

複数の大口径円筒構造物による非線形2次近似回折波理論

真田 武*・岩田好一朗**・水谷法美***

1. はじめに

単一の大口径円筒構造物による非線形2次近似回折波ポテンシャルは、Kriebel (1990)やChau・Taylor (1992)によって解析解の形で求められているが、複数の大口径円筒構造物による非線形2次近似回折散乱波ポテンシャルは未だ求められていないのが現状である。大口径円筒構造物が複数基設置されると各円筒からの回折散乱波どうしの非線形干渉によって、円筒への波の打ち上げ高や作用波力が単円筒の場合より大きくなる可能性があるため、これらの2次の物理量を計算することは構造物の耐波安定設計上、極めて重要となる。そこで、本研究では複数の大口径円筒構造物による非線形2次近似の回折散乱波ポテンシャルを準解析的な形で誘導し、回折散乱波の非線形特性について考究するとともに、水理実験により、その妥当性を検証することを目的とする。

2. 理論解析

図-1に示すように一定水深 d の海域に、中心座標 (X_j, Y_j) 、半径 $a_j(j=1\sim N)$ の N 個の鉛直な円筒が水面から突出して海底に設置されているものとし、入射角 β で波高 H_1 、角周波数 σ の規則波が入射する場合を考える。それぞれの円筒の中心に局所円筒座標系 (r_j, θ_j, z) を設ける。円筒 j と円筒 k の中心間距離を R_{jk} とし、 R_{jk} と x 軸とのなす角をそれぞれ δ_{jk} 、 δ_{kj} とする。

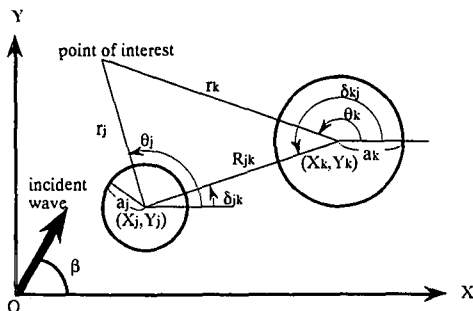


図-1 座標系

2.1 基礎方程式、境界条件

流体運動を非圧縮性完全流体の非回転運動とし、円筒 k 近傍において速度ポテンシャル $\phi^k(r_k, \theta_k, z; t)$ を持つものと仮定する。調和振動を考え、速度ポテンシャル $\phi^k(r_k, \theta_k, z; t)$ を次式のように摂動パラメータ $\varepsilon(=k_1 H_1; k_1$ は1次の入射波ポテンシャルの波数)により2次のオーダーまで摂動展開する。

$$\phi^k(r_k, \theta_k, z; t) = \text{Real}(\varepsilon \phi_1^k(r_k, \theta_k, z) e^{-i\sigma t} + \varepsilon^2 \phi_2^k(r_k, \theta_k, z) e^{-2i\sigma t} + \varepsilon^2 \overline{\phi_2^k}(r_k, \theta_k, z)) \quad (1)$$

ここに、Realは実数部を、 $\overline{\phi_2^k}(r_k, \theta_k, z)$ は定常ポテンシャルを表す。定常ポテンシャルは流速場に対しては定常流速を与えるが2次までの水位変動、圧力、波力、モーメントには寄与しないため、以下では $\phi_2(r, \theta, z)$ は考慮せず $\phi_1^k(r_k, \theta_k, z)$ 、 $\phi_2^k(r_k, \theta_k, z)$ のみを求めることとする。

$\phi_1^k(r_k, \theta_k, z)$ 、 $\phi_2^k(r_k, \theta_k, z)$ は以下の基礎方程式と境界条件を満足する解として与えられる。

・ ε の1次のオーダー：

基礎方程式：

$$\frac{\partial^2 \phi_1^k}{\partial r_k^2} + \frac{1}{r_k} \frac{\partial \phi_1^k}{\partial r_k} + \frac{1}{r_k^2} \frac{\partial^2 \phi_1^k}{\partial \theta_k^2} + \frac{\partial^2 \phi_1^k}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

自由水面境界条件：

$$\frac{\partial \phi_1^k}{\partial z} - \nu \phi_1^k = 0 \quad ; z=0 \quad (3)$$

