

浮体の長周期変動に及ぼす波の強非線形効果

大 山 巧*・John R. C. Hsu**

1. はじめに

不規則波中の浮体の長周期変動の問題は、Hsu・Blenkarn (1970), Pinkster (1975) 以来、主に2次オーダーの弱非線形仮定に基づいて検討されてきた。しかし、係留システム等の設計に用いられる実際の波浪条件は、2次オーダー理論で対象としている微小振幅波レベルを越えている場合が多い。この観点から、近年では境界要素法を用いた強非線形ポテンシャルモデルの開発が試みられている (Isaacson, 1982; Sen ら, 1989; Yang ら, 1989; Brorsen・Bungaard, 1990; 中村・田中, 1992)。

しかし、従来の強非線形モデルによる解析では、1) 非線形不規則波に対する適切な開境界処理法が開発されていなかったこと、2) 入射波理論として用いるべき高次オーダーの不規則波理論が導かれていなかったことが問題として残されていたため、実際には2次よりも高いオーダーの非線形効果はほとんど明らかにされていない。このうち前者の問題については、単一の位相速度を前提とした Sommerfeld 型の放射条件が用いられてきたが、入射不規則波を構成する基本周期成分とそれらに拘束される長周期成分では位相速度がかなり異なるため、開境界で有意な大きさの反射波が生じることになる。また後者については、一般に2次オーダーまでの不規則波理論が適用されてきたが、数値モデルが強非線形モデルであるがゆえに入射波高が大きくなると高次オーダーの自由波が寄生的に発生してしまうため、設定した入射不規則波に対応した解が得られないことになる。

そこで本研究では、数値モデルとして数値消波フィルターによる開境界処理が組み込まれた大山・灘岡 (1992) の強非線形モデルを浮体動揺問題に拡張し、さらに入射波理論として最近著者ら (Ohyama ら, 1995) が導いた4次オーダー不規則波理論を用いることにより上記の問題を改善し、浮体の長周期変動に及ぼす波の非線形効果を検討する。

2. 数値モデル

(1) 境界積分方程式と浮体の運動方程式

図-1に示すように、数値消波フィルターと造波ソースが組み込まれた2次元数値波動水槽内 (大山・灘岡, 1992) での波と浮体の非線形干渉を考える。水槽内の水深は簡単のため一定 (h) とする。速度ポテンシャル $\phi(x, z, t)$ に関する基礎方程式 (ポアソン方程式) と自由表面 (S_F)、海底面 ($z = -h$)、開境界 (S_2, S_4) での境界条件は前報 (大山・灘岡, 1992) と同様である。浮体表面 (S_V) での力学的・運動学的条件は以下のとおりである。

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \sum_{k=1}^3 n_k \dot{D}_k \quad (\text{on } S_V) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{p}{\rho} = -\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left\{ \left(\sum_{k=1}^3 n_k \dot{D}_k \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 \right\} - gz \quad (\text{on } S_V) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} (n_1, n_2, n_3) &= \{n_x, n_z, n_x(z - Z_C) - n_z(x - X_C)\} \\ (D_1, D_2, D_3) &= (X_C, Z_C, \theta_C) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、(n, s): 境界面での法線および接線、(n_x, n_z): 単位法線ベクトルの x, z 成分、(X_C, Z_C): 浮体重心の座標、 θ_C : 重心回りの回転変位、 p : 圧力、 ρ : 流体密度、 g : 重力加速度、 $\dot{D}_k \equiv dD_k/dt$ であり、 $k=1, 2, 3$ はそれぞれ浮体の sway, heave, roll 運動に対応する。

流体領域にグリーン公式を適用し、式 (1) を含めた各境界面での力学的条件を代入する。さらに自由表面での圧力方程式について重み付き残差法を用いると、以下の境界積分方程式を得る。

