

海震の3次元伝播特性

清 川 哲 志*

1. はじめに

洋上を航行中の船舶が海底で発生した地震の衝撃を受ける海震(seaquakes)という現象があり、船殻が曲がる等の大きな被害を受けた事例もいくつか報告されている(浜村, 1987)。海震の特徴として、震源から数百キロメートル遠方までも伝播し、船舶等に被害を与えること、まるで海底に乗り上げたように表現されるように、応答運動が高振動数であること、等をあげることができる。

現在までのところ、海洋構造物が海震の被害を受けたという報告はないが、Hoveら(1983)は、石油生産プラットフォーム等の海洋構造物も海震によって損傷を受ける可能性があることを初めて指摘した。Baba(1987)は海震現象を速度ポテンシャル理論によって定式化し、海底面上の波源が鉛直運動をしているものとして圧力伝播を計算した。しかし、その計算結果によると、圧力強度は波源域を離れると急激に減衰しており、海震が遠方まで伝播するという事実を説明できなかった。また、Iwasaki(1988)は海震を水中を伝播する音波による衝撃と考え、1次元非定常解析モデルによって解析を行っている。海震を音波であるとした点は、その後の研究からも明らかにされており、高く評価できるが、このモデルでは自由表面と海底面との間で生じる多重反射の影響が無視されている等の問題がある。一方、清川・稲田(1989)は、これと独立に流体の圧縮性によって生じる進行波成分(すなわち音波)に着目し、海震を圧縮性流体中の流体運動として定式化した。この研究で重要なことは、海震の発生条件を明らかにした点である。すなわち、海底面が振動すれば必ず海震が発生するわけではなく、大水深と高振動数という組み合わせによって初めて海震が発生することを明らかにした。その後、清川(1990)は、清川・稲田(1989)の海震モデルを基に、海震による浮体の応答運動を計算で求め、報告されているように高振動数の応答が得られることを示した。これらの研究によって、海震現象そのものの理解はほぼ十分となったが、鉛直2次元モデルのため、発生した海震は減衰することなく無

限遠方まで伝播するなど、設計にそのまま取り入れるには無理がある。そこで、本論文では3次元理論を導き、3次元現象としての海震の特性について数値計算に基づいて検討する。また、海震によって生じる動水圧を比較的簡便に求められる近似式を示す。

2. 解析理論

(1) 解析法の概要

図-1に示すように一定水深 h の海域があり、この海底面上に幅 B 、長さ L の矩形形状の波源(例えば断層)があるものとする。そして、海震はこの波源の振動による流体運動とそれに伴う圧力伝播であるとしてモデル化する。座標系は、静水面上に x, y 軸、鉛直上向きに z 軸をとって定義する。流体は非粘性でかつその運動は非回転とするが、圧縮性を考慮する。このとき流体運動は速度ポテンシャルによって記述でき、ここではそれを周波数領域で解析することとし、 $\phi(x, y, z)e^{-i\omega t}$ とおく。ここで、 ω は角振動数、 i は虚数単位($=\sqrt{-1}$)、 t は時間である。

このとき問題は速度ポテンシャルの空間部分 $\phi(x, y, z)$ に関する境界値問題として定式化される。この境界値問題を解くにあたって、まず点源による解であるグリーン関数を求める。圧縮性流体中での波動のグリーン関数は、地震時動水圧解析のために中村ら(1992)によっても導かれているが、自由表面上での表面波の発生が考慮されていない。地震波のフーリエスペクトルを見るとわかるように、一般に数秒から時には10秒を越える長周期成分にもかなりのエネルギーを持っており、それが表面波を発生させることになる。したがって、海震による構