ここに、 $\nu = \sigma^2/g$ であり沖波相当波数を表す。

底面の不透過条件：

$$\frac{\partial \phi_1^k}{\partial z} = 0 \quad ; z=-d \quad (4)$$

円筒表面の不透過条件：

$$\frac{\partial \phi_1^k}{\partial r_k} = 0 \quad ; r_k = a_k \quad (5)$$

・ ε の2次のオーダー

基礎方程式：

$$\frac{\partial^2 \phi_2^k}{\partial r_k^2} + \frac{1}{r_k} \frac{\partial \phi_2^k}{\partial r_k} + \frac{1}{r_k^2} \frac{\partial^2 \phi_2^k}{\partial \theta_k^2} + \frac{\partial^2 \phi_2^k}{\partial z^2} = 0 \quad (6)$$

自由水面境界条件：

* 正会員 工修 (株)日本港湾コンサルタント 環境部

** 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科

$$\frac{\partial \phi_2^k}{\partial z} - 4\nu \phi_2^k = \frac{i\sigma}{2g} \left\{ 2 \left(\frac{\partial \phi_1^k}{\partial r_k} \right)^2 + \frac{2}{r_k^2} \left(\frac{\partial \phi_1^k}{\partial \theta_k} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \phi_1^k}{\partial z} \right)^2 - \phi_1^k \frac{\partial^2 \phi_1^k}{\partial z^2} + \frac{\sigma^2}{g} \phi_1^k \frac{\partial \phi_1^k}{\partial z} \right\}; z=0 \quad \cdots (7)$$

底面の不透過条件:

$$\frac{\partial \phi_2^k}{\partial z} = 0 \quad ; z = -d \quad \cdots (8)$$

円筒表面の不透過条件:

$$\frac{\partial \phi_2^k}{\partial r_k} = 0 \quad ; r_k = a_k \quad \cdots (9)$$

2.2 線形理論

Linton・Evans (1990) は MacCamy・Fuchs (1954) の単円筒に対する速度ポテンシャルを使って, 複数円筒の円筒 k 周辺の波動場を表す速度ポテンシャルを, 式 (2)~(5) の解として, 次式のように準解析的な形で導いている。

$$\phi_1^k(r_k, \theta_k, z) = -\frac{ig}{2\sigma k_1} \frac{\cosh k_1(z+d)}{\cosh k_1 d} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^k \{ \alpha_m^k H_m^{(1)}(k_1 r_k) - J_m(k_1 r_k) \} e^{im\theta_k} \quad \cdots (10)$$

ここに, k_1 は分散関係式

$$\nu = k_1 \tanh k_1 d \quad \cdots (11)$$

を満たす値であり, α_m^k は次式で与えられる。

$$\alpha_m^k = \frac{J_m'(k_1 a_k)}{H_m^{(1)'}(k_1 a_k)} \quad \cdots (12)$$

また, A_m^k は式 (13) より求まる係数である。

$$A_m^k + \sum_{j=1}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^j a_n^j H_{n-m}^{(1)}(k_1 R_{jk}) e^{i(n-m)\theta_{jk}} = -I_k e^{im(\pi/2-\beta)} \quad \cdots (13)$$

$$(k=1 \sim N, m=-\infty \sim \infty)$$

ここに,

$$I_k = e^{ik_1(X_k \cos \beta + Y_k \sin \beta)} \quad \cdots (14)$$

上式において, J_m は m 次のベッセル関数, $H_m^{(1)}$ は m 次の第 1 種ハンケル関数であり, ' は微分を表す。なお, 式 (10) は $j \neq k$ なる任意の j に対して $r_k < R_{jk} - a_j$ の領域のみ有効である。

計算上, $m = -M \sim M, n = -M \sim M$ の有限個を考えると, 式 (13) は $N \times (2M+1)$ 行, $N \times (2M+1)$ 列の A_m^k に関する次式のような連立 1 次方程式となる。

$$\begin{bmatrix} I & T^{12} & T^{13} & \cdots & T^{1N} \\ T^{21} & I & T^{23} & \cdots & T^{2N} \\ T^{31} & T^{32} & I & \cdots & T^{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T^{N1} & T^{N2} & T^{N3} & \cdots & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^1 \\ A^2 \\ A^3 \\ \vdots \\ A^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b^1 \\ b^2 \\ b^3 \\ \vdots \\ b^N \end{bmatrix} \quad \cdots (15)$$

