

環礁における淡水レンズの挙動

井 内 国 光*・柿 沼 忠 男**

1. 緒 言

臨海域においては表流水とともに地下水は貴重な水資源である。とくに、南方のサンゴ礁からなる小島では表流水がほとんど見られず飲料水や灌漑用水としての地下水の占める役割は非常に大きいといえる。環礁における地下水の存在形態は帶水層内で重い塩水の上に淡水がレンズ状に覆いかぶさる、いわゆる淡水レンズの形態をとる。こうした淡水レンズについてその観測例はかなりの量が報告されているが、その流動解析についてはほとんど行われていない。この研究ではサンゴ礁における淡水レンズについて二つの解析手法を提案し、その適用例を示すとともに現地における地下水かん養量の推定を行った。

2. 淡塩水境界面モデル

2.1 解析方法

サンゴ礁からなる帶水層では、その形成時期や締め固まりの程度によって帶水層を形成する多孔質媒体の特性は変化する。ここでは非均質な媒体にも適用可能な定常淡塩水境界面モデルによる解析法を示す。

a) 無揚水の場合

揚水が存在しない場合の不均質・異方性媒体中で、透水係数が水平方向に変化する場合における淡塩水境界面を求める式を誘導する。なお、Dupuit 近似に基づき、地下水流は鉛直方向に平均した一次元流として取り扱うので、透水係数は鉛直方向では一定として解析を行う。

鉛直二次元定常状態における地下水の連続式は次式で示される。

$$\partial v_x / \partial x + \partial v_z / \partial z = 0 \quad \dots \quad (1)$$

ここで、 v_x, v_z はダルシー流速の x, z 成分である。式(1)にダルシー則 $v_x = -K_x \partial \phi / \partial x, v_z = -K_z \partial \phi / \partial z$ を代入し、上述の仮定 $\partial K_x / \partial z = 0$ を用いると、地下水の基礎方程式

$$\frac{\partial K_x}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + K_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + K_z \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots \quad (2)$$

が導かれる。ここに、 K_x および K_z は水平および鉛直方向透水係数、 ϕ は地下水の水頭で $\phi = p/\rho g + z$ 、 p は地下

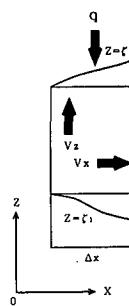


図-1 水収支

水の圧力、 ρ は地下水の密度、 g は重力加速度である。つぎに、地下水が上部の境界 $z = \xi_2$ および下部の境界 $z = \xi_1$ で挟まれる内部を流動している場合を考える。図-1 に示すような底辺が Δx である鉛直の長方形柱を考え、この柱の上辺については $z = \xi_2$ と水平線とで、また、下辺については $z = \xi_1$ と水平線とで切り取られる微小面積に着目すると、定常状態ではこれらの微小面積内の水の量はそれぞれ不变に保たなければならない。したがって、上辺の微小面積内の水収支の式として

$$v_x \partial \xi_2 / \partial x - v_z - q = 0 \quad \text{at } z = \xi_2 \quad \dots \quad (3)$$

また、下辺の微小面積については

$$v_x \partial \xi_1 / \partial x - v_z = 0 \quad \text{at } z = \xi_1 \quad \dots \quad (4)$$

が成立する。ここに、 q は上辺からの単位時間、単位長さ当たりの水の供給量である。ダルシー則を用いると式(3)、(4) はそれぞれ

$$K_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \xi_2}{\partial x} + q = K_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \text{at } z = \xi_2 \quad \dots \quad (5)$$

$$K_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \xi_1}{\partial x} = K_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \text{at } z = \xi_1 \quad \dots \quad (6)$$

となる。式(2)で示される基礎方程式を z について ξ_1 から ξ_2 まで積分し、式(5)、(6)を代入すれば、 K_z が自動的に消去されて次式を得る。

$$\frac{1}{K_x} \frac{\partial K_x}{\partial x} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\partial \phi}{\partial x} dx + \frac{\partial}{\partial x} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\partial \phi}{\partial z} dx = -\frac{q}{K_x} \quad \dots \quad (7)$$