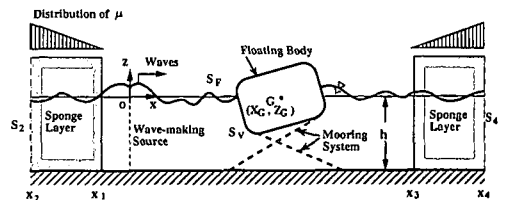


図-1 解析領域と記号の定義

* 正会員 工博 清水建設(株) 技術研究所環境技術研究部
 ** Ph.D. Dept. Environmental Engineering, Centre for Water Research, The University of Western Australia

$$\begin{aligned} \alpha^*(P)\phi(P) + \int_{S_F \cup S_V \cup S_2 \cup S_4} \phi \frac{\partial G}{\partial n} ds + \int_{S_5} U^* G ds \\ + \frac{1}{\sqrt{gh}} \int_{S_2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu \phi + \int_{x_2}^{x_1} \frac{\partial \mu}{\partial x} \phi \Big|_{\text{on } S_F} dx \right) G ds \\ + \frac{1}{\sqrt{gh}} \int_{S_4} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu \phi - \int_{x_3}^{x_4} \frac{\partial \mu}{\partial x} \phi \Big|_{\text{on } S_F} dx \right) G ds \\ - \int_{S_F} n_z \frac{\partial \eta}{\partial t} G ds - \sum_{k=1}^3 \dot{D}_k \int_{S_V} G n_k ds = 0 \quad \cdots (4) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} G(P, Q) &= -\ln r - \ln r' \\ r &= \sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (z_P - z_Q)^2} \\ r' &= \sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (z_P + z_Q + 2h)^2} \end{aligned} \right\} \quad \cdots (5)$$

$$\begin{aligned} \int_{S_F} \omega \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ (n_z)^2 \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 \right\} \right. \\ \left. + g\eta + \mu\phi - \int_{x_1}^x \frac{\partial \mu}{\partial x} \phi \Big|_{\text{on } S_F} dx \right] ds = 0 \quad \cdots (6) \end{aligned}$$

ここで、 $P(x_P, z_P)$, $Q(x_Q, z_Q)$: 境界面上の点の座標, α^* : 境界形状から決まる係数 (大山・灘岡, 1992), η : 水面変動量, μ : スポンジ層内の減衰係数, U^* : 造波ソースでのわき出し強さ, ω : 重み関数である。

一方、係留索による各方向の復元力を $R_k (k=1, 2, 3)$ とすれば、浮体の運動方程式は次のように表せる。

$$M_k \ddot{D}_k + R_k = \int_{S_V} p n_k ds + W_k \quad (k=1, 2, 3) \quad \cdots (7)$$

$$\left. \begin{aligned} (M_1, M_2, M_3) &= (m, m, I) \\ (W_1, W_2, W_3) &= (0, -mg, 0) \end{aligned} \right\} \quad \cdots (8)$$

ただし、 m , I は浮体の質量と慣性モーメント, $\ddot{D}_k \equiv d^2 D_k / dt^2$ である。式 (7) 中の圧力 p は S_V 上の力学的条件式 (2) から計算できる。

(2) 逐次計算法

式 (4), (6) の積分方程式を線形要素を用いて空間的に離散化し、式 (6) については Galerkin 法を適用する。これらの離散化方程式と浮体の運動方程式 (7) を連立して各時間ステップで解くことにより、 ϕ , η , $\dot{D}_k$ の時間発展が求められる。本研究では増分法に基づいて $n+1$ ステップの諸量を次のように置く。

$$\left. \begin{aligned} \eta^{(n+1)} &= \eta^{(n)} + \Delta \eta^{(n)} \quad (\text{on } S_F) \\ \phi^{(n+1)} &= \phi^{(n)} + \Delta \phi^{(n)} \quad (\text{on } S_F, S_V, S_2, S_4) \\ \dot{D}_k^{(n+1)} &= \dot{D}_k^{(n)} + \Delta \dot{D}_k^{(n)} \quad (k=1, 2, 3) \end{aligned} \right\} \quad \cdots (9)$$

n ステップから $n+1$ ステップに至るまでの自由表面と浮体表面上の節点の座標変化を ($\Delta x^{(n)}$, $\Delta z^{(n)}$) とすると (自由表面では $\Delta z^{(n)} = \Delta \eta^{(n)}$)、 $n+1$ ステップでの η と ϕ の時間微分は以下のように表せる。

