溶出が存在する条件下にあった場合を図示している。同様な考察から、初期状態においてリンの溶出がない条件から始まった場合についても、式(22)の条件を満たさなければSODが曝気による酸素供給速度を上回り、その結果貧酸素化が起これりリンの溶出が始まることを示すことができる。これらのことから、底泥からのリンの溶出を防ぐためには、深層曝気による底層水の流動を把握した上で、式(22)を満たすように曝気条件を設定することが必要である。以上から得られた知見をもとに、深層水を曝気することによって予想される、閉鎖性水域の物質循環の系の変化について、図-8にまとめて示す。

#### (2) 時間スケール

最後に、系が平衡状態に到達するまでの時間スケール $\tau$ について若干の考察を行う。式(19)を次の初期条件、 $C_o(-\infty) = C_o(-\infty, t) \quad (t=0)$ について解くと以下のよう解を得る。

$$\frac{k_{ae}C_{os} - k_s C_o(-\infty, t)}{k_{ae}C_{os} - k_s C_o(-\infty, 0)} = \exp(-k_s t) \quad (24)$$

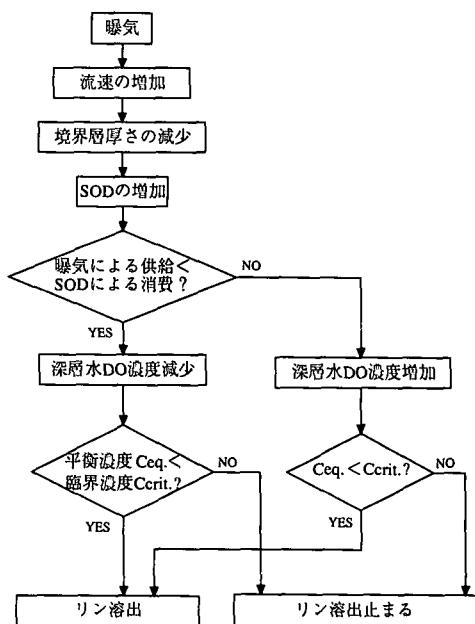


図-8 曝気による状態の変化の模式図

ここで、 $k_s$  は平衡状態に到達するまでの時間スケール  $\tau$  の逆数であり、以下の式で表される。

$$\tau = k_s^{-1} = \left[ k_{ae} + \frac{\epsilon D_0}{hL} \frac{fu(-\infty)}{\epsilon D_0/L + fu(-\infty)} \right]^{-1} \quad \dots \dots \dots (25)$$

式(25)より、曝気を行うと、流速が増加するために時間スケール  $\tau$  は小さくなり、より早く平衡状態に達することがわかる。

#### 4. 結 論

深層曝気実施前後の SOD やリンの溶出フラックスの変化過程について解析した。深層曝気による流動が濃度境界層の厚さを減じるために SOD が増加し、底層水が貧酸素化する可能性があること、さらに DO 濃度が臨界 DO 濃度  $C_{crit}$  以下になるとリンの溶出が始まるという相互関係を示した。貧酸素条件下でリンの溶出を起こさないためには、式(21)で定義される平衡 DO 濃度  $C_{eq}$  が、

リンの溶出のための臨界 DO 濃度  $C_{crit}$  よりも大きければよいことを示した。以上のことから適正な深層曝気を行うための運転条件が示された。

謝辞：本研究の一部は、文部省科学研究費補助金一般研究(c) No. 06680543(代表者中村由行)及び同一般研究(c) No. 05650496(代表者小松利光)の補助を受けて行われた。ここに記して謝意を表す。

#### 参 考 文 献

- 小林節子(1991)：湖沼底泥からのリンの溶出機構、千葉県水質保全研究所資料、第55号。
- 中村由行、御子神学、朴 埼鍋(1994)：底層水の流動がリンの溶出フラックスに及ぼす影響、海岸工学論文集、第41巻、pp. 1081-1085。
- 細井由彦、村上仁士、上月康則(1992)：底泥による酸素消費に関する研究、土木学会論文集、No. 456, II-21, pp. 83-92。
- 御子神学(1995)：水・底泥界面における物質移動速度に及ぼす流れの影響、九州大学修士論文。
- Belanger, B. T. (1981): Benthic oxygen demand in Lake Apopka, Florida, Water Res., Vol. 15, pp. 267-274.
- Boynton, W. R., W. M. Kemp, C. G. Osborne, K. R. Kaumeyer and M. C. Jenkins (1981): Influence of water circulation rate on in situ measurements of benthic community respiration, Marine Biology, Vol. 65, pp. 185-190.
- Ellis, C. R. and H. G. Stefan (1989): Oxygen demand in ice covered lakes as it pertains to winter aeration, Water Resources Bulletin, Vol. 25, pp. 1169-1176.
- Fillos, J. and W. R. Swansson (1975): The release rate of nutrients from river and lake sediments, J. Wat. Pollut. Control Fed., Vol. 47, pp. 1032-1042.
- Ishikawa, M. and H. Nishimura (1989): Mathematical model of phosphate release rate from sediments considering the effect of dissolved oxygen in overlying water, Water Res., Vol. 23, pp. 351-359.
- Mortimer, C. H. (1971): Chemical exchange between sediments and water in the Great Lakes-Speculations on probable regulatory mechanisms-, Limnol. Oceanogr., Vol. 16, pp. 387-404.
- Nakajima, M. (1983): Nutrient cycle in eutrophic waters, Processes on sediments and gas exchange, Ph. D thesis, Univ. Tokyo.
- Nakamura, Y. and H. G. Stefan (1994): Effect of flow velocity on sediment oxygen demand: Theory, J. Envir. Eng., ASCE, Vol. 120, pp. 996-1016.