ここに, T^{kj}, I はマトリクス, A^j, b^k はベクトルであり, 各成分はそれぞれ次式で与えられる。

$$(T^{kj})_{mn} = a_n^j H_{n-m}^{(1)}(k_1 R_{jk}) e^{i(n-m)\theta_{jk}} \quad \cdots (16)$$

$$(I)_{mn} = \begin{cases} 1 & (m=n) \\ 0 & (m \neq n) \end{cases} \quad \cdots (17)$$

$$(A^j)_n = A_n^j \quad \cdots (18)$$

$$(b^k)_m = -I_k e^{im(\pi/2-\beta)} \quad \cdots (19)$$

2.3 非線形理論

式 (10) を水面境界条件式 (7) の右辺に代入し, 円筒関数の微分公式を使って簡潔にまとめ, さらに式 (7) を満たすように水深方向の関数を決めると, 円筒 k 近傍における拘束波の速度ポテンシャル ϕ_{2L}^k は局所座標系 (r_k, θ_k, z) を用いて, 次式のように近似的に表示できる。

$$\phi_{2L}^k(r_k, \theta_k, z) = \frac{ig}{8\sigma} \frac{k_1^2 + \nu^2}{4\nu^3} \frac{\cosh 2k_1(z+d)}{\cosh 2k_1 d} \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{ g_n^{II}(k_1 r_k) + g_n^{HH}(k_1 r_k) + g_n^{HH}(k_1 r_k) \} e^{in\theta_k} \quad \cdots (20)$$

ここに,

$$g_n^{II}(k_1 r_k) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} B_{n,p}^k J_{n-p}(k_1 r_k) J_p(k_1 r_k) \quad \cdots (21)$$

$$B_{n,p}^k = -(A_{n-(p+1)}^k A_{p+1}^k - (3 \tanh^2 k_1 d - 1) \cdot A_{n-p}^k A_p^k + A_{n-(p-1)}^k A_{p-1}^k) \quad \cdots (22)$$

$$g_n^{HH}(k_1 r_k) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} C_{n,p}^k J_{n-p}(k_1 r_k) H_p^{(1)}(k_1 r_k) \quad \cdots (23)$$

$$C_{n,p}^k = 2 \{ A_{n-(p+1)}^k A_{p+1}^k - (3 \tanh^2 k_1 d - 1) A_{n-p}^k A_p^k + A_{n-(p-1)}^k A_{p-1}^k \} \quad \cdots (24)$$

$$g_n^{HH}(k_1 r_k) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} D_{n,p}^k H_{n-p}^{(1)}(k_1 r_k) H_p^{(1)}(k_1 r_k) \quad \cdots (25)$$

$$D_{n,p}^k = -(A_{n-(p+1)}^k A_{n-(p+1)}^k A_{p+1}^k A_{p+1}^k - (3 \tanh^2 k_1 d - 1) A_{n-p}^k A_{n-p}^k A_p^k A_p^k + A_{n-(p-1)}^k A_{n-(p-1)}^k A_{p-1}^k A_{p-1}^k) \quad \cdots (26)$$

この拘束波の速度ポテンシャルは基礎方程式 (6) を完全には満たさないが, 近似的には充分妥当であることが単円筒を対象とした村上 (1993) の研究によって明らかにされている。また, 真田 (1995) は単円筒による非線形 2 次近似の速度ポテンシャルの厳密解を新たに誘導し, 上記のように近似的に表した拘束波の速度ポテンシャルの妥当性を確認している。

また, 円筒 k における局所座標系 (r_k, θ_k, z) を用いて, 自由波の速度ポテンシャルを次式で表すことができる。

$$\phi_{2F}^k(r_k, \theta_k, z) = \frac{ig}{8\sigma} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[Z_0 \frac{\cosh k_2(z+d)}{\cosh k_2 d} E_{n,0}^k H_n^{(1)}(k_2 r_k) + \sum_{l=1}^{\infty} Z_l \frac{\cos k_{2l}(z+d)}{\cos k_{2l} d} E_{n,l}^k K_n(k_{2l} r_k) \right] e^{in\theta_k} \quad \cdots (27)$$