地下水水流に関して Dupuit 近似を用いると、淡水の圧力 p_1 および塩水の圧力 p_2 はそれぞれ

$$p_1 = \rho_s g(\eta - z), \quad p_2 = \rho_s g(H - z) \quad \dots \quad (8)$$

である。淡塩水境界面 $z = \xi$ においては $p_1 = p_2$ となるから、図-2 より

$$\eta - \xi = (\rho_s / \rho_f)(\eta - H) / \gamma \quad \dots \quad (9)$$

を得る。ここに、 ρ_s, ρ_f は淡水および海水の密度、 $\gamma = (\rho_s - \rho_f) / \rho_f$ である。

地下水の水頭 ϕ を静水圧近似を用いて表現すれば $\phi = \eta$ となり、上下の境界 $z = \xi_2$ および $z = \xi_1$ は

* 正会員 工修 愛媛大学助教授 地域共同研究センター

** 正会員 工博 愛媛大学教授 工学部土木海洋工学科

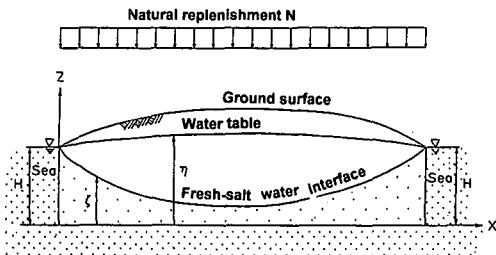


図-2 自由地下水帯（淡塩水境界面モデル：無揚水）

$$\zeta_2 = \eta, \quad \zeta_1 = \xi$$

となるから、式(7)は式(8)の関係を用いれば

$$\frac{1}{K_x} \frac{\partial K_x}{\partial x} \frac{\partial \eta^*}{\partial x} + \frac{\partial^2 \eta^*}{\partial x^2} + q^* = 0 \quad \dots \dots \dots (10)$$

と変形される。ここに、

$$\eta^* = (\eta - H)^2 / 2(\gamma H)^2 \quad (\eta^*: \text{無次元水頭}) \quad \dots \dots \dots (11)$$

$$q^* = (\rho_r / \rho_s) q / \gamma K_x H^2 \quad \dots \dots \dots (12)$$

である。

両海側端における境界条件は、一端 $x=0$ において $\zeta=H$ であるから、式(9)より $\eta=H$ となり、式(11)に代入すると、 $\eta^*=0$ となる。もう一方の海側端 $x=L$ においても同様に $\eta^*=0$ が成立する。地表面に一様な地下水かん養量 N を与えるとすれば $q=N$ となり、これを式(10)に代入して、積分すれば

$$K_x \partial \eta^* / \partial x = -N^* x + c_1 \quad (c_1: \text{任意定数}) \quad \dots \dots \dots (13)$$

となる。ただし、 $N^* = (\rho_r / \rho_s) q / \gamma H^2$ である。

式(13)を η^* について解くと次式となる。

$$\eta^* = -N^* \int \frac{x}{K_x} dx + \int \frac{c_1}{K_x} dx + c_2 \quad (c_2: \text{任意定数}) \quad \dots \dots \dots (14)$$

K_x は x の任意関数であるが、特別な場合として x に関して指數関数的に変化する場合、すなわち、 $K_x = K_0 e^{mx}$ (K_0, m は定数) とおき、式(14)に代入して、上述の境界条件を用いて c_1, c_2 を求めると、式(14)は

$$\eta^* = \frac{N^*}{K_0 m} \left[\frac{L e^{-mL}}{1 - e^{-mL}} - \left(x + \frac{L e^{-mL}}{1 - e^{-mL}} \right) e^{-mx} \right] \quad \dots \dots \dots (15)$$