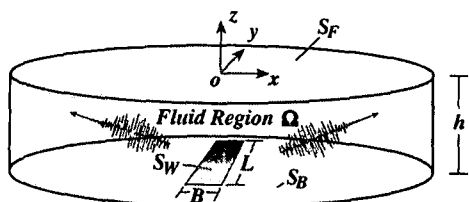


図-1 海震の波源と記号および座標系の定義

造物の応答を精度よく予測するためには、表面波としてどれだけ伝達されるかも見積る必要がある。そこで、圧縮性による進行波成分の他に表面波成分も考慮してグリーン関数を導く。次に、波源の鉛直変位はその水平スケールに比べて十分に小さいと仮定し（通常、水平スケール数十キロメートル以上に対し、鉛直変位は高々数メートル）、海底面と同一水平面内にある波源が鉛直に振動しているものとして速度ポテンシャルに関する積分表示式を求める。この積分表示式は、上記仮定の下での厳密解であるが、被積分関数はハンケル関数等の特殊関数を含んでおり、解析的に積分するのは困難である。そこで、表面波成分に関しては波長に比較して積分領域が大きいため、漸近展開を用い、それを積分した。また、圧縮性進行波成分に関しては、波長が長い場合積分領域を分割して和分に置き換えた。減衰散乱項（evanescent mode）は波源から離れると指数関数的に減衰するため無視した。

以上により、海震の速度ポテンシャルに関する近似式が得られる。この近似式は通常高々数項程度の有限個の項から成っており、比較的簡便に動水圧の周波数伝達関数を求めることができる。さらに、地震動に対応する動水圧の時刻歴等の時間領域の解は、得られた周波数伝達関数と地震動のフーリエスペクトルの積、すなわちフーリエ応答スペクトルをフーリエ逆変換することによって簡単に求められる。

(2) 基礎方程式と境界条件

速度ポテンシャルの空間部分 $\phi(x, y, z)$ は、次の境界値問題の解として求められる。

$$L[\phi] = 0 \quad (\text{in } \Omega) \quad \cdots \cdots (1)$$

$$\partial\phi/\partial z - \nu\phi = 0 \quad (\nu \equiv \omega^2/g) \quad (\text{on } S_F) \quad \cdots \cdots (2)$$

$$\partial\phi/\partial z = 0 \quad (\text{on } S_B) \quad \cdots \cdots (3)$$

$$\partial\phi/\partial z = V_0 \quad (\text{on } S_w) \quad \cdots \cdots (4)$$

ここに、 $L[\]$: 3次元 Helmholtz 演算子 ($\equiv \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2 + \omega^2/c^2$)、 c : 水中音速、 V_0 : 波源の振動速度振幅。

式(1)は流体領域 Ω 内部で圧縮性流体が満足すべき支配方程式で、3次元 Helmholtz 方程式、式(2)は自由表面 S_F 上で表面波が満足すべき運動学的・力学的条件、式(3)は海底面 S_B における不透過条件、式(4)は波源面 S_w における波源と流体の連続条件である。 $\phi(x, y, z)$ はこれらの他に無限遠方では外向きの進行波成分しか存在し得ないという放射条件を満足する必要がある。

(3) グリーン関数

この問題のグリーン関数 G として、次の境界値問題を満足する関数を選ぶ。

$$L[G] = -\delta(x-\xi)\delta(y-\eta)\delta(z-\zeta) \quad (\text{in } \Omega) \quad \cdots (5)$$

$$\partial G/\partial z - \nu G = 0 \quad (\text{on } S_F) \quad \cdots \cdots (6)$$

$$\partial G/\partial z = 0 \quad (\text{on } S_B \cup S_w) \quad \cdots \cdots (7)$$

ここに、 δ : ディラックのデルタ関数、 (ξ, η, ζ) : Ω 内の一点を示すパラメータ。

境界条件(6)、(7)を満足する固有関数列 $z_n(z)$ ($n=0, 1, \dots$) は、正規化すると次式で表される。

$$z_n(z) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2k_0^2}{h(k_0^2 - \nu^2) + \nu}} \frac{\cosh k_0(h+z)}{\cosh k_0 h} & (n=0) \\ \sqrt{\frac{2k_n^2}{h(k_n^2 + \nu^2) - \nu}} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} & (n=1, 2, \dots) \end{cases} \quad \cdots \cdots (8)$$