ここに, K_n は第 2 種変形ベッセル関数で, $E_{n,0}^k, E_{n,l}^k$ は円

筒表面の不透過条件より求まる値である。 k_2 と k_{2l} は

$$4\nu = k_2 \tanh(k_2 d) = -k_{2l} \tan(k_{2l} d) \quad \dots\dots\dots (28)$$

を満たす正根で、 Z_0 と Z_l は以下の式で与えられる。

$$Z_0 = -\frac{k_1^2 + \nu^2}{4\nu^3} \frac{\cosh k_2 d}{\cosh 2k_1 d} \frac{Z_{1,2}}{Z_{2,2}} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$Z_l = -\frac{k_1^2 + \nu^2}{4\nu^3} \frac{\cos k_{2l} d}{\cosh 2k_1 d} \frac{\bar{Z}_{1,l}}{\bar{Z}_{l,l}} \quad \dots\dots\dots (30)$$

ここに、

$$\begin{aligned} Z_{1,2} &= \int_{-d}^0 \cosh 2k_1(z+d) \cosh k_2(z+d) dz \\ &= \frac{2k_1 \sinh 2k_1 d \cdot \cosh k_2 d - k_2 \cosh 2k_1 d \cdot \sinh k_2 d}{4k_1^2 - k_2^2} \quad \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

$$Z_{2,2} = \int_{-d}^0 \{\cosh k_2(z+d)\}^2 dz = \frac{\sinh 2k_2 d + 2k_2 d}{4k_2} \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{1,l} &= \int_{-d}^0 \cosh 2k_1(z+d) \cos k_{2l}(z+d) dz \\ &= \frac{2k_1 \sinh 2k_1 d \cdot \cos k_{2l} d + k_{2l} \cosh 2k_1 d \cdot \sin k_{2l} d}{4k_1^2 + k_{2l}^2} \quad \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

$$\bar{Z}_{l,l} = \int_{-d}^0 \{\cos k_{2l}(z+d)\}^2 dz = \frac{\sin 2k_{2l} d + 2k_{2l} d}{4k_{2l}} \quad \dots\dots\dots (34)$$

Graf の加法定理を使うと、

$$\begin{aligned} e^{i\theta_j} H_n^{(1)}(k_2 r_j) \\ = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{n-m}^{(1)}(k_2 R_{jk}) J_m(k_2 r_k) e^{i(n-m)\theta_{jk}} e^{im\theta_k} \quad \dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e^{i\theta_j} K_n(k_{2l} r_j) \\ = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m K_{n-m}(k_{2l} R_{jk}) I_m(k_{2l} r_k) e^{i(n-m)\theta_{jk}} e^{im\theta_k} \quad \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

となるから、円筒 j からの自由波の速度ポテンシャル ϕ_{jF} を円筒 k における局所座標系 (r_k, θ_k, z) を用いて表すと次式となる。

$$\begin{aligned} \phi_{jF}(r_k, \theta_k, z) &= \frac{ig}{8\sigma} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \\ &\cdot \left[Z_0 \frac{\cosh k_2(z+d)}{\cosh k_2 d} E_{n,0}^{(1)} H_{n-m}^{(1)}(k_2 R_{jk}) J_m(k_2 r_k) \right. \\ &+ \sum_{l=1}^{\infty} Z_l \frac{\cos k_{2l}(z+d)}{\cos k_{2l} d} E_{n,l}^{(1)} (-1)^m K_{n-m}(k_{2l} R_{jk}) I_m(k_{2l} r_k) \left. \right] \\ &\times e^{i(n-m)\theta_{jk}} e^{im\theta_k} \quad \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

ここに、 I_n は第1種変形ベッセル関数であり、 $r_k < R_{jk}$ の制約条件が加わる。

円筒 k における局所座標系 (r_k, θ_k, z) を用いた全速度ポテンシャル $\phi_{2F}(r_k, \theta_k, z)$ は拘束波の速度ポテンシャル ϕ_{2L}^k (式 (20))、円筒 k からの自由波の速度ポテンシャル

