



ン比であり、水平方向に作用する応力により生じるひずみの比および鉛直方向に作用する応力により生じるひずみの比としてそれぞれ定義される。

(2) 式を (1) 式に代入すると、横等方性地盤の波浪応答に対する基礎方程式として次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{k}{\gamma} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) &= \frac{n}{\beta} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \alpha_{xx} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + G_{zx} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + (\alpha_{xz} + G_{zx}) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} &= \frac{\partial p}{\partial x} \\ G_{zx} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \alpha_{zz} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + (\alpha_{xz} + G_{zx}) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} &= \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad \dots (3)$$

ここで、 $u$ ,  $w$ は地盤の水平および鉛直方向変位で静的平衡状態からの変動量を表す。

## 2.2 境界条件

地盤の厚さが半無限大の場合を考え、地盤の表面および無限下方で次のような境界条件を課す。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{zz} = 0, \sigma_{xz} = 0, p = p_0 \exp[i(\lambda x + \omega t)] &\quad \text{at } z = 0 \\ u = 0, w = 0, p = 0 &\quad \text{at } z = -\infty \end{aligned} \right\} \quad \dots (4)$$

なお、地盤表面での間隙水圧の変動振幅  $p_0$  は微小振幅波理論を用いて求める。

## 2.3 解の導出

境界条件が時間および空間 ( $x$  方向) に関して周期的であるので、任意点での解も調和振動的な形を仮定し、この実数部を解とみなす。

$$\left. \begin{aligned} u &= U(z) \exp[i(\lambda x + \omega t)] \\ w &= W(z) \exp[i(\lambda x + \omega t)] \\ p &= P(z) \exp[i(\lambda x + \omega t)] \end{aligned} \right\} \quad \dots (5)$$

これを (3) 式に代入し、得られた式が非自明な解を持つという条件から、次の特性方程式が導かれる。

$$d_1 D^6 + d_2 D^4 + d_3 D^2 + d_4 = 0 \quad \dots (6)$$

ここで、 $d_1$  から  $d_4$  は以下の通りである。

$$\begin{aligned} d_1 &= (k/\gamma) G_{zx} \alpha_{xz} \\ d_2 &= (k/\gamma) \lambda^2 (a_{xx}^2 - \alpha_{xx} \alpha_{xz} + 2 \alpha_{xz} G_{zx} - \alpha_{zz} G_{zx}) \\ &\quad - i \omega G_{zx} [1 + (n/\beta) \alpha_{xz}] \\ d_3 &= (k/\gamma) \lambda^4 (\alpha_{xx} \alpha_{xz} - a_{xx}^2 + \alpha_{xx} G_{zx} - 2 \alpha_{xz} G_{zx}) \\ &\quad + i \lambda^2 \omega [\alpha_{xx} + \alpha_{zz} - 2 \alpha_{xz} - 2 G_{zx}] \\ &\quad - (n/\beta) (a_{xx}^2 - \alpha_{xx} \alpha_{xz} + 2 \alpha_{xz} G_{zx}) \\ d_4 &= G_{zx} \lambda^6 [-(k/\gamma) \lambda^2 \alpha_{xx} - i \omega (1 + (n/\beta) \alpha_{xz})] \end{aligned}$$

(6) 式は  $D^2$  に関する 3 次方程式とみることができ、カルダノの方法を用いて 3 組の複素解  $\pm \lambda_1$ ,  $\pm \lambda_2$ ,  $\pm \lambda_3$  を解析的に求めることができる ( $\lambda_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  は実数部が正のものを選ぶ)。横等方性海底地盤に対しては、(6) 式は一般に相異なる 3 組の複素解を持つので、無限下方での境界条件を考慮すると、この場合の  $U(z)$ ,  $W(z)$ ,  $P(z)$  は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} U(z) &= a_1 \exp(\lambda_1 z) + a_2 \exp(\lambda_2 z) + a_3 \exp(\lambda_3 z) \\ W(z) &= b_1 \exp(\lambda_1 z) + b_2 \exp(\lambda_2 z) + b_3 \exp(\lambda_3 z) \\ P(z) &= c_1 \exp(\lambda_1 z) + c_2 \exp(\lambda_2 z) + c_3 \exp(\lambda_3 z) \end{aligned} \right\} \quad \dots (7)$$