となる。上式の η^* を求めれば、式(11)より、帶水層底面から地下水水面までの高さ η は $\eta = H(\sqrt{2\eta^*} + 1)$ と求められ、式(9)から塩水層の厚さ ζ は $\zeta = \eta - (\rho_s / \rho_r)(\eta - H) / \gamma$ と求められる。

b) 揚水がある場合への拡張

以上、無揚水の場合の解析解を示したが、ここでは揚水が存在する場合への拡張を示す。

図-3に揚水を有する自由地下水帯の模式図を示す。地下水位(揚水地点の左と右)、淡塩水境界面(揚水地点の左と右)、揚水量および揚水地点の x 座標をそれぞれ η_1 および η_2 , ζ_1 および ζ_2 , $-q_1$ および x_p で表している。

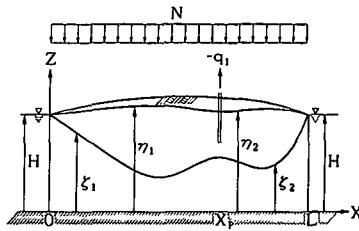


図-3 自由地下水帯(淡塩水境界面モデル: 揚水あり)

基礎方程式は式(10)が用いられ、 $x=x_p$ で揚水がある場合には q は

$$q = N - q_1 \delta(x, x_p) \quad \dots \dots \dots (16)$$

となる。ここに、 $\delta(x, x_p)$ はディラックのデルタ関数である。式(10), (16)より

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial \eta^*}{\partial x} \right) = N^* + \frac{\rho_r}{\rho_s} \frac{q_1}{\gamma H^2} \delta(x, x_p) \quad \dots \dots \dots (17)$$

を得る。この式をデルタ関数に関する積分式

$$\int \delta(x, x_p) dx = 0 \quad (\text{in } x < x_p) \quad \text{および}$$

$$\int \delta(x, x_p) dx = 1 \quad (\text{in } x > x_p)$$

を用いて積分すると

$$K_x \partial \eta^* / \partial x = N^* x + c_3 \quad \text{in } x < x_p \quad \dots \dots \dots (18)$$

$$K_x \partial \eta^* / \partial x = N^* x + q_1 + c_4 \quad \text{in } x > x_p \quad \dots \dots \dots (19)$$

となる。ここに、 c_3, c_4 は任意定数で $q_1 = (\rho_r / \rho_s) q_1 / \gamma H^2$ である。式(18)を η^* について解くと

$$\eta^* = -N^* \int \frac{x}{K_x} dx + \int \frac{c_3}{K_x} dx + c_5 \quad \dots \dots \dots (20)$$

を得る。ここに c_5 は任意定数である。上式に $K_x = K_0 e^{mx}$ を代入すると

$$\eta^* = (N^* e^{-mx} / K_0 m) (x + 1/m) - (c_3 / K_0 m) e^{-mx} + c_5 \quad \dots \dots \dots (21)$$

となる。式(19)も同様にして

$$\eta^* = (N^* e^{-mx} / K_0 m) (x + 1/m) - ((c_4 + q_1) / K_0 m) e^{-mx} + c_6 \quad \dots \dots \dots (22)$$

境界条件は図-3より、 $x=0$ で $\eta_1^*=0$, $x=L$ で $\eta_2^*=0$, $x=x_p$ で $\eta_1^* = \eta_2^* = \eta_p^*$ 。ここに、 $\eta_p^* = (\rho_r / \rho_s) q_1 / \gamma H^2$ であり、 $c_3 \sim c_6$ を求めるとき式を得る。

$$\eta_1^* = -\frac{N^*}{K_0 m} e^{-mx} x - \frac{1 - e^{-mx}}{1 - e^{-mx_p}} \left(\frac{K_0 m}{N^*} \eta_p^* + e^{-mx_p} x_p \right) \quad \dots \dots \dots (23)$$

$$\begin{aligned} \eta_2^* = -\frac{N^*}{K_0 m} & \left[\left(e^{-mx} \left(x + \frac{1}{m} \right) - e^{-mL} \left(L + \frac{1}{m} \right) \right) \right. \\ & \left. + \left(e^{-mL} \left(L + \frac{1}{m} \right) - e^{-mx_p} \left(x + \frac{1}{m} \right) - \frac{K_0 m}{N^*} \eta_p^* \right) \right. \\ & \left. - \frac{e^{-mx} - e^{-mL}}{e^{-mx_p} - e^{-mL}} \right] \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (24)$$