ϕ_{2F}^k (式 (27))、隣接する円筒 j からの自由波の速度ポテンシャル $\phi_{2F}^j (j=1, 2, \dots, N; j \neq k)$ (式 (37)) の和として次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \phi_{2F}^k(r_k, \theta_k, z) &= \phi_{2L}^k + \phi_{2F}^k + \sum_{j=1 \neq k}^N \phi_{2F}^j \\ &= \frac{ig}{8\sigma} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[\frac{k_1^2 + \nu^2}{4\nu^3} \frac{\cosh 2k_1(z+d)}{\cosh 2k_1 d} \right. \\ &\cdot \{g_m^H(k_1 r_k) + g_m^H(k_1 r_k) + g_m^{HH}(k_1 r_k)\} \\ &+ Z_0 \frac{\cosh k_2(z+d)}{\cosh k_2 d} E_{m,0}^k H_m^{(1)}(k_2 r_k) \\ &+ \sum_{l=1}^{\infty} Z_l \frac{\cos k_{2l}(z+d)}{\cos k_{2l} d} E_{m,l}^k K_m(k_{2l} r_k) \\ &+ \sum_{j=1 \neq k}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ Z_0 \frac{\cosh k_2(z+d)}{\cosh k_2 d} \right. \\ &\cdot E_{n,0}^j H_{n-m}^{(1)}(k_2 R_{jk}) J_m(k_2 r_k) \\ &+ \sum_{l=1}^{\infty} Z_l \frac{\cos k_{2l}(z+d)}{\cos k_{2l} d} \\ &\cdot E_{n,l}^j (-1)^m K_{n-m}(k_{2l} R_{jk}) I_m(k_{2l} r_k) \left. \right\} e^{i(n-m)\theta_{jk}} \left. \right] e^{im\theta_k} \quad \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

円筒 k 表面の不透過条件式 (9) に式 (38) を代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{k_1^2 + \nu^2}{4\nu^3} \frac{\cosh 2k_1(z+d)}{\cosh 2k_1 d} G_m^k \\ + Z_0 \frac{\cosh k_2(z+d)}{\cosh k_2 d} E_{m,0}^k H_m^{(1)}(k_2 a_k) \\ + \sum_{l=1}^{\infty} Z_l \frac{\cos k_{2l}(z+d)}{\cos k_{2l} d} E_{m,l}^k K_m(k_{2l} a_k) \\ + \sum_{j=1 \neq k}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ Z_0 \frac{\cosh k_2(z+d)}{\cosh k_2 d} \right. \\ \cdot E_{n,0}^j H_{n-m}^{(1)}(k_2 R_{jk}) J_m(k_2 a_k) \\ + \sum_{l=1}^{\infty} Z_l \frac{\cos k_{2l}(z+d)}{\cos k_{2l} d} \\ \cdot E_{n,l}^j (-1)^m K_{n-m}(k_{2l} R_{jk}) I_m(k_{2l} a_k) \left. \right\} e^{i(n-m)\theta_{jk}} = 0 \quad \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} G_m^k &= \frac{\partial}{\partial r_k} \{g_m^H(k_1 r_k) + g_m^H(k_1 r_k) + g_m^{HH}(k_1 r_k)\} \Big|_{r_k=a_k} \\ &= k_1 \sum_{p=-\infty}^{\infty} [B_{m,p}^k \{J_{m-p}(k_1 a_k) J_p(k_1 a_k) \\ &\quad + J_{m-p}(k_1 a_k) J_p(k_1 a_k)\} \\ &\quad + C_{m,p}^k \{J_{m-p}(k_1 a_k) H_p^{(1)}(k_1 a_k) \\ &\quad + J_{m-p}(k_1 a_k) H_p^{(1)}(k_1 a_k)\} \\ &\quad + D_{m,p}^k \{H_{m-p}^{(1)}(k_1 a_k) H_p^{(1)}(k_1 a_k) \\ &\quad + H_{m-p}^{(1)}(k_1 a_k) H_p^{(1)}(k_1 a_k)\} \quad \dots\dots\dots (40) \end{aligned}$$