$$\begin{aligned} \eta_t^{(n+1)} &\simeq \frac{2\Delta \eta^{(n)}}{\Delta t} - \eta_t^{(n)} - \frac{\Delta x^{(n)}}{\Delta t} \{ 2\eta_x^{(n)} + \Delta \eta_x^{(n)} \} \\ &\quad \cdots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_t^{(n+1)} &\simeq \frac{2\Delta \phi^{(n)}}{\Delta t} - \phi_t^{(n)} - \frac{\Delta x^{(n)}}{\Delta t} \{ 2\phi_x^{(n)} + \Delta \phi_x^{(n)} \} \\ &\quad - \frac{\Delta z^{(n)}}{\Delta t} \{ 2\phi_z^{(n)} + \Delta \phi_z^{(n)} \} \quad \cdots (11) \end{aligned}$$

ただし、 t , x , z の添字はこれらによる偏微分を表す。式 (10), (11) は、 $\Delta x^{(n)}$, $\Delta z^{(n)}$ が $O(\Delta t)$ であるという仮定のもとに任意の方向の節点移動に対して適用できる。本モデルでは、各境界面での要素長がほぼ均等になるように節点移動を行った。

一方、浮体の運動方程式 (7) は、 $n+1/2$ ステップで解くこととした。すなわち、

$$\begin{aligned} M_k \frac{\Delta \dot{D}_k^{(n)}}{\Delta t} + R_k^{(n+1/2)} = \int_{S_V} p_k^{(n+1/2)} n_k^{(n+1/2)} ds + W_k \\ (k=1, 2, 3) \quad \cdots (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p^{(n+1/2)} &= -p \left[\phi_t^{(n+1/2)} + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^3 n_i^{(n+1/2)} \dot{D}_i^{(n+1/2)} \right\}^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \{ \phi_s^{(n+1/2)} \}^2 + g z^{(n+1/2)} \right] \quad \cdots (13) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{D}_i^{(n+1/2)} &\simeq \dot{D}_i^{(n)} + (1/2) \Delta \dot{D}_i^{(n)} \\ \phi^{(n+1/2)} &\simeq \phi^{(n)} + (1/2) \Delta \phi^{(n)} \\ \phi_i^{(n+1/2)} &\simeq \frac{\Delta \phi^{(n)}}{\Delta t} - \frac{\Delta x^{(n)}}{\Delta t} \left\{ \phi_x^{(n)} + \frac{1}{2} \Delta \phi_x^{(n)} \right\} \\ &\quad - \frac{\Delta z^{(n)}}{\Delta t} \left\{ \phi_z^{(n)} + \frac{1}{2} \Delta \phi_z^{(n)} \right\} \end{aligned} \right\} \quad \cdots (14)$$

式 (9), (10), (11) を離散化された積分方程式に代入し、運動方程式 (12) と連立して解けば、境界面上での $\Delta \eta^{(n)}$, $\Delta \phi^{(n)}$ および $\Delta \dot{D}_k^{(n)}$ ($k=1, 2, 3$) が求められる。 $n+1$ ステップでの動揺変位 D_k および S_V の位置は、 $\dot{D}_k^{(n)}$, $\Delta \dot{D}_k^{(n)}$ から決定できる。このマトリクス計算を水面形状が収束するまで各時間ステップで繰り返す。

3. 入射波動場に関する基本的検討

実験水槽内で、線形理論を用いて波高の大きな波を発生させると、高次の自由波が発生することはよく知られている。浮体の長周期運動が問題になる不規則波では、波列に拘束される長周期成分 (拘束長波) とともに自由長波が発生し、これらの位相干渉の結果として入力となる長周期成分の振幅が空間的に変化してしまう。したがって、例えば拘束長波と自由長波が逆位相となる位置に浮体モデルを置いた場合には、長周期変動量を過小評価することになる。

