

防波堤直立部の滑動シミュレーション

青 木 伸 一*・奥 部 綾 子**

1. ま え が き

ケーソン式防波堤の直立部の安定性は、従来、滑動や転倒などに対する外力（波力）と抵抗力の大小関係によって、静的に評価されてきた。近年、波力については、測定精度の向上や数値計算法の発達などによって、その予測精度が著しく向上しているにもかかわらず、防波堤の安定性については依然として静的な釣り合い式のみが用いられているという不合理がある。したがって、設計波高を越える波に対しても、滑動あるいは回転はするものの、最終的な破壊（ケーソンの転落、転倒）には至らない場合もあれば、決定的な破壊を招く場合もあると考えられる。このような検討を行うためには、設計波高を越える波に対する防波堤の挙動について、より詳細に調べることが必要である。伊藤ら（1966）は、このような考えのもとに、期待滑動量の概念を提案しているが、当時は波力の算定精度に問題があったことや、限られたケースに対する簡易的な計算による検討であったためか、実際の設計に取り入れられるまでには至っていない。最近になって下迫・高橋（1994）は期待滑動量の簡易計算法を提案しており、今後の設計は破壊時の挙動を含めた動的な設計法へと移行していくものと思われる。このような動的解析はまた、高山（1989）によって提案されている防波堤の信頼性設計法への応用や、破壊に至る場合でもある程度機能を保持した壊れ方をする新しい防波堤の開発にもつながり、阪神大震災で指摘されたように、構造物の壊れ方を考慮に入れた設計法へと発展していく可能性がある。本研究の目的は、上記のような背景のもとに、防波堤直立部の滑動に対するより詳細な解析（波力波形、流体抵抗、摩擦特性などの影響評価）を数値モデルを用いて行い、滑動特性に影響を及ぼす諸要因を抽出することにある。

2. シミュレーションモデル

（1）防波堤直立部に作用する外力

まず、図-1に示すような長方形ケーソンからなる防

波堤の直立部に作用する外力について考える。波力 F が最大静止摩擦力を越えた時点でケーソンは滑動を開始し、滑動とともに流体からの反力 F_R が作用する。また運動とともに動摩擦力 F_f が作用するが、その大きさは必ずしも最大静止摩擦力と同一ではない。これらの力の合力は、ケーソンの慣性力 $m\ddot{x}$ と釣り合っている。揚圧力の存在は摩擦抵抗力を低減させる方向に作用するが、今回のシミュレーションでは考慮していない。

（2）波力および摩擦力のモデル化

波力の時間波形については、下迫・高橋（1994）と同様に、波力のピーク付近を三角形で近似したモデルを用いた。波力が最大静止摩擦力 F_s と等しくなる時間を $t=0$ とし、その時点からピークが出現するまでの時間を t_p 、波力の最大値を $F_{\max}$ とすると、波力の時系列は図-2(a)のようになる。ここで、 $F_{\max}$ を次式で与える。

$$F_{\max}=(1+\alpha)F_s\cdots\cdots(1)$$

したがって、 F_s が既知の場合には、波力波形は α と t_p をパラメータとして決定される。 α が大きくなるほど、また t_p が小さくなるほど波力波形は急峻になる。また図-2(b)にはケーソンの滑動の時系列パターン(x :変位、 v :速度)を示している。滑動量の最大値 $x_{\max}$ は、波力のピークより遅れて現れ、一般に波力が静止摩擦力 F_s より小さくなってから滑動が停止する。

一方、ケーソン底面における摩擦力については、クーロン摩擦の表現が適用できるものとし、最大静止摩擦力は $F_s=f_sW$ (W はケーソンの水中重量)、動摩擦力は F_f