式 (39) に $\cosh k_2(z+d)$ 、 $\cos k_{2l}(z+d)$ の直交性を用いると、式 (29)~(34) より、以下の2つの式が得られる。

$$E_{m,0}^k + \sum_{j=1 \neq k}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{n,0}^j H_{n-m}^{(1)}(k_2 R_{jk}) e^{i(n-m)\theta_{jk}} \cdot \frac{J_m(k_2 a_k)}{H_m^{(1)'}(k_2 a_k)} = \frac{G_m^k}{k_2 H_m^{(1)'}(k_2 a_k)} \dots\dots\dots (41)$$

$$E_{m,l}^k + \sum_{j=1 \neq k}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{n,l}^j (-1)^m K_{n-m}(k_2 l R_{jk}) e^{i(n-m)\theta_{jk}} \cdot \frac{I_m(k_2 l a_k)}{K_m(k_2 l a_k)} = \frac{G_m^k}{k_2 l K_m(k_2 l a_k)} \quad (l=1, 2, 3, \dots) \dots (42)$$

式(41), (42)において, 計算上 $m = -M \sim M$, $n = -M \sim M$, $l = 1 \sim L$ とすると, $N \times (2M+1)$ 元の $E_{n,l}^j$ に関する以下のような連立1次方程式が $L+1$ 個得られる.

$$\begin{bmatrix} I & T_l^{12} & T_l^{13} & \dots & T_l^{1N} \\ T_l^{21} & I & T_l^{23} & \dots & T_l^{2N} \\ T_l^{31} & T_l^{32} & I & \dots & T_l^{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_l^{N1} & T_l^{N2} & T_l^{N3} & \dots & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_l^1 \\ E_l^2 \\ E_l^3 \\ \vdots \\ E_l^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_l^1 \\ b_l^2 \\ b_l^3 \\ \vdots \\ b_l^N \end{bmatrix} \dots (43)$$

ここに, T_l^{kj} , I はマトリクス, E_l^j , b_l^j はベクトルであり, 各成分はそれぞれ次式で表せられる.

$$(T_l^{kj})_{mn} = \begin{cases} H_{n-m}^{(1)}(k_2 R_{jk}) \cdot e^{i(n-m)\theta_{jk}} \frac{J_m(k_2 a_k)}{H_m^{(1)'}(k_2 a_k)} & (l=0) \\ (-1)^m K_{n-m}(k_2 l R_{jk}) \cdot e^{i(n-m)\theta_{jk}} \frac{I_m(k_2 l a_k)}{K_m(k_2 l a_k)} & (l \neq 0) \end{cases} \dots (44)$$

$$(I)_{mn} = \begin{cases} 1 & (m=n) \\ 0 & (m \neq n) \end{cases} \dots\dots\dots (45)$$

$$(E_l^j)_n = \begin{cases} E_{n,0}^j & (l=0) \\ E_{n,l}^j & (l \neq 0) \end{cases} \dots\dots\dots (46)$$

$$(b_l^j)_m = \begin{cases} G_m^j / (k_2 H_m^{(1)'}(k_2 a_k)) & (l=0) \\ G_m^j / (k_2 l K_m(k_2 l a_k)) & (l \neq 0) \end{cases} \dots\dots\dots (47)$$

式(41)と式(42)を使用すると, 式(38)は次式のよう簡単に式に変形できる.

$$\phi_2^k(r_k, \theta_k, z) = \frac{ig}{8\sigma} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[\frac{k_1^2 + \nu^2}{4\nu^3} \frac{\cosh 2k_1(z+d)}{\cosh 2k_1 d} \cdot \{g_m^{II}(k_1 r_k) + g_m^{IH}(k_1 r_k) + g_m^{HH}(k_1 r_k)\} + Z_0 \frac{\cosh k_2(z+d)}{\cosh k_2 d} \left\{ E_{m,0}^k H_m^{(1)}(k_2 r_k) + \left(\frac{G_m^k}{k_2} - E_{m,0}^k H_m^{(1)'}(k_2 a_k) \right) \frac{J_m(k_2 r_k)}{J_m(k_2 a_k)} \right\} + \sum_{l=1}^L Z_l \frac{\cos k_{2l}(z+d)}{\cos k_{2l} d} \left\{ E_{m,l}^k K_m(k_{2l} r_k) + \left(\frac{G_m^k}{k_{2l}} - E_{m,l}^k K_m(k_{2l} a_k) \right) \frac{I_m(k_{2l} r_k)}{I_m(k_{2l} a_k)} \right\} \right] e^{im\theta_k} \dots\dots (48)$$

但し, 上式は $j \neq k$ なる任意の j に対して $r_k < R_{jk} - a_j$ の領域にのみ有効である.