ただし、 k_0 : 波数、 k_n ($n=1, 2, \dots, k_1 < k_2 < \dots$) : 固有値で、次式の実正根として求められる。

$$k_0 \tanh k_0 h = -k_n \tan k_n h = \nu \quad \cdots \cdots (9)$$

一方、よく知られているように、式(8)で示した固有関数列は完全直交関数列であるので、任意の関数をこれで展開することができる。 $\delta(z-\zeta)$ を展開すると次式が得られる。

$$\delta(z-\zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} z_n(\zeta) z_n(z) \quad \cdots \cdots (10)$$

これに対応してグリーン関数を次のような形に置く。

$$G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} g_n(x, y; \xi, \eta) z_n(\zeta) z_n(z) \quad \cdots \cdots (11)$$

式(10)、(11)を基礎方程式(5)に代入し、整理すると、 $g_n(x, y; \xi, \eta)$ に関する次の偏微分方程式を得る。

$$\frac{\partial^2 g_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g_n}{\partial y^2} + \lambda_n^2 g_n = -\delta(x-\xi)\delta(y-\eta) \quad \cdots \cdots (12)$$

ここに、 λ_n は式の煩雑さを避けるために導入したパラメータで、次式によって定義される。

$$\lambda_n^2 \equiv \omega^2/c^2 \pm k_n^2 \quad \cdots \cdots (13)$$

ただし、複号は $n=0$ のとき正、 $n \neq 0$ のとき負をとるものとする。

式(12)の解は2次元 Helmholtz 方程式の主要解で、時間ファクタ $\exp(-i\omega t)$ に対して放射条件を満足するものは、よく知られているように、次式で表される。

$$g_n(x, y; \xi, \eta) = (i/4) H_0^{(1)}(\lambda_n R) \quad (R = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}) \quad \cdots \cdots (14)$$

ここに、 $H_0^{(1)}$: 第一種0次のハンケル関数。

パラメータ λ_n の定義式の右辺が負となる場合には、 λ_n は虚数となるので $\lambda_n = i\lambda'_n$ と置くと次式が得られる。

$$g_n(x, y; \xi, \eta) = (i/4) H_0^{(1)}(i\lambda'_n R) = (1/2\pi) K_0(\lambda'_n R) \quad \cdots \cdots (15)$$

ここに、 K_0 : 第2種0次の変形ベッセル関数。

以上の結果を式(11)に代入し、若干の計算をするとグリーン関数が次式のように求められる。

$$\begin{aligned}
 G = & \frac{i(k_0^2 - \nu^2)}{2\{h(k_0^2 - \nu^2) + \nu\}} \cosh k_0(h + \zeta) \\
 & \cdot \cosh k_0(h + z) H_0^{(1)}(\lambda_0 R) \\
 & + \sum_{n=1}^s \frac{i(k_n^2 - \nu^2)}{2\{h(k_n^2 - \nu^2) - \nu\}} \\
 & \cdot \cos k_n(h + \zeta) \cos k_n(h + z) H_0^{(1)}(\lambda_n R) \\
 & + \sum_{n=s+1}^{\infty} \frac{(k_n^2 - \nu^2)}{\pi\{h(k_n^2 - \nu^2) - \nu\}} \\
 & \cdot \cos k_n(h + \zeta) \cos k_n(h + z) K_0(\lambda_n R) \quad \cdots \cdots (16)
 \end{aligned}$$

ただし、 s は式 (13) の右辺を正とする最大の整数 n 。

(4) 海震の速度ポテンシャル

速度ポテンシャルおよびグリーン関数に対し、拡張されたグリーンの定理を流体領域に適用する。そして、式 (1)～(7) および放射条件を考慮すると、海震の速度ポテンシャルの積分表示式が次のように求められる。

$$\phi(\xi, \eta, \zeta) = -V_0 \iint_{S_w} G(x, y, -h; \xi, \eta, \zeta) dx dy \quad \cdots \cdots (17)$$