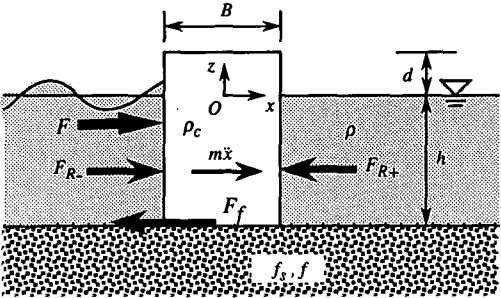


図-1 防波堤直立部に作用する力

* 正会員 工博 豊橋技術科学大学助教授 建設工学系
** 学生会員 豊橋技術科学大学大学院 建設工学系

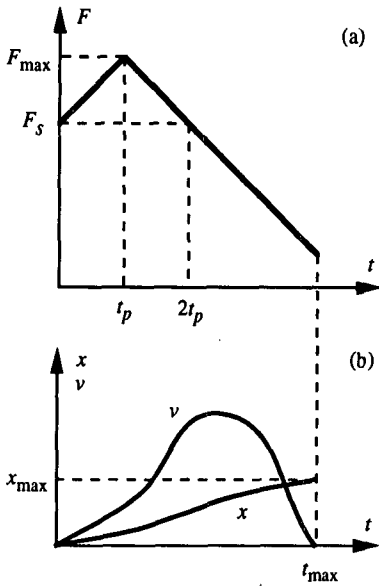


図-2 波力のモデル化と滑動のパターン

$=fW(f \leq f_0)$ と表されるものとした。

(3) 流体反力

a) ラディエーション問題の解と流体力係数

自由表面を有する静止流体中を物体が加速度運動する場合に、物体が流体から受けるポテンシャル流体力としては、付加質量力と造波減衰力がある。これらは、物体の運動が微小でかつその時間変化が正弦的である場合には、線形ポテンシャル理論を用いて解析的・数値的に求めることが可能であり、付加質量、造波減衰係数といった流体力係数を用いて取り扱われる。今回対象とする一定水深上の長方形ケーソンのような単純な形状の物体については、容易に解析解を求めることができる。付加質量 M および造波減衰係数 N について、流体の圧縮性を考慮した式として、次式が得られる (例えば清川 (1986)、萩原 (1986) 等参照)。

$$\frac{M}{\rho h^2} = 4 \sum_{n=s+1}^{\infty} \frac{\sin^2 k_n h}{(\lambda_n h)(k_n h)(\sin k_n h \cos k_n h + k_n h)} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{N}{\rho h^2 \omega} = 4 \left\{ \frac{\sinh^2 kh}{(\lambda h)(kh)(\sinh kh \cosh kh + kh)} + \sum_{n=1}^s \frac{\sin^2 k_n h}{(\lambda_n h)(k_n h)(\sin k_n h \cos k_n h + k_n h)} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 ρ は水の密度、 h は水深、 ω はケーソンの振動の角周波数であり、 k, λ_n, λ'_n については次式で与えられる。

$$\omega^2 h/g = kh \tanh kh = -k_n h \tan k_n h \dots\dots\dots (4)$$

$$\lambda^2 = k^2 + (\omega/c)^2 \dots\dots\dots (5)$$

$$\lambda_n^2 = k_n^2 - (\omega/c)^2 \dots\dots\dots (6)$$

$$\lambda_n^2 = (\omega/c)^2 - k_n^2 \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 c は水中音速であり、 $c = \sqrt{K/\rho}$ (K は水の体積弾性率)で与えられる。また、式(2)、(3)の級数に現れる s は、 $k_n h < \omega h/c$ となる整数 n のうち最大のものを表す。

図-3に、ケーソンの振動周期 $T = 2\pi/\omega$ を用いて表した無次元量 h/gT^2 を横軸にとり、付加質量 M および造波減衰係数 N の変化を示している。図より造波減衰の効果は、水深一定の場合、振動周期の減少とともに著しく小さくなるのがわかる。なお、この図の横軸の範囲では圧縮性の影響はほとんど現れない。流体の圧縮性の影響は、 h/gT^2 が大きい領域で現れ、それは長波の波速 $\sqrt{gh}$ と水中音速 c の比をパラメータとして表すことができる。図-4には $\sqrt{gh}/c$ の増大に伴って付加質量が増大する傾向が示されている。