次に、 $a_i, b_i, c_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) は独立ではなく、(3) 式を満たすという条件から、次の関係式が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda \omega a_1 - i \omega \lambda_1 b_1 - \left( \frac{k}{\gamma} \lambda^2 + i \omega \frac{n}{\beta} - \frac{k}{\gamma} \lambda_1^2 \right) c_1 &= 0 \\ \lambda \omega a_2 - i \omega \lambda_2 b_2 - \left( \frac{k}{\gamma} \lambda^2 + i \omega \frac{n}{\beta} - \frac{k}{\gamma} \lambda_2^2 \right) c_2 &= 0 \\ \lambda \omega a_3 - i \omega \lambda_3 b_3 - \left( \frac{k}{\gamma} \lambda^2 + i \omega \frac{n}{\beta} - \frac{k}{\gamma} \lambda_3^2 \right) c_3 &= 0 \\ (-\alpha_{xx} \lambda^2 + \lambda_1^2 G_{zx}) a_1 + i \lambda (\alpha_{xx} + G_{zx}) \lambda_1 b_1 - i \lambda c_1 &= 0 \\ (-\alpha_{xx} \lambda^2 + \lambda_2^2 G_{zx}) a_2 + i \lambda (\alpha_{xx} + G_{zx}) \lambda_2 b_2 - i \lambda c_2 &= 0 \\ (-\alpha_{xx} \lambda^2 + \lambda_3^2 G_{zx}) a_3 + i \lambda (\alpha_{xx} + G_{zx}) \lambda_3 b_3 - i \lambda c_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots (8)$$

また、地盤表面での境界条件から以下の式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} i \lambda \alpha_{xz} (a_1 + a_2 + a_3) + \alpha_{xz} (\lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \lambda_3 b_3) &= 0 \\ (\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \lambda_3 a_3) + i \lambda (b_1 + b_2 + b_3) &= 0 \\ c_1 + c_2 + c_3 &= p_0 \end{aligned} \right\} \quad \dots (9)$$

本研究ではこの連立方程式を数値的に解いて海底地盤の波浪応答を解析した。

## 3. 解析結果および考察

### 3.1 解析の条件

解析に際しては、緩い砂地盤と設計波規模の波浪を想定し、表-1, 2 に示す地盤の特性および波浪条件を用いた。なお、横等方性の弾性体の独立な弾性パラメータは  $E_x, E_z, G_{zx}, \nu_{zx}, \nu_{xz}$  の 5 つであるが、これらの値に関してはひずみエネルギーが正となる条件から次の 3 つの関係式が導かれる。(Pickering, 1970)

$$\left. \begin{aligned} E_x, E_z, G_{zx} > 0 \\ -1 < \nu_{zx} < 1 \\ 1 - \nu_{zx} - 2(E_x/E_z)\nu_{zx}^2 > 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots (10)$$

この条件を満たす範囲内で異方性の影響を検討するが、今回の解析では、 $E_x, \nu_{zx}$  の値はすべて表-1 の値に固定した。そして、まず、地盤の異方性の影響のみを抽出するために間隙水は非圧縮性であるとし、 $E_z/E_x, \nu_{zx}, G_{zx}/G_{xz}$  をそれぞれ単独に変化させた場合、およびそれ

表-1 地盤の特性

$E_x$	$1.02 \times 10^9 (\text{N/m}^2)$
$\nu_{zx}$	0.30
$n$	0.454
$k$	$1.0 \times 10^{-4} (\text{m/s})$

表-2 波浪条件

周期	13.0 (s)
波高	10.0 (m)
水深	20.0 (m)