これは、境界値問題 (1)～(4) に対する厳密解である。ここで、観測点 (ξ, η, ζ) が波源から十分離れていると仮

定すると、グリーン関数 (16) の右辺第 3 項中の変形ベッセル関数は R の増大に伴って指数関数的に減少するから無視できる。また、ハンケル関数も漸近表示できるので、結局次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 \frac{\phi(\xi, \eta, \zeta)}{-V_0} = & i \frac{(k_0^2 - \nu^2)}{2\{h(k_0^2 - \nu^2) + \nu\}} I_0(\xi, \eta) \cosh k_0(h + \zeta) \\
 & + \sum_{n=1}^s \frac{i(k_n^2 + \nu^2)}{2\{h(k_n^2 + \nu^2) - \nu\}} I_n(\xi, \eta) \\
 & \cdot \cos k_n(h + \zeta) \quad \cdots \cdots (18)
 \end{aligned}$$

ここに、 $I_n(\xi, \eta) (n=0, 1, \cdots, s)$ は次式で定義される ξ と η の関数である。

$$I_n(\xi, \eta) = \iint_{S_w} \sqrt{\frac{2}{\pi \lambda_n R}} e^{i(\lambda_n R - \pi/4)} dx dy \quad \cdots \cdots (19)$$

この積分は、波源を要素に分割し、和分に置き換えて数値積分すればよい。以上により、海震の速度ポテンシャルが得られる。

式 (18) の右辺第 1 項が表面波成分、第 2 項の級数部分が圧縮性進行波成分を表している。圧縮性進行波成分の発生個数は、水深と振動数の組み合わせによって決まり、水深が深いほど、また振動数が高いほど多い (清川

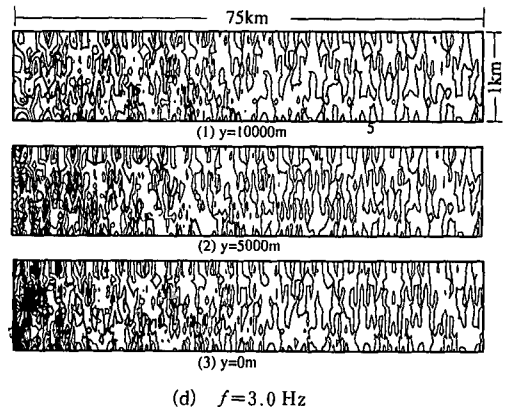
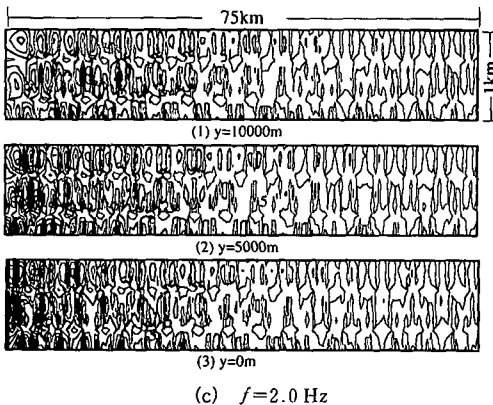
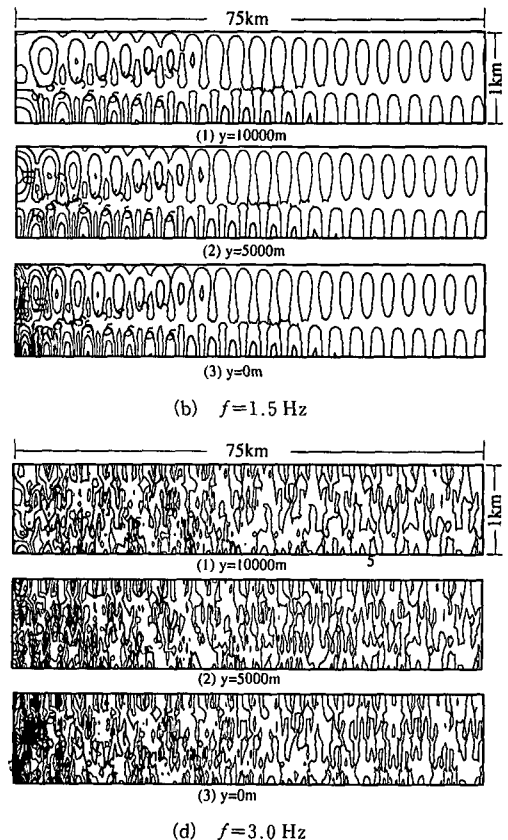
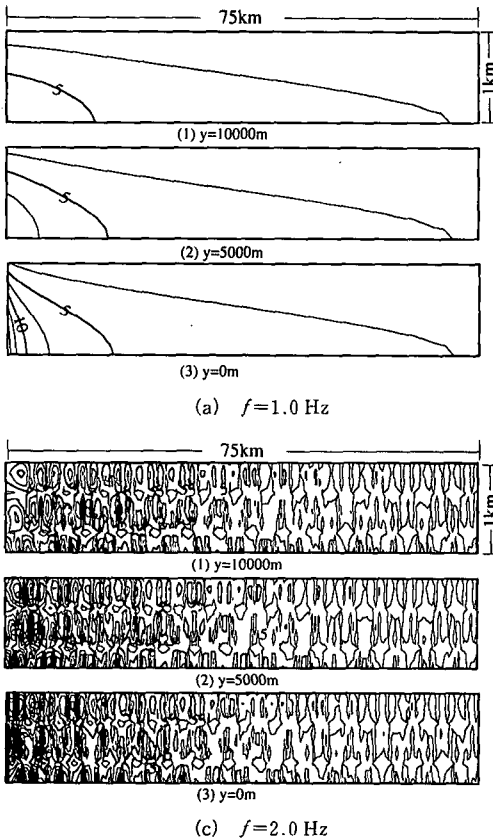