2.2 適用

上述の境界面モデルを北緯 $2^{\circ}00'$ 、西経 $157^{\circ}30'$ に位置するクリスマス島(図-4)に適用する。クリスマス島はキリバス共和国に属し、世界最大の環礁である。気候は比較的乾燥しており、人口は1982年現在約1400人である。年降雨量の平均値は840 mmであり、キリバス共和国の行政中心地であるタラワの年降雨量平均値1990 mmの半分以下である。また、珊瑚礁という平坦な地形と多孔性により地表水は全く存在せず、淡水供給源は貯水槽に貯めた降雨と地下水のみである。Falkland (1983)の調査資料によると、1982年6~10月と1983年2月の観測において、同島のデッカ、フォーウェルズ、メインキャンプ、バナナおよびニュージーランドの5地区の自由地下水帯では、淡水域は大きな淡水レンズを形成していることが報告されている。クリスマス島の淡水レンズ形成に影響を与える要因は地下水かん養量、透水係数、帶水層の形状などであるが、降雨は全てが地下水かん養量とはなりえず、地表面や植物からの蒸発散が存在する。とくに同島ではココナツの栽培が盛んであり、それらの植生によっても左右される。ここでの解析はFalklandの観測資料に基づき行う。

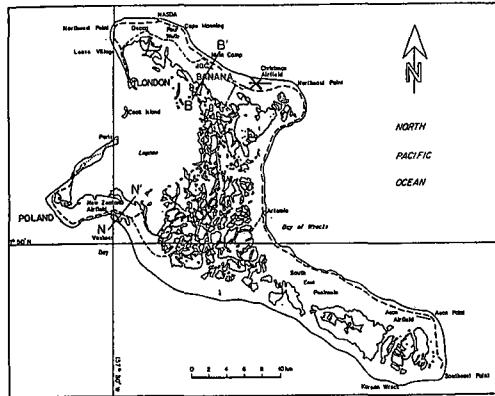


図-4 クリスマス島(Falkland (1983)による)

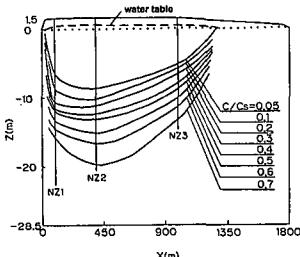


図-5 地下水面と無次元塩化物イオン濃度の観測結果(1982年8月)

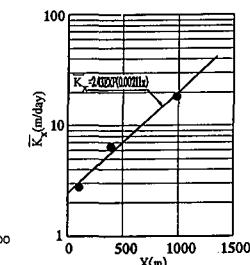


図-6 透水係数の鉛直方向の平均値とその近似式(図-4のN-N'測線)

解析は上述の5地区について行ったが、ここでは揚水水の例としてニュージーランド地区を、揚水が存在する例としてフォーウェルズ地区を示す。

図-5にニュージーランド地区の断面N-N'(図-4)における観測井NZ1~3での電気電導率の観測結果から算出した無次元塩化物イオン c/c_s (c , c_s は地下水および海水の塩化物イオン濃度)の等濃度線を示す。図中の破線は地下水水面を示す。

ニュージーランド地区における揚水試験より、NZ1~3における透水係数の鉛直分布は既知であるが、この境界面モデルではDupuit近似を採用して、流れは鉛直方向に平均した一次元流として取り扱うので、観測値もそれに合わせる必要がある。NZ1~3のそれぞれで透水係数を鉛直方向に平均した値 \bar{K}_x を求めて、それらを x について指数関数で近似すれば図-6のようになる。すなわち、 x 方向には関数型

$$\bar{K}_x = 2.43e^{0.00211x} \quad \dots \dots \dots \quad (25)$$

で変化する透水係数を与えた。

シミュレーションは種々の降雨による地下水かん養量を与えて、最小二乗法によって地下水水面の観測値と計算値の誤差が最小となるようにした。図-7は、地下水水面と淡塩水境界面の計算結果をそれぞれ地下水水面の観測結果と c/c_s の観測結果とともに示した一例である。観測結果は透水係数の非均質性(帶水層の右側ほど透水性が良い)を反映して、左側が地下水位が高く、また、レンズ厚が大きい分布となっているが、計算された境界面は $c/c_s = 0.7 \sim 0.8$ に位置しており、また、これらの等濃度線の形状と算出した境界面の形状がよく似ていることから、解析結果は観測結果をうまく再現しているといえる。