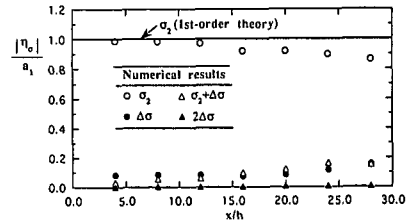
このような寄生的な自由長波の発生を抑制するためには、造波の際に適切な非線形波動理論を適用すればよく、物理実験については 2 次オーダー理論に基づく造波板の制御が Bathel ら (1983), Sand・Donslund (1985) によって試みられている。ただし、波高が大きい場合にはさらに高次の自由波が発生することが予想される。

強非線形モデルによる数値実験では、造波の際に任意の波動理論を容易に取り込むことができ、この点は物理実験と比べたときの大きなメリットになる。しかし、既存の非線形波動理論のほとんどは規則波を対象としたものであり、本検討で問題となる多成分不規則波については、2次近似解が求められているにすぎなかった。これに対して、著者ら (Ohyama ら, 1995) はごく最近、複数波列間の非線形干渉に関する4次オーダー理論を導いた。この波動理論は任意の数の自由波モードが考慮できる点に最大の特長があり、4次オーダーまでの不規則波動場を再現することが可能である。

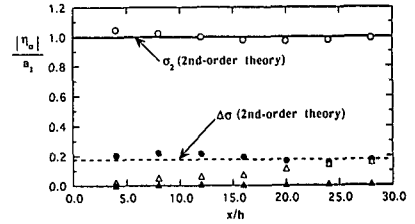
本研究では、まず上記の寄生的な自由波成分の影響を調べるために、浮体がない状態の一定水深の数値波動水槽内で1次から4次オーダーまでの波動理論を用いて2成分波(自由波モードが2)を発生させ、水槽内に形成される波動場を比較検討した。1次オーダー成分の平均周波数 $\sigma_0 (\equiv (\sigma_1 + \sigma_2)/2)$ 、周波数差 $\Delta\sigma (\equiv \sigma_2 - \sigma_1)$ 、振幅 a_1 , a_2 は、それぞれ $\sigma_0^2 h/g = 0.531$, $\Delta\sigma/\sigma_0 = 1/8$, $2a_1/h = 2a_2/h = 0.125$ とした。

図-2は、造波ソースで与えた入射波理論のオーダーごとに、代表的な周波数成分(σ_2 , $\Delta\sigma$, $\sigma_2 + \Delta\sigma$, $2\Delta\sigma$)の振幅の空間変化を理論解とともに示したものである。これら成分波の最低次数はそれぞれ1次から4次までである。線形理論を用いて造波する場合には、水槽内で基本周波数成分(σ_2)から高次成分へエネルギーが顕著に移行する。入射波理論として2次理論を用いるとこのようなエネルギー移行はかなり抑えられるが、3次オーダーに対応した $\sigma_2 + \Delta\sigma$ 成分の振幅は波の伝播に伴って増加していることから、3次オーダー以上の自由波が有意な大きさを持つことがわかる。3次理論では $\sigma_2 + \Delta\sigma$ 成分について比較的大きな振幅を造波ソースで与えることになるが、 $\sigma_2 + \Delta\sigma$ 成分と $2\Delta\sigma$ 成分の振幅が空間的にかなり変化している。これらに対して、4次理論を用いた結果では各周波数成分の振幅がほぼ一定になることから、ここで扱った波高水深比0.3程度の波であれば自由波の発生を抑制できることがわかる。なお図面は省略するが、4次理論を適用した場合、水面波形についても計算結果は理論解と非常に良い一致を示した。これらの結果は、本モデルで用いた開境界処理法が広い周期帯域で有効であることも示唆している。

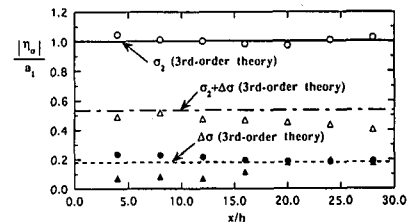
図-2(b)と(d)を比較してみると、長周期成分である差の周波数 $\Delta\sigma$ 成分の振幅が2次近似解と4次近似解でかなり異なっており、4次近似解では $2\Delta\sigma$ 成分の振幅が $\Delta\sigma$ 成分を大幅に上回っている。図-3には、基本周波数成分の振幅 a_1 に対するこれら長周期成分の振幅の変化に関して、2次および4次オーダーの理論解を示す。 $\Delta\sigma$ 成分における4次オーダー項は2次オーダー項と逆