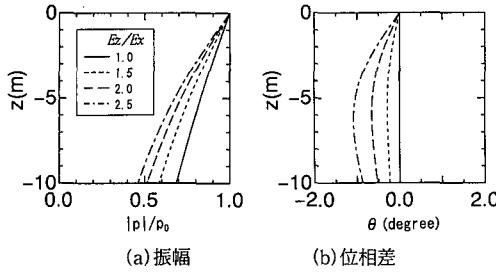


図-1 ヤング係数の異方性の影響（間隙水は非圧縮性）

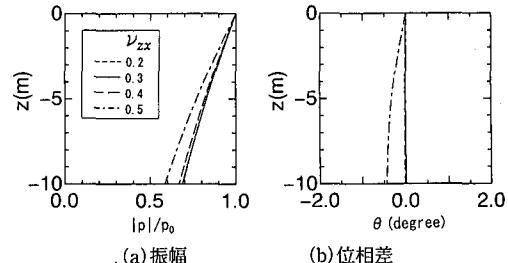


図-2 ポアソン比の異方性の影響（間隙水は非圧縮性）

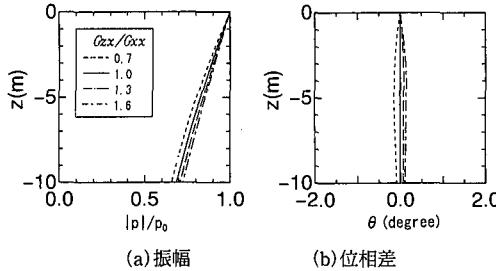


図-3 せん断弾性係数の異方性の影響（間隙水は非圧縮性）

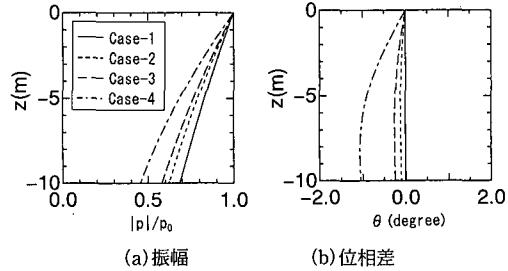


図-4 一般の異方性の影響（間隙水は非圧縮性）

らをすべて異方的に変化させた場合について解析を行った（ $G_{xx}$ は水平面内でのせん断弾性係数を表す）。次に、より一般的な場合として、間隙水が圧縮性の場合を考え、同様の検討を行った。

なお、間隙水が圧縮性の場合の飽和度は 99.28 % とし、その時の体積弾性係数  $\beta$  の値は、Verruijt (1969) の式から算出し、 $\beta = 4.15 \times 10^7 (\text{N/m}^2)$  とした。また、 $\gamma$  の値は、間隙水が非圧縮性の場合および圧縮性の場合、それぞれ  $9.80665 \times 10^3$ ,  $9.7360 \times 10^3 (\text{N/m}^3)$  とした。

### 3.2 間隙水が非圧縮性の場合の地盤の異方性の影響

#### a) ヤング係数の異方性の影響

$\nu_{zx} = \nu_{xx}$ ,  $G_{zx} = G_{xx}$  と固定し、Gatmiri (1992) に従って砂地盤の  $E_z/E_x$  の取りうる範囲を  $1.0 \leq E_z/E_x \leq 2.5$  として、 $E_z/E_x$  を  $1.0, 1.5, 2.0, 2.5$  の 4 通りに変化させてヤング係数のみの異方性の影響を検討した。その時の間隙水圧の振幅と位相差（マイナス側が位相遅れ）の  $z$  方向分布を図-1(a), (b) に示す。

$E_z/E_x$  の値が大きくなるほど振幅の減衰が速く、 $z = -10 \text{ m}$  では、 $E_z/E_x = 2.5$  の場合の振幅の大きさは等方性 ( $E_z/E_x = 1.0$ ) の場合と比較して約  $2/3$  程度になっている。位相差に関しては、等方性の場合には、全領域で完全にゼロとなるが、異方性の場合には、地盤表面の付近で若干の位相遅れが見られ、 $z = -5 \sim 6 \text{ m}$  付近で極値を取る。ただし、位相遅れの大きさ自体は間隙水の圧縮性を考慮した場合に比べてかなり小さく、約  $1^\circ$  程度の値となる。