揚水が存在するフォーウェルズ地区の解析では、揚水地点 $x_p = 932.0$ mにおける観測地下水位 η_p を用いた。

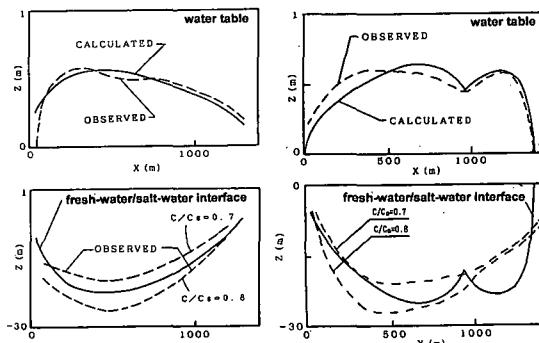


図-7 地下水面の観測結果と計算結果および淡塩水境界面の計算結果(ニュージーランド地区、1982年8月)

図-8 地下水面の観測結果と計算結果および淡塩水境界面の計算結果(フォーウェルズ地区、1982年8月)

図-8によれば、地下水水面については計算結果は観測結果とかなり良い一致を示しており、計算された境界面と観測された濃度分布との比較では、揚水地点より左側では無揚水の場合と同様、境界面は $c/c_s=0.7\sim0.8$ に位置しているが、右側ではより高濃度の場所に位置する結果となった。

淡塩水境界面の計算結果は $c/c_s=0.6\sim1$ (ニュージーランド地区、ポーランド地区、バナナ地区; 1982) および $c/c_s=0.5\sim0.7$ (ニュージーランド地区; 1983) にあり、降雨による地下水かん養量の推定値はクリスマス島における1982年の年間降水量1880 mm のほぼ3.4~14.4%である。

3. 分散モデル

3.1 解析方法

非均質・等方性自由地下水帯の飽和・不飽和帯における定常分散モデルを提案する。このモデルは、従来の諸研究における実験や現地観測の資料 (Harleman and Rumer, 1963; Bruch, 1970; Segol and Pinder, 1976; 岩崎・江塚, 1981; 川谷・岩倉, 1983; 尾島, 1984; Kakinuma et al., 1988) に基づいて、水平および鉛直分散係数、 D_{xx} および D_{zz} はそれぞれ透水係数 K の関数

$$D_{xx}=2.88 \cdot 10^{-7} K^{-0.261} (r=0.14) \quad (m, s \text{ 単位}) \quad \dots \dots \dots (26)$$

$$D_{zz}=2.42 \cdot 10^{-10} K^{-0.813} (r=0.74) \quad (m, s \text{ 単位}) \quad \dots \dots \dots (27)$$

であるとして取り扱う。ここに r は相関係数である。

基礎方程式は Pinder and Gray (1977) に従い、以下のように仮定する。

i) 地下水の流れに関する方程式

地下水の流れについては次式で示されるダルシー則が成立する。

$$\mathbf{q} = -K \{ \nabla h + (\rho/\rho_0) \nabla z \} \quad \dots \dots \dots (28)$$

ここに、

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_x \\ q_z \end{pmatrix}, \quad \nabla = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial z \end{pmatrix}$$