b) 非定常運動に伴う流体反力の表現とメモリー影響関数

上述したように、付加質量 M と造波減衰係数 N は、ともにケーソンが定常振動している場合にのみ定義され、かつそれらは振動周期の関数として与えられる。ところ

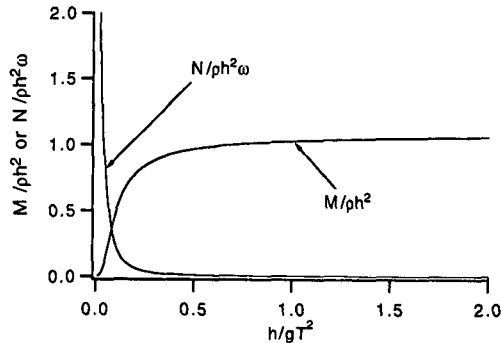


図-3 付加質量および造波減衰係数

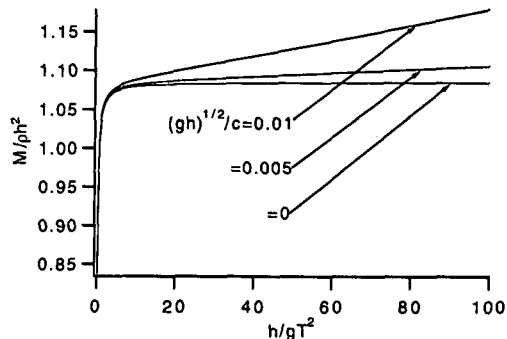


図-4 付加質量に及ぼす圧縮性の影響

がケーソンの滑動は、図-2に示したように単発的であり、定常振動の解をそのまま適用することができない。そこでここでは、Cummins (1962) によって提案され、浮体動揺の解析に用いられているメモリー影響関数を用いて、このような非定常運動に対する流体反力を正確に評価する（例えば土木学会 (1994) 参照）。

メモリー影響関数 $R(t)$ は、時刻 $t=0$ での単位インパルスの運動が、 t 時間後の流体力に与える影響を表したもので、造波減衰係数 N を用いて次式で与えられる。

$$R(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} N(\omega) \cos \omega t d\omega \quad \cdots \cdots (8)$$

このとき、流体反力 F_R は次式で表される。

$$F_R(t) = - \int_0^t R(t-\tau) \ddot{x}(\tau) d\tau - M_{\infty} \ddot{x}(t) \quad \cdots \cdots (9)$$

ここに、 x は静止位置からの滑動変位を表し、ドットは時間微分を表している。また、 M_{∞} は周波数無限大に対応する付加質量である。 M と N は流体の圧縮性を考慮して求めることが望ましいが、 N についてはその影響がほとんどないこと、 M については周波数無限大での挙動がはっきりしないことなどより、今回は圧縮性を無視して以下の計算を行った。式 (2) で、 $s=0$, $\omega \rightarrow \infty$ とすると M の漸近値として次式を得る。

$$M_{\infty} = 1.0855 \rho h^2 \quad \cdots \cdots (10)$$

また、 $R(t)$ については、式 (8) に式 (3) の右辺第一項のみを用いた N を代入し、 $\kappa = kh$ において変形すると次式を得る。

$$R(t) = \frac{4\rho gh}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\tanh^2 \kappa}{\kappa^2} \cos(\sqrt{\kappa \tanh \kappa} \sqrt{g/h} t) d\kappa \quad \cdots \cdots (11)$$

図-5に $R(t)$ を $\sqrt{g/h}t$ の関数として示すが、 $\sqrt{g/h}t$ が 2.0 付近より大きくなると、メモリー影響はほとんどないことがわかる。そこで簡単のために、図中に示した近似式を用いて、 $R(t)$ を次式のように表すことにする。

$$\frac{R(t)}{\rho gh} = \begin{cases} 2.17 - 1.146 \sqrt{g/h} t & (0 \leq \sqrt{g/h} t \leq 1.893) \\ 0 & (1.893 < \sqrt{g/h} t) \end{cases} \quad \cdots \cdots (12)$$

(4) 運動方程式とその解法

a) 付加質量と減衰係数を用いる場合

定数係数として M と N を用いる場合の運動方程式は次式のようになる。

$$(m+M) \ddot{x} + N \dot{x} = F(t) - F_f \quad \cdots \cdots (13)$$

ここに、 m はケーソンの質量、 F_f は動摩擦力である。ただし前述したように、 M と N の決定法が問題である。この解は、 $0 \leq t \leq t_b$ と $t_b \leq t$ の領域の解を $t=t_b$ で接続することにより解析解として求めることができる。最終の滑動量(最大滑動量 $x_{\max}$)は、 $v(=\dot{x})=0$ となる時刻に対す