図-2 動水圧の鉛直分布の場所および振動数による比較

ら, 1989).

動水圧は線形化したベルヌイの定理から簡単に求められ, 単位加速度 ($=1\text{ m/s}^2=100\text{ gal}$) に対して, 式 (18) の右辺と同じになる。

3. 数値計算と考察

(1) 動水圧の分布特性

水深 h を 1000 m, 波源の幅 B を 1 km, 長さ L を 20 km と仮定し, 波源の振動加速度を単位加速度としたときの動水圧の分布を x - z 面に平行な鉛直断面 ($y=0\text{ km}, 5\text{ km}, 10\text{ km}$) について示したのが図-2 である。図中 (a)~(d) は, それぞれ振動数が 1.0 Hz, 1.5 Hz, 2.0 Hz, 3.0 Hz の場合で, 圧縮性進行波成分が 1~4 個発生した場合に対応している。

波源は図の左端部下であり, 動水圧分布は波源の右端部から 75 km について示してある (縦横比は 1:1 ではないので注意が必要)。図からわかるように, 進行波成分の発生が 1 個の場合の (a) のケースでは, 波源の中心に近いほど, また水深が深いほど動水圧が大きいという単純な分布であるが, (b)~(d) に見られるように, 発生する進行波成分が多くなるにつれ, 複数の波の干渉効果により, 圧力分布が複雑になっている。海震の伝播過程に

おける 3 次元性がよくわかる。

図-3 は, 図-2 と同じ計算結果を動水圧の水平分布について示したものである。対称性を考慮し, x - y 面に平行な対象領域面の第 4 象限の部分について示してある。したがって, 各図の上端が x 軸であり, 波源は左端にある。 x 軸方向には波源の右端部から 75 km, y 軸方向には中心から 10 km (したがって, 中心から波源端部まで) の範囲を示している。(a)~(d) 中の各図は, -500 m, -1000 m に対応している。図より, 動水圧の水平分布は, いずれも中心で最も大きく, 外に向けて放射状に広がるような性状を持っていることがわかる。(b)~(d) では, やはり複数の波の干渉効果により, ピークが現れており, それが中心から離れるに従って徐々に減衰している。図-2 で示した鉛直分布が上下方向に複雑に変化しているのと比較すると, 水平分布は放射状に広がりながら減衰する。これは, 式 (18), (19) を見ればわかるように, 海震のポテンシャルの水平構造は式 (19) で規定されており, この被積分関数が波源からの距離の増加に反比例して減衰するためである。それぞれの成分波は波長が異なるため, 干渉によって場所により振幅の大きいところと小さいところができるが, 各成分波は距離の増加によって減衰するため, 図-3 のような結果が得られる訳であ