であり、 \mathbf{q} はダルシー流速、 q_x, q_z は流速の x, z 成分、 K は透水係数、 h は圧力水頭、 ρ は混合流体の密度、 ρ_0 は淡水の密度である。なお、不飽和帯においては K は一般に体積含水率 θ の関数となり、 θ は圧力水頭の関数となる。

ii) 地下水流に関する連続の式

質量保存則より次式が成立する。

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{q}) = 0 \quad \dots \dots \dots (29)$$

iii) 移流分散方程式

飽和帯および不飽和帯の両領域において Fick の式

$$cq_s = cq - (\theta/n) D \cdot \nabla c \quad \dots \dots \dots (30)$$

が成立する。ここに、 c は溶質の濃度、 q_s は溶質の流速、

n は間隙率、 D は分散係数であり、次の4つの成分を有するテンソルで表される。

$$D = \begin{pmatrix} D_{xx} & D_{xz} \\ D_{zx} & D_{zz} \end{pmatrix}$$

移流分散方程式は式(30)を溶質についての連続式 $\nabla \cdot (cq_s) = 0$ に代入した次式で示される。

$$\nabla \cdot (cq) - \nabla \cdot \{(\theta/n) D \cdot \nabla c\} = 0 \quad \dots \dots \dots (31)$$

iv) 密度と濃度の関係式

密度 ρ と濃度 c との間には次式が成立する。

$$\rho = \rho_0 + (1-E)c \quad \dots \dots \dots (32)$$

ここに、 E は定数で海水程度の濃度ではその値が0.3である。

数値解を得る方法はガラーキン有限要素法を採用する。形状関数として二次のものを用い、解析領域を8つの節点を有する多数の四角形要素で分割する。

3.2 適用

上述の分散モデルをニュージーランド地区に適用した例を示す。この場合、地下水水面の形状や帶水層内の濃度分布は、透水係数および分散係数の取り扱い方によって大きく異なってくる。したがって、出来るだけ現地の観測結果を忠実に再現することが望まれる。そこで飽和透水係数 K_0 は、観測資料から判断して、水平方向に指指数関数的に変化し、かつ鉛直方向に正規分布型で変化する近似式から求めることにした。すなわち、

$$K_0 = K_{00} \exp(mx) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left\{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma_2^2}\right\} \quad \dots \dots \dots (33)$$

ここに、 K_{00} は $4.5 \text{ m} \cdot \text{day}^{-1}$ 、 m は 0.00211 m^{-1} 、 σ_1 は 0.21、 σ_2 は 3 m 、 μ は $0.0041x - 12.3$ である (図-9)。

透水係数の値は、不飽和帯においては土壌の水分含量

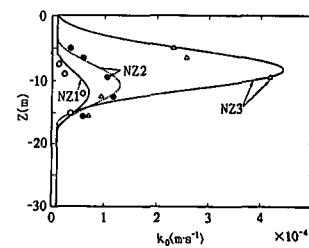


図-9 透水係数の観測値とそのガウス近似式 (図-4のN'-測線)

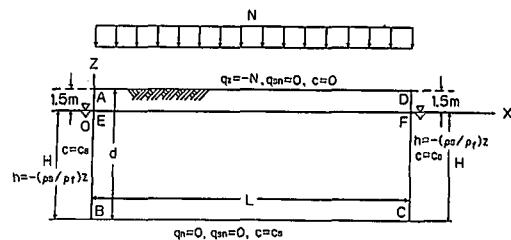


図-10 自由地下水帯と境界条件 (分散モデル)

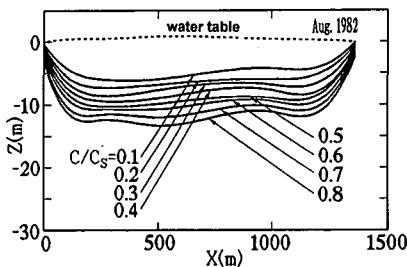


図-11 地下水面と無次元塩化物イオン濃度の計算結果

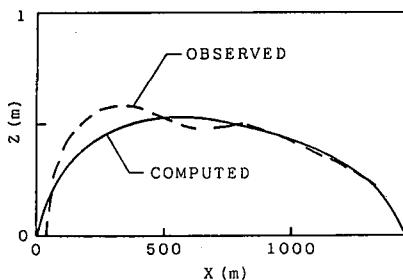


図-12 地下水面の計算結果と観測結果

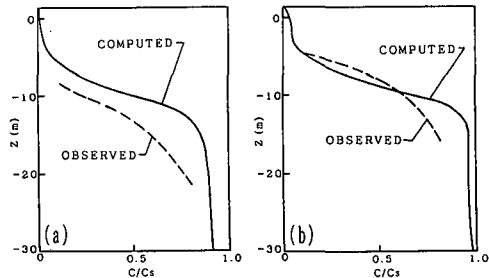
によって変化するため圧力水頭および体積含水率の関数として取り扱った。本解析では透水係数と体積含水率との関係を表す式として Brooks and Corey (1966) の実験式を用い、また、体積含水率と圧力水頭との関係については、Vauclin ほか(1979)の実験式を用いた。図-10 に解析に用いた帶水層モデルと境界条件を示す。