#### b) ポアソン比の異方性の影響

$E_z = E_x$ ,  $G_{zx} = G_{xx}$  を固定し、 $\nu_{zx}$  を 4 通り ( $0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ ) に変化させた場合の解析結果を図-2(a), (b) に示す。

$\nu_{zx}$  の値が大きくなるほど振幅の減衰が速くなるが、 $\nu_{zx} = 0.5$  の場合を除くとその違いはわずかである。また、位相差は異方性の場合に見られるが、 $\nu_{zx} = 0.5$  の場合を除くと非常に小さい。 $\nu_{zx} = 0.5$  の場合には、位相遅れは深さ方向に単調に増加しているが、 $z = -10 \text{ m}$  の値は  $0.5^\circ$  程度であり、圧縮性の場合と比べるとやはり小さな値となっている。

#### c) せん断弾性係数の異方性の影響

$E_z = E_x$ ,  $\nu_{zx} = \nu_{xx}$  と固定し、 $G_{zx}/G_{xx}$  を 4 通り ( $0.7, 1.0, 1.3, 1.6$ ) に変化させた場合の解析結果を図-3(a), (b) に示す。 $G_{zx}$  に関しては多くの計算式が提案されているが(例えれば Barden, 1963)，ここでは、それらの結果をおよそ網羅できる範囲を選んだ。

$G_{zx}/G_{xx}$  の値が小さくなるほど振幅の減衰が速くなっているが、ヤング係数を変化させた場合に比べるとその効果は小さい。また、異方性の場合には位相差が見られ、ヤング係数の異方性の場合と同様、地盤表面の付近でゆるやかな極値を取るが、大きさは  $0.1^\circ$  程度と小さな値となる。

#### d) 一般的な異方性の影響

$E_z/E_x$ ,  $\nu_{zx}$ ,  $G_{zx}/G_{xx}$  の値をすべて異方的に変化させた場合を考える。表-3 に示す 4 つの条件について行った計算の結果を図-4(a), (b) に示す。

異方性が強くなるほど振幅の減衰が速く、 $z = -10 \text{ m}$

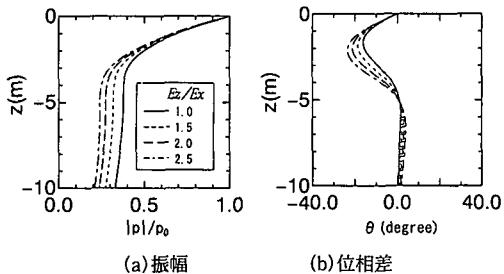


図-5 ヤング係数の異方性の影響 (間隙水は圧縮性)

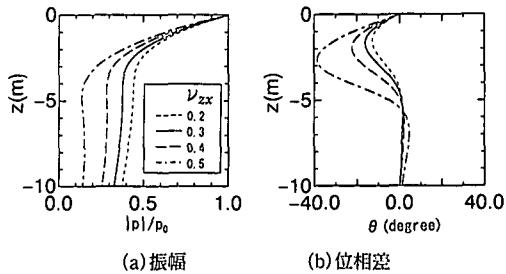


図-6 ポアソン比の異方性の影響 (間隙水は圧縮性)

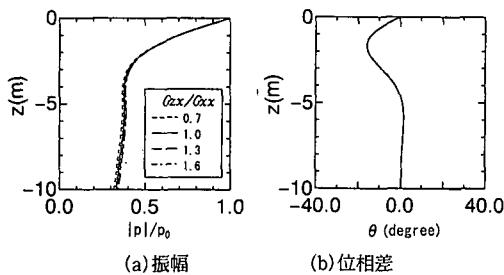


図-7 せん断弾性係数の異方性の影響 (間隙水は圧縮性)

表-3 計算に用いた異方性パラメータの値

ケース番号	$E_z/E_x$	$\nu_{zx}$	$G_{zx}/G_{xx}$
Case-1 (等方性)	1.0	0.3	1.0
Case-2 (弱異方性 1)	1.5	0.2	1.3
Case-3 (弱異方性 2)	1.5	0.4	1.2
Case-4 (強異方性)	2.0	0.5	1.4