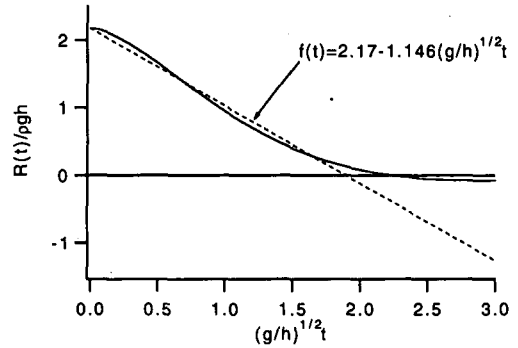


図-5 メモリー影響関数とその近似

る滑動変位として求められる。

b) メモリー影響関数を用いる場合

運動方程式は、式 (9) より次式のようになる。

$$(m+M_{\infty}) \ddot{x} + \int_0^t R(t-\tau) \ddot{x}(\tau) d\tau = F(t) - F_f \quad \cdots \cdots (14)$$

上式に式 (12) を代入して整理すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} (m+M_{\infty}) \ddot{x} + (R_0 - \beta t) \dot{x} - \beta \int_0^t \tau \dot{x}(\tau) d\tau &= F(t) - F_f \quad (0 \leq t \leq t_b) \\ (m+M_{\infty}) \ddot{x} + (R_0 - \beta t) \{x(t) - x(t-t_b)\} &- \beta \int_{t-t_b}^t \tau \dot{x}(\tau) d\tau = F(t) - F_f \quad (t_b \leq t) \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots (15)$$

ただし、 $R_0 = 2.17 \rho gh$, $\beta = 1.146 \sqrt{g/h} \rho gh$, $t_b = 1.893 / \sqrt{g/h}$ においてある。また上式より、 t が十分小さい場合の近似式として次式が得られる。

$$(m+M_{\infty}) \ddot{x} + R_0 x = F(t) - F_f \quad \cdots \cdots (16)$$

上式は、滑動開始後微小時間内では、メモリー影響がバネ定数 R_0 のバネのような働きを示していることを示しており、興味深い。式 (15) は、Runge-Kutta 法を用いて解くことができ、式 (16) については解析解が得られる。

3. 計算例および考察

(1) 計算法の違いによる滑動量の相違

以下の計算では、具体的な数値を得るために、下記の諸元の防波堤を対象とした（図-1 の記号参照）。

$$\rho_c = 2150 \text{ kg/m}^3, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad h = 8 \text{ m}$$

$$B = 6 \text{ m}, \quad d = 2 \text{ m}, \quad f_s = 0.6$$

図-6 は、波力の立ち上がり時間 t_b と最大滑動量 $x_{\max}$ の関係を、 $\alpha=0.1$ の場合について示したものであり、計算法の違いによる最大滑動量の相違を見たものである。ただし、式 (13) を用いる場合には、 M および N を決める代表周期として、 $T=4t_b$ を採用した。また図中には、

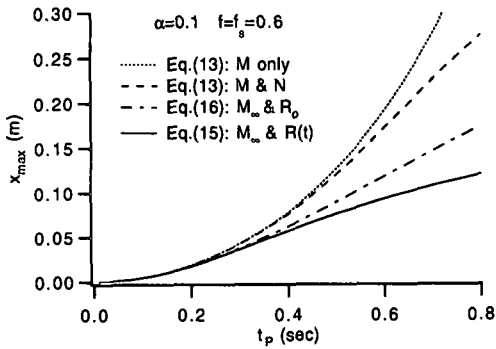


図-6 計算法の違いによる最大滑動量の相違

$N=0$ とした場合の計算結果についても示してある。図より、 t_p が0.3 sec以上になると、式(13)による解は、式(15)を用いた厳密解と比べて滑動量を過大評価しており、 t_p の増大とともにその誤差が大きくなっている。一方、式(16)を用いた解は、 $t_p=0.4$ sec付近まで精度よく計算できているが、やはり t_p の増大とともに精度が悪くなっている。

図-7は、 $t_p=0.5$ のケースについて、式(15)を用いた場合の流体力の時間変化を、メモリー影響関数からの寄与による力と付加質量力（それぞれ式(9)の右辺第1項と第2項に対応）とに分けて、滑動の時系列と対比させて示したものである。図中には、比較のために、得られた時系列から M および N の値 ($T=4t_p$ の値を採用) を用いて求めた付加質量力および造波減衰力を破線で示してある。これより、滑動停止時に造波減衰力はゼロとなるのに対し、メモリー影響は逆に滑動停止時に大きくなっており、これが最終的な滑動量の違いとなって現れるものと推測される。