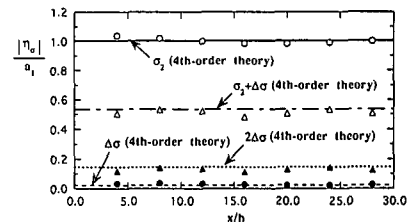
(a) 入射波理論として線形理論を用いた場合



(b) 入射波理論として2次オーダー理論を用いた場合



(c) 入射波理論として3次オーダー理論を用いた場合



(d) 入射波理論として4次オーダー理論を用いた場合

図-2 一定水深水路中の各成分波振幅の空間的变化
($\sigma_0^2 h/g = 0.531$, $\Delta\sigma/\sigma_0 = 1/8$, $2a_1/h = 2a_2/h = 0.125$)

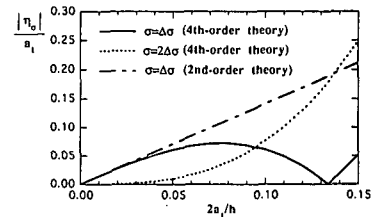


図-3 2成分波における拘束長波の振幅

位相を持ち、結果として $2a_1/h = 0.132$ で $\Delta\sigma$ 成分の振幅は0になる。これに対して、 $2\Delta\sigma$ 成分は入射波高に対して単調増加となり、 $2a_1/h$ が0.1以上になると $\Delta\sigma$ 成分の振幅

よりも大きくなる。このように、4次オーダーの非線形性は拘束長波の性質にかなり大きな影響を及ぼす。

これらの検討結果から、以下の数値計算では4次理論を入射波理論として用いることとした。

4. 浮体の長周期変動に関する解析結果

(1) 2成分入射波に対する2次近似解との比較

浮体の長周期変動の問題に関しては2次理論に基づく数多くの検討例があるが、ここでは Agnon ら (1988) の multiple-scale 摂動法による解析解を取り上げ、本数値モデルから得られる強非線形解との比較を行う。Agnon らの解で用いられている仮定に対応して、ここでは線形係留された矩形断面浮体が2成分入射波に対して水平方向のみに運動する状態を考えた。浮体の幅 b と係留のパネ定数 K_x は、それぞれ $b/h=2.0$, $K_x/\rho gh=0.05$ とし、入射波としては前節で扱った2成分波を用いた。

喫水深比 $q=0.5$ の浮体の水平運動における長周期成分の振幅 $|X_0|$ ($\sigma=0, \Delta\sigma, 2\Delta\sigma$) を図-4 に示す。本解析結果は、入射波高水深比が0.1程度 ($2a_1/h=0.05$) までであれば定常成分 ($\sigma=0$)、差の周波数 ($\Delta\sigma$) を持つ長周期変動成分とも2次近似解と良好に一致する。しかし波高が大きくなると、2次理論では計算できない $2\Delta\sigma$ の成分が卓越し、 $\Delta\sigma$ 成分は2次近似解よりもかなり小さくなる。このような差異は、主に図-3 に示した入射長周期波中の4次非線形効果によるものと考えられるが、1次または2次波動理論に基づいて入射波を発生していた従来の検討では解析できなかった現象である。