式(48)の計算において, フーリエ級数項の個数は5~10個程度とれば十分収束した解が得られることを確か

めている. したがって, 式(43)はたかだか $(2 \times 10 + 1) \times N$ 元程度の連立1次方程式となるため, 本計算方法はかなり効率の良い手法であると言える.

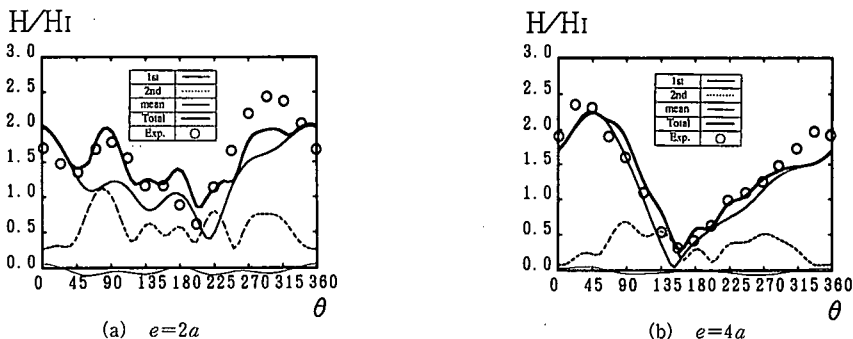
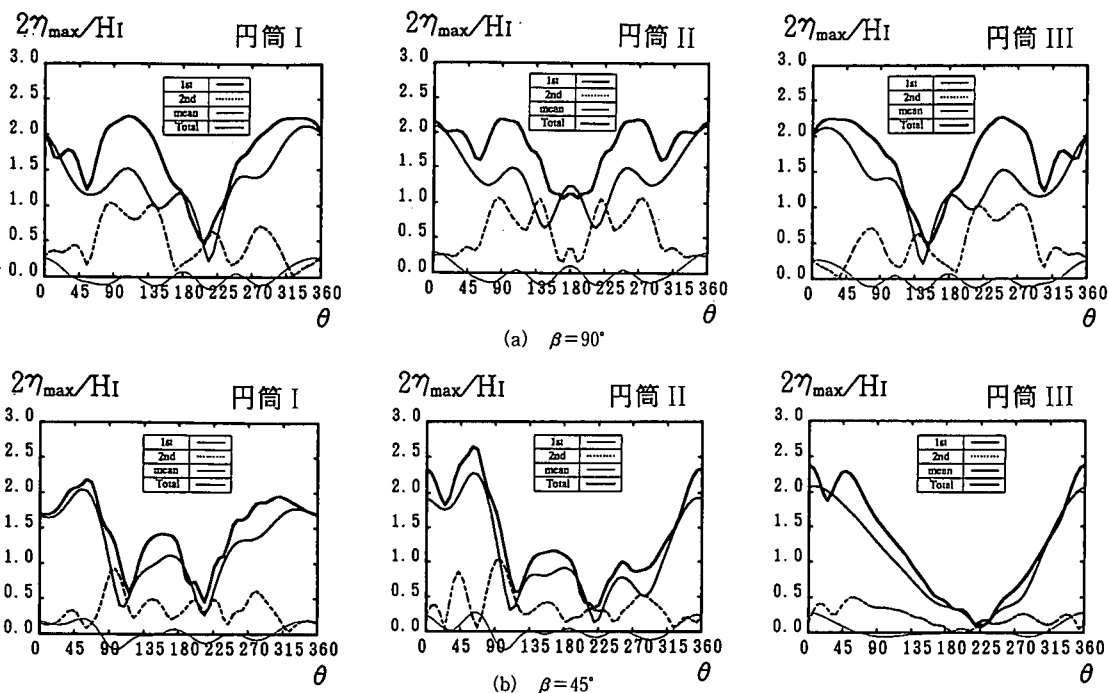
3. 水理実験

名古屋大学工学部土木工学科の平面波浪水槽(長さ30×幅8×深さ0.6m)を用いて水理実験を行った(岩田ら, 1994). 水深 d を20cm, 周期 T を1.4sec, 入射波高 H_l を5.82cm, 波の入射角 β を90°で一定に保ち, 半径 a が45cmの円筒二基を, 円筒の外壁間の距離 e を $2a$ と $4a$ になるよう2種類変化させて設置した. 円筒周囲を16点で, 円筒の外壁から3cmの地点での水位変動を電気容量式水位計で計測した.