の地点では Case-1 と Case-4 で 30 % 程度の違いが出ている。また、位相遅れについても、値自身は 1° 程度と小さいが、異方性が強くなるほどその値が大きくなっている。

### 3.3 間隙水が圧縮性の場合の地盤の異方性の影響

#### a) ヤング係数の異方性の影響

3.2 a) と同様にヤング係数を単独で変化させた場合の計算結果を図-5(a), (b) に示す。間隙水の圧縮性の効果により非圧縮性の場合よりもかなり減衰が大きいが、異方性の影響によりそれがさらに強められている。異方性が強くなるほど振幅の減衰が速く、 $z = -10 \text{ m}$  の地点では最大 30 % 程度の違いが出ている。また、位相差についても、異方性の影響をかなり強く受けている。位相遅れは等方性の場合でも間隙水の圧縮性の影響でかなり大きな値を持つが (最大 15° 程度)、異方性の影響でその値がさらに最大 1.5 倍程度にまで拡大され、極値をとる位置が少しずつ下方へと移動している。

#### b) ポアソン比の異方性の影響

3.2 b) と同様にポアソン比を単独で変化させた場合の

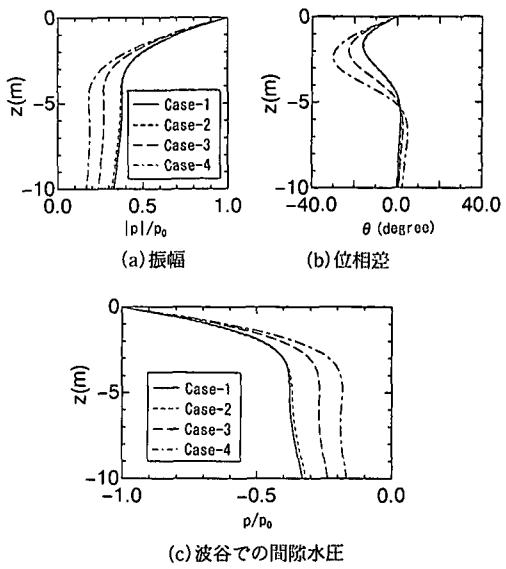


図-8 一般的な異方性の影響 (間隙水は圧縮性)

計算結果を図-6(a), (b) に示す。

間隙水が圧縮性の場合は、非圧縮性の場合と異なり、ポアソン比の異方性は振幅の減衰および位相差に大きな影響を与える。 $\nu_{zx}$  の値が大きくなるほど振幅の減衰が速くなり、 $\nu_{zx} = 0.5$  の場合  $z = -10 \text{ m}$  の地点では等方性の場合と比べて 2 倍程度の差が生じている。なお、 $\nu_{zx} = 0.2$  の場合には振幅の減衰は等方性の場合よりゆるやかになった。また、位相遅れは  $\nu_{zx}$  が大きいほど大きくなり、極値をとる位置が少しずつ下方へと移動する。 $\nu_{zx} = 0.5$  の場合に位相遅れの最大値は等方性の場合の 2.5 倍程度まで拡大されるが、 $\nu_{zx} = 0.2$  の場合には位相遅れは等方性の場合より小さな値となった。

#### c) せん断弾性係数の異方性の影響

3.2 c) と同様にせん断弾性係数を単独で変化させた場合の計算結果を図-7(a), (b) に示す。

ここでは、振幅、位相差とともに異方性の与える影響は極めて小さい。

#### d) 一般的な異方性の影響

3.2 d) と同様に  $E_z/E_x$ ,  $\nu_{zx}$ ,  $G_{zx}/G_{xx}$  の値をすべて変化させた場合を考える。その計算結果を図-8(a), (b) に示す。また、波谷での間隙水圧の分布を図-8(c) に示す。