(2) 波力波形が最大滑動量に及ぼす影響

図-8は、図-6と同様に、波力の立ち上がり時間 t_p の影響を見たものである。容易に予想できるように、波力の最大値が一定の場合には、立ち上がり時間が大きいほど、すなわち最大静止摩擦力を越える波力の作用時間が長いほど最大滑動量は大きくなっている。ただし、 t_p に対する滑動量の増加の割合は一定ではない。波力の最大値の大きさを表す係数 α の影響については、 $f=f_s$ の場合には外力が α に比例する形となり、最大滑動量は α に比例して大きくなる。

(3) 摩擦係数が最大滑動量に及ぼす影響

これまでの計算では、動摩擦係数 f が静止摩擦係数 f_s に等しいものとして取り扱った。ここでは、滑動開始とともに摩擦抵抗が減少する場合、すなわち $f \leq f_s$ の場合について考察する。図-9は、動摩擦係数が0.5から0.6まで変化する場合の最大滑動量を、 t_p をパラメータとし

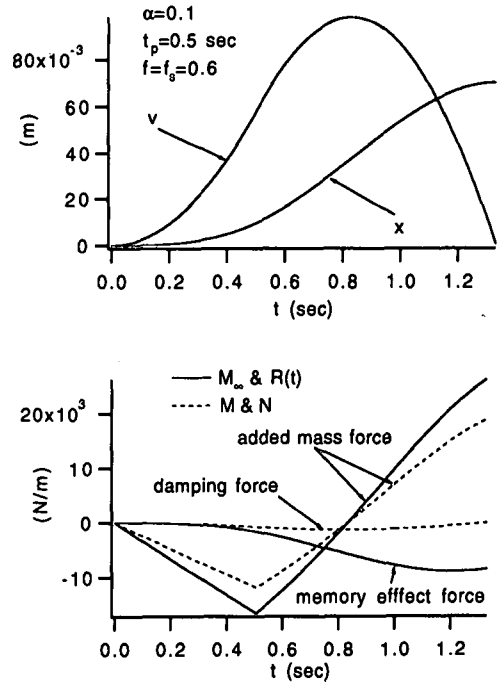


図-7 流体反力の時間変化

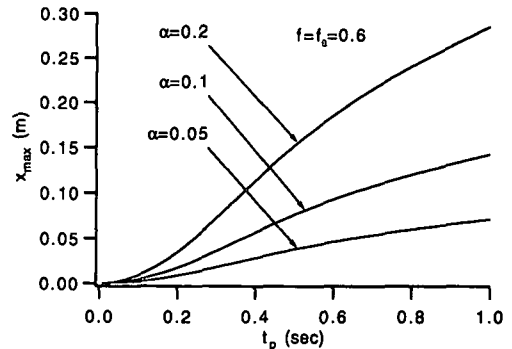


図-8 最大滑動量に及ぼす波力の立ち上がり時間の影響

て示したものである。これより、摩擦係数の減少に伴って滑動量は著しく増大しており、摩擦係数が最大滑動量に及ぼす影響は極めて大きいことがわかる。

図-10は、 $t_p=0.1$ で、 α (波力の最大値) を変化させて最大滑動量の変化を見たものである。動摩擦係数が静止摩擦係数と等しい $f=0.6$ のケースについては、前述したように α に比例して最大滑動量が増大しているのに対し、動摩擦係数が小さい $f=0.55, 0.575$ のケースでは、 α が小さい領域で、 α が小さいほど最大滑動量が大きくなるという逆の傾向を示している。これに伴って、摩擦係数の違いによる最大滑動量の差異は、 α が小さい領域で顕著に現れている。この理由を調べるために、図一