シミュレーションは境界面モデルと同様に、種々の降雨による地下水かん養量を与えて、最小二乗法によって地下水位の観測値と計算値の誤差が最小になるようにした。図-11 に地下水位と無次元塩化物イオン等濃度線の計算結果(1982年8月)を示す。図-5 の等濃度線の観測結果や境界面に比べると淡水層の厚さは薄い。図-12 および13 に、地下水位と $x = 330 \text{ m}$ および 1000 m における無次元塩化物イオン濃度の鉛直分布の計算結果と観測結果を示す。地下水位の計算結果と観測結果は非常によく一致しているが、無次元塩化物イオン濃度の計算値は観測値より高い値を示す。

5 地区における分散モデルによる地下水かん養量の推定値は淡塩水界面モデルによる推定値の 51~78 % であった。

4. 結 語

この研究では環礁における淡水レンズの解析手法として二つのモデル; 淡塩水界面モデルと分散モデルを提案して、その適用例を示した。開発した手法は多孔質媒体の非均質性を考慮したもので現地への適用範囲は広い

図-13 無次元塩化物イオン濃度の鉛直分布の計算結果と観測結果 (a) $x = 330 \text{ m}$, (b) $x = 1000 \text{ m}$

といえる。また、境界面モデルにおいては若干の仮定を採用することによって解析解を見いだすことが出来た。さらに本手法を用いることにより、推定が困難であるといわれている環礁での降雨による地下水かん養量の推定が可能となった。

最後に、本研究を進めるにあたり、貴重な資料を提供して頂いたオーストラリア連邦、ATC Electricity & Water の V. Kulik 博士に心から謝意を表する。

参 考 文 献

- 岩崎敏夫・江塚利幸 (1981): 移流分散現象と考えた海岸地下水における塩水侵入過程の解析。第28回海岸工学講演会論文集, pp. 510-514.
- 尾島 勝(1984): 自由地下水帯への塩分侵入阻止に関する研究, 第31回海岸工学講演会論文集, pp. 670-674.
- 川谷 健・岩倉 隆 (1983): 地下水流における移流分散過程に関する実験と数値解析。神戸大学土地造成工学研究施設報告, 1, pp. 21-34.
- Brooks, R. H. & Corey, A. T. (1966): Properties of porous media affecting fluid flow, Proc. ASCE, IR, 92, pp. 61-88.
- Bruch, J. C. Jr. (1970): Two-dimensional dispersion experiments in a porous medium. Water Resour. Res., 6(3), pp. 791-800.
- Falkland, A. (1983): Christmas Island (Kiritimati) Water Resources Study, 1, General Report, Australian Development Assistance Bureau, 425 p.
- Harleman, D. R. F. and R. R. Rumer (1963): Longitudinal and lateral dispersion in an isotropic porous medium. J. Fluid Mech., 16, pp. 385-394.
- Kakinuma, T., Y. Kishi and K. Inouchi (1988): The behavior of groundwater with dispersion in coastal aquifers. J. Hydrol., 98, pp. 225-248.
- Pinder, G. F. & Gray, W. G. (1977): Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology. Academic Press, London, 295 p.
- Segol, G. and G. F. Pinder (1976): Transient simulation of salt water intrusion in Southeastern Florida. Water Resour. Res., 12, pp. 65-70.
- Vauclin, M., Khanji, D. & Vachaud, G. (1979): Experimental and numerical study of a transient, two-dimensional unsaturated-saturated water table recharge problem. Wat. Resour. Res., 15, pp. 1089-1101.