ここでは、3.3 a)～3.3 c) で見た影響を組み合わせた形の影響が見られる。Case-2 では、ポアソン比の減少とヤング係数の増加の影響が互いに打ち消し合い、等方性の場合とほぼ同じ減衰、位相特性を示している。逆に、ヤング係数、ポアソン比とともに増大させる組み合わせ (Case-3, Case-4) では、両者の影響が重ね合わされ、異方性の影響が相乘的に大きくなる。この組み合わせでは、異方性が大きくなるほど振幅の減衰が大きく、位相遅れの値も大きくなっている。その結果、波谷での間隙水圧の分布において、異方性が強くなるほど過剰間隙水圧の値が大きく、不安定性が強まる傾向が見られる。この例では、過剰間隙水圧の値に等方性の場合と比較して最大 30 % 程度の差が出ており、異方性の影響は無視できない。

#### 4. 結 論

海底地盤の力学パラメータ(ヤング係数、ポアソン比、せん断弾性係数)を異方的に変化させた時の、間隙水圧の伝達特性の変化を調べ、緩い砂からなる横等方性地盤と設計波規模の波浪に対して、次の結果を得た。

まず、間隙水を非圧縮性とした場合

1) 力学パラメータを単独で変化させた場合、 $E_z/E_x$ ,  $\nu_{zx}$  の値が大きいあるいは  $G_{zx}/G_{xx}$  の値が小さいほど振幅の減衰が速い。この 3 者の中では  $E_z/E_x$  が振幅減衰に与える影響が大きい。

2) 地盤を等方弾性体、間隙水を非圧縮性と仮定すると、間隙水圧伝達の位相差が完全にゼロとなることから、間隙水に圧縮性を持たせることが通常想定されているが、地盤の力学的な異方性の効果により、間隙水が空気を含まない非圧縮性であっても、(今回の例では若干であるが) 位相差が発生する。

次に間隙水を圧縮性とした場合、

3) 力学パラメータを単独で変化させた場合、振幅減衰および位相差へのヤング係数、ポアソン比の異方性の影響は大きく、 $E_z/E_x$ ,  $\nu_{zx}$  の値が大きいほど振幅の減衰が速く、位相差も大きい。なお、せん断弾性係数の異方性の影響はどちらも小さい。

4) 複数の力学パラメータを同時に変化させた場合、個々の異方性の影響は、場合により、互いに強め合うかあるいは打ち消し合うかして相乗効果を生み出す。相乗効果により異方性の影響が強まった場合には、間隙水圧の分布に与える変化は特に大きく、異方性の影響を無視できない。

なお、以上の結論は、海底地盤の異方特性を線形横等方弾性体の特別な場合に限定した場合の結論でしかなく、今後、透水係数を含めた異方性や弾塑性的挙動をする非線形異方性など、より現実的な地盤異方特性を考慮した研究が必要であると考える。

#### 参 考 文 献

- 土木学会海岸工学委員会編 (1994): 海岸波動、土木学会、第 V 編、pp. 431-510.
- Barden, L. (1963): Stresses and displacements in a cross anisotropic soils, Geotech., No. 13, Vol. 3, pp. 198-210.
- Biot, M. A. (1941): General theory of three dimensional consolidation, J. Appl. Phys., Vol. 12, Feb., pp. 155-164.
- Gatmiri, B. (1992): Response of cross-anisotropic seabed to ocean waves, J. Geotech. Eng., Vol. 118, No. 9, pp. 1295-1314.
- Lekhnitskii, S. G. (1963): Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body, Holden-Day, Inc., 404 p.
- Madsen, O. S. (1978): Wave-induced pore pressures and effective stresses in a porous bed, Geotech. 28, No. 4, pp. 377-393.
- Pickering D. J. (1970): Anisotropic elastic parameters for soil, Geotech., Vol. 20, No. 3, pp. 271-276.
- Verruijt, A. (1969): Elastic storage of aquifers, Flow Through Porous Media, chap. 8, Academic Press
- Yamamoto, T., H. L. Koning, H. Sellmeijer, E. V. Hijum (1978): On the response of a poro-elastic bed to water waves, J. Fluid Mec., Vol. 87, No. 1, pp. 193-206.