図-5 は、浮体の喫水深比 q に対する無次元振幅 $h|X_0|/(2a_1)^2$ ($\sigma=0, \Delta\sigma, 2\Delta\sigma$) の変化を示したものである。 q が小さくなると、浮体の固有周波数が高くなる。定常成分 $|X_0|$ に関する2次近似解は q の変化に対してほぼ一定となり、 $2a_1/h=0.05, 0.1$ に対する本解析結果と良く一致する。Agnon ら (1988) が示したように、定常成分に関する2次近似解は Maruo (1960) の運動量理論による解と一致し、結果的に1次オーダーでの波の反射率で表される。運動量理論そのものは基本的には強非線形場でも適用できるが、平均運動量自体の評価は非線形性のオーダーにより変化する。 $2a_1/h=0.15$ に対する結果が2次近似解を上回っているのは、主にこのような運動量評価の差異によるものと考えられる。定常成分とは対照的に、長周期変動成分については明確な共振現象が現れる。 $2a_1/h=0.05$ の場合には、 $\Delta\sigma$ 成分の数値計算結果は2次近似解と良好な一致を示し、 $2\Delta\sigma$ 成分の振幅もかなり小さい。しかし、入射波振幅が大きくなると、 $\Delta\sigma$ 成分のピーク値が小さくなり、高次オーダーの共振現象に対応した $2\Delta\sigma$ 成分のピークが顕著に現れる。

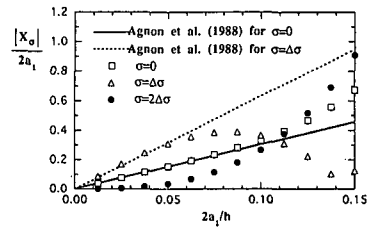
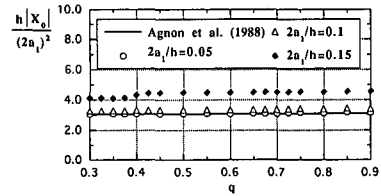
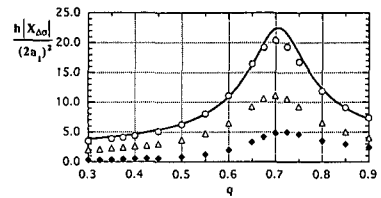


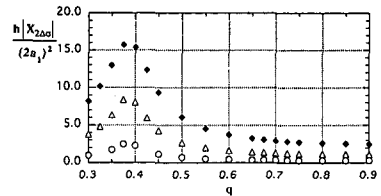
図-4 2成分入射波に対する矩形断面浮体の長周期応答 ($b/h=2.0$, $q=0.5$, $K_x/\rho gh=0.05$)



(a) $\sigma=0$ (定常成分)



(b) $\sigma=\Delta\sigma$



(c) $\sigma=2\Delta\sigma$

図-5 浮体の喫水深比に対する長周期応答の変化

(2) 不規則波中の長周期変動

図-6 には、無次元ピーク周期 $T_p\sqrt{g/h}=9.9$ の多成分不規則波に対する矩形浮体の動揺量 X と長周期変動 X_s ($0 \leq \sigma \leq \sigma_p \approx T_p/2\pi$) の応答波形を示す。入射波列における1次の自由波成分は JONSWAP スペクトルに基づく16成分とした。浮体諸元は前述の2成分入射波の場合と同様である。

図-6(a), (b) に示されるように、有義波高水深比 $H_{1/3}/h$ が大きくなるにつれて、変位波形における長周期成分の影響がより顕著に現れる。図-6(c) には、 $H_{1/3}/h=0.05, 0.1, 0.3$ の場合について、 X_s を $H_{1/3}^2$ で無次元化した長周期変動波形を示す。 $H_{1/3}/h$ が0.05と0.1の場合の無次元波形はほぼ一致しており、 X_s が $H_{1/3}$ の2次関

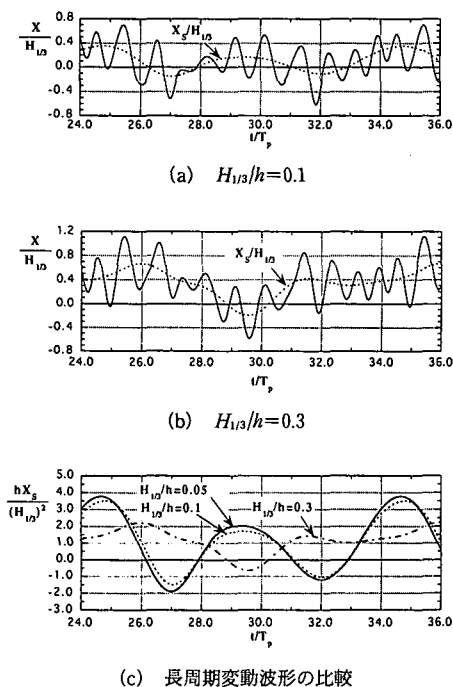


図-6 不規則波中の浮体の水平運動と長周期変動成分の比較

($T_p\sqrt{g/h}=9.9$, $b/h=2.0$, $q=0.5$, $K_z/\rho gh=0.03$)