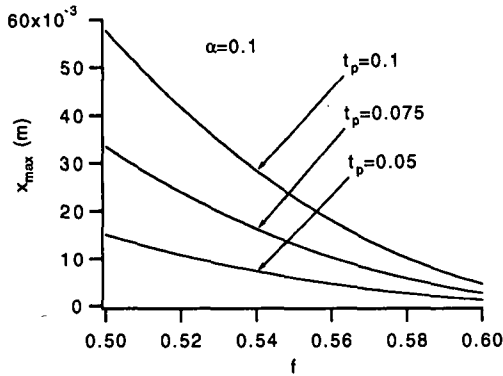


図-9 最大滑動量に及ぼす動摩擦係数の影響

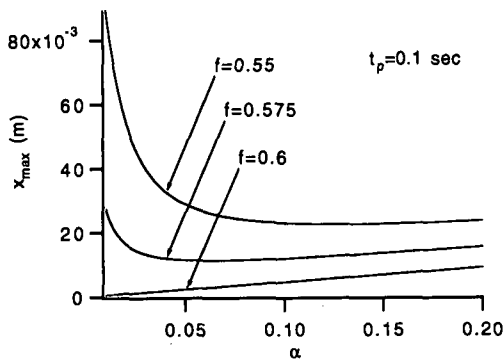


図-10 最大滑動量に及ぼす波力ピークの大きさの影響

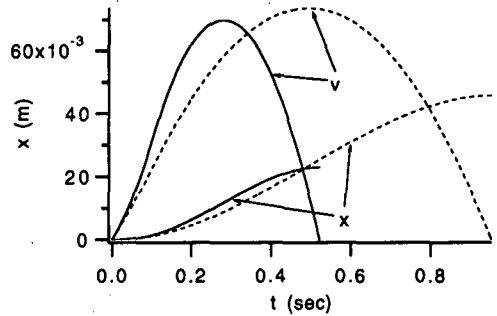
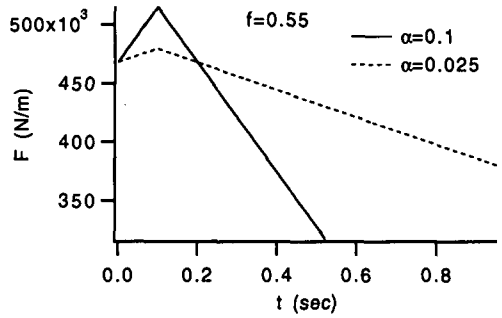


図-11 波力および滑動変位の時系列

11 に波力の時系列と滑動の時系列を、 $\alpha=0.1$ と $\alpha=0.025$ の場合を対比して示す。 α が小さい場合には、波力波形は扁平となり、波力が最大静止摩擦力を下回る $2t_p < t$ では α が大きい場合よりも波力が逆に大きくなるが、動摩擦力（このケースでは $429 \times 10^3 \text{ N/m}$ ）が最大静止摩擦力よりも小さいケースでは、結果的に滑動を促進する波力の作用時間が長い。したがって図に示すように、 α が小さい場合には滑動が停止するまでに要する時間が大きくなり、その結果最大滑動量が増大している。

4. あとがき

本論文では、防波堤直立部の滑動計算を行う際の流体力の取り扱いを詳細に検討するとともに、メモリー影響関数を用いた計算手法を用いて、最大滑動量に及ぼす波力波形の影響や、摩擦係数の影響について論じた。防波堤の破壊時の挙動を解析することによって、静的な釣り合い式を用いている限りはその影響がわからない、波力

の立ち上がり時間や動摩擦係数の重要性が指摘された。特に動摩擦係数が滑動量に及ぼす影響は極めて大きく、摩擦係数の見積誤差の影響を含めて、今後十分に検討する必要がある。本研究は、単純化した数値モデルのみを用いたシミュレーションであり、しかも揚圧力を考慮していないなど、実際の現象をすべて再現しているわけではない。今後は実験的な検証を通して、ケーソンの転倒も含めた防波堤の動的破壊現象を明らかにし、信頼性設計に発展させていきたい。

参考文献

- 伊藤喜行・藤島睦・北谷高雄 (1966): 防波堤の安定性に関する研究, 港研報告, 第5巻14号, 134 p.
- 清川哲志 (1986): 流体の圧縮性を考慮した任意断面防波堤の地震時動水圧理論, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 496-500.
- 下迫健一郎・高橋重雄 (1994): 混成防波堤の期待滑動量の計算法, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 756-760.
- 高山知司 (1989): 信頼性理論による防波堤滑動の安定性に関する検討, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 673-677.
- 土木学会海岸工学委員会 (1994): 海岸波動, 土木学会, 520 p.
- 萩原国宏 (1986): 流体力, 新体系土木工学25, 技報堂出版, pp. 72-77.
- Cummins, W. E. (1962): The impulse response function and ship motions, Schiffstechnik, Bd. 9, Heft 47, pp. 101-109.