4. 実験結果, 計算結果とその考察

図-2は図-1における x 軸上に設置した半径の等しい2基の円筒構造物周りの無次元波高分布を示したものである. Π は合田(1983)による非線形性の程度を表すパラメーターである. なお, 両図とも岸に向かって左側の円筒に対する結果である. 図中の実線が1次オーダー, 点線が2次オーダー, 細実線が平均水位, 太実線がTotal(1次+2次+平均水位), ○印が実験値である. また, 角度 θ は図-1と異なり, 現象を理解しやすくするために, 入射波が最初に円筒に当たった点から反時計周りに正となるようにとっている. 両図とも円筒の斜め後方 $\theta = 315^\circ$ 前後で実験値が計算値を多少上回っている. これは, 今回の実験条件の $\Pi = 0.15$ は入射波に対してはストークスの3次近似理論の適用範囲であるため回折散乱波も3次成分が有意な大きさになったためと考えられる. しかしながら, 計算値と実験値との対応は全般的に良く, 本理論の妥当性が示されたといえよう.

次に, 半径 a の等しい3つの円筒が図-1の x 軸上に等間隔 e で設置されている場合を考える. 図-3は各円筒周りの無次元波峰高分布を示した一例であり, 角度 θ の取り方は図-2と同様である. また, 岸に向かって左から円筒I, II, IIIと呼ぶこととする. この図から, 斜め入射の場合より直角入射の場合の方が非線形性が大きく現れることがわかる. また, 本論では図示していないが, 円筒間隔が小さくなるに従って非線形性が大きくなることも確認している. この様に, 円筒が複数基設置された場合, 波の方向, あるいは構造物の配列によっては非線形性の影響が大きく現れて波の打ち上げ高が線形理論より大きくなり, したがって作用波力も大きくなることが充分予想される. したがって, 円筒構造物が複数基設置された場合の波の構造物への打ち上げ高や作用波力を算定するには非線形理論の適用が必要であることがわかる.

図-2 円筒周りの波高分布 ($k_1a=1.548$, $d/a=0.444$, $\beta=90^\circ$, $\Pi=0.15$)図-3 円筒周りの波峰高分布 ($k_1a=2.00$, $d/a=1.0$, $\Pi=0.10$, $e=a$)

5. おわりに

本論では円筒まわりの波高、波峰高を取り扱ったが、円筒に作用する波力も容易に計算することができる。今後、複数の円筒構造物に作用する波力の非線形特性についても議論していく所存である。

参考文献

- 岩田好一朗・水谷法美・富田孝史・他 (1994): 波により構造物周辺地盤に加わるせん断力に関する研究, (財)名古屋産業科学研究所, 23 p.
- 合田良実 (1983): 波浪の非線形性とその記述パラメーター, 第30回海岸工学講演会論文集, pp. 39-43.
- 真田 武 (1995): 大口徑円筒構造物による非線形2次近似回折波理論, 名古屋大学工学研究科修士論文, 57 p.
- 村上啓介・吉田明徳・入江 功 (1993): 任意断面形状の鉛直柱体の波の非線形干渉解析, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 846-850.
- Chau, F. P. and R. Eatock Taylor (1992): Second order wave diffraction by a vertical cylinder, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 240, pp. 571-599.
- Kriebel, D. L. (1990): Nonlinear wave interaction with a vertical circular cylinder, Part I: Diffraction theory, Ocean Engineering, Vol. 17, No. 4, pp. 345-377.
- Linton, C. M. and D. V. Evans (1990): The interaction of waves with arrays of vertical circular cylinders, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 215, pp. 549-569.
- MacCamy, R. C. and R. A. Fuchs (1954): Wave forces on piles; a diffraction theory, Tech. Memo., No. 69, Beach Erosion Board, pp. 1-17.