数として表せることがわかる。したがって、この程度の入射波高レベルであれば2次理論は実用上適用できる。しかし、 $H_{1/3}/h=0.3$ に対する浮体の長周期応答波形は、振幅・位相とも $H_{1/3}/h=0.05$, 0.1 の場合とはかなり異なることから、入射波高水深比が0.3程度になるとさらに高次の非線形性の影響が重要であることがわかる。

5. おわりに

強非線形モデルを用いて波による浮体の動揺を計算し、長周期応答に及ぼす波の非線形効果を検討した。このモデルは、非線形不規則波に適用可能な開境界処理が組み込まれている点、入射波理論として高次(4次)不規則波理論を用いている点で従来のモデルとは異なっている。本研究では、まず一定水深水路での2成分波の計算からこれらの改善効果を具体的に検証した。次に、

2成分入射波に対する浮体の長周期応答に関して2次近似解との比較を行い、微小波高レベルでは本解析結果が2次近似解と良好に一致すること、波高が大きくなると差の周波数の2倍の周波数成分($2\Delta\sigma$)が卓越すること等を明らかにした。さらに、不規則入射波に対する長周期応答の計算から、有義波高水深比が0.3程度になると2次オーダー理論の適用には問題があることを示した。

参考文献

- 大山 巧・灘岡和夫 (1991): 非線形不規則波動場を対象とした数値波動水槽の開発, 土木学会論文集, 429号, pp. 77-86.
- 中村孝明・田中良弘 (1992): 非線形波動場における係留浮体の有限振幅運動, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 776-780.
- Agnon, Y., Choi, H. S. and Mei C. C. (1988): Slow drift of a floating cylinder in narrow-banded beam seas, J. Fluid Mech., Vol. 190, pp. 141-163.
- Barthel, V., Mansard, E. P. D., Sand, S. E. and Vis, F. C. (1983): Group bounded long waves in physical models, Ocean Eng., Vol. 10, pp. 261-294.
- Brorsen, M. and Bundgaard, H. I. (1990): Numerical model of the nonlinear interaction of waves and floating bodies, Proc. 22nd ICCE, pp. 3140-3151.
- Hsu, F. H. and Blenkarn, K. A. (1970): Analysis of peak mooring forces caused by slow vessel drift oscillations in random seas, Proc. OTC, paper 1159.
- Isaacson, M. (1982): Nonlinear-wave effects on fixed and floating bodies, J. Fluid Mech., Vol. 120, pp. 267-281.
- Maruo, H. (1960): The drift of a body floating on waves, J. Ship Res., Vol. 4, pp. 1-10.
- Ohyama, T., Jeng, D. S. and Hsu, J. R. C. (1995): Fourth-order theory for multiple-wave interaction, Coastal Eng., (in press).
- Pinkster, J. A. (1975): Low-frequency phenomena associated with vessels moored at sea, Soc. Pet. Eng. Jour., AIME, pp. 487-494.
- Sand, S. E. and Donslund, B. (1985): Influence of wave board type on bounded long waves, J. Hydraulic Res., Vol. 23, pp. 147-163.
- Sen, D., Pawlowski, J. S., Lever, J. and Hinchey, M. J. (1989): Two-dimensional numerical modelling of large motions of floating bodies in waves, Proc. 5th Int. Conf. Numer. Ship Hydrodyn., pp. 351-373.
- Yang, C., Liu, Y. Z. and Takagi, N. (1989): Time-domain calculation of the nonlinear hydrodynamics of wave-body interaction, Proc. 5th Int. Conf. Numer. Ship Hydrodyn., pp. 341-350.