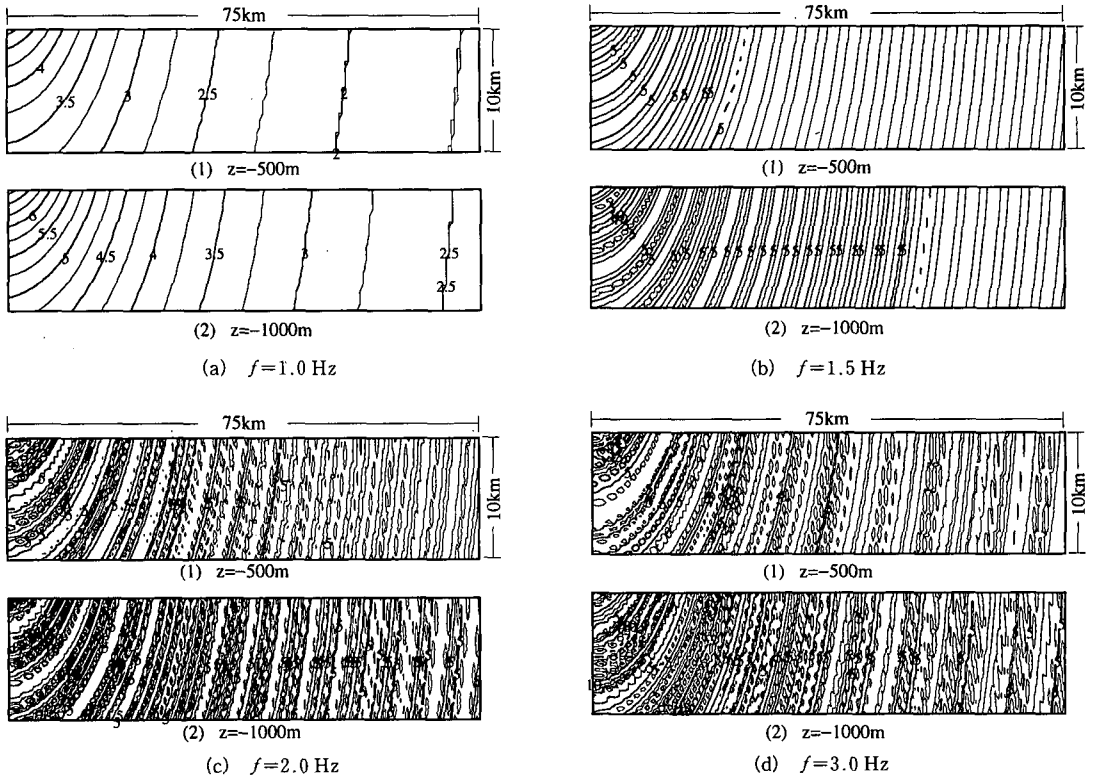


図-3 動水圧の水平分布の水深および振動数による比較

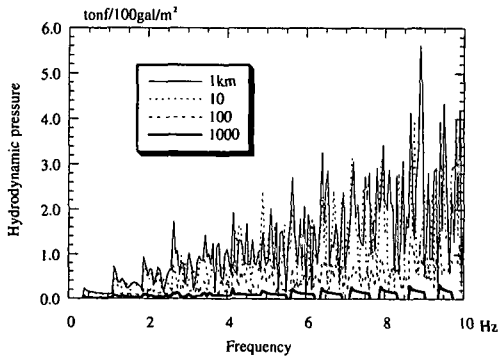


図-4 海震による動水圧の振動数特性

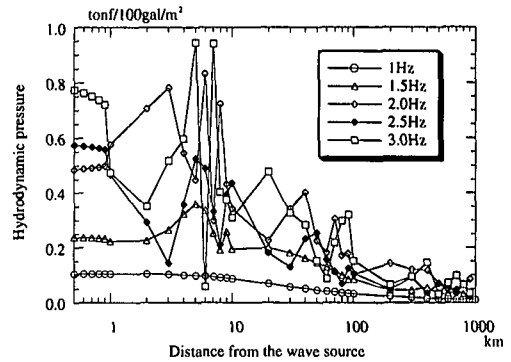


図-5 海震による動水圧の距離減衰

る。

図-2 および図-3 より、海震の伝播過程における3次元性がよくわかる。特に、2次元理論では発生した海震は減衰することなく無限遠方まで伝播するが、3次元理論では放射に伴う減衰があるため、設計には3次元性を考慮する必要がある。

(2) 振動数特性

図-4 に動水圧の振動数特性の一例を示す。図は横軸に振動数、縦軸に単位加速度 ($=1\text{ m/s}^2=100\text{ gal}$) に対する動水圧をとってある。また、観測点による違いを示すため、図中に示したように、波源中心からの距離をパラメータとした。なお、観測点はいずれも x 軸の真下、水深 10 m の位置に配している。図より、高振動成分ほど伝わり易いことがわかる。また、観測位置により特性が大きく異なることがわかる。

(3) 距離減衰

次に、波源から遠ざかることによる動水圧の減少、すなわち海震の距離減衰について述べる。図-5 は、横軸に波源中心からの水平距離、縦軸に図-4 と同様に単位加速度 ($=1\text{ m/s}^2=100\text{ gal}$) に対する水深 10 m の位置での動水圧をとって、種々の振動数に対する距離減衰の様子を示したものである。やはり、 x 軸の真下に観測点を配している。図から、いずれも 10 km を過ぎた辺りからピーク値が減少していることがわかる。また、高振動成分ほど、遠方まで伝播することがわかる。特に重要なことは、波源中心から数百キロメートル離れた地点でも、まだ伝わっていることである。これは海震について報告されている事実、すなわち海震は遠方まで伝播し、高振動数で揺れる現象である(浜村, 1986)ということと一致する結果である。

4. 結 語

本論文では、圧縮性流体中の3次元波動のグリーン関数を表面波の発生を考慮して導き、それを用いて海震の

速度ポテンシャルの3次元理論による近似式を求めた。

この近似式を用いることにより、比較的簡便に海震によって構造物表面に発生する動水圧の値を知ることができる。本研究では、これを用いた数値計算により、海震の3次元伝播特性を調べた。この結果、海震は、鉛直方向には複雑な構造を持ちながら、水平方向には放射状に伝播し、波源から遠ざかるにつれて減衰することが示された。本論文で示した計算例によれば、幅 1 km、長さ 20 km の波源によって発生した海震は、数百キロメートルは仮に伝播し得ることが示された。また同時に、高振動成分ほど遠方まで伝わり易いことも示された。これらは、従来から報告されている事実と一致する。

以上により、海震現象そのものについては、その3次元伝播特性を含め、ほぼ解明できたと思う。今後は、さらに種々の条件化における海震の諸特性を把握するとともに、著者が示してきた海震の理論を実測によって確かめたいと思っている。

参 考 文 献

- 清川哲志・稲田 裕 (1989): Seaquakesの発生メカニズムについて, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 734-738.
- 清川哲志 (1992): 海震による浮体の高振動数動揺について, 海岸工学論文集, 第39巻(2), pp. 816-820.
- 中村孝明・田中良弘・元良勇太郎 (1992): 3次元任意形状海洋構造物の地震応答解析, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 701-05.
- 浜村健治 (1986): 海上は免震か?—海震の調査—, 船の科学, Vol. 40, pp. 58-61.
- 松岡一祥 (1988): 浮遊式構造物の免震性, 日本造船学会誌, 第706号, pp. 12-18.
- Baba, E. (1987): A study on the effect of seaquakes on a floating body, 日本造船学会論文集, 162号, pp. 90-98.
- Hove, K., P. B. Selnes and H. Bungum (1983): Seaquakes: A potential threat to offshore structures, Symp. Behaviour of Off-Shore Structures, Vol. 2, pp. 561-571.
- Iwasaki S. (1988): Vibration problem of offshore structures, Technical report, Ed. International marine science and technology, pp. 111-112.