

鉛直加速度を考慮した地震時動水圧の評価

泉 宮 尊 司*・田 辺 剛**

1. 緒 論

近年、釧路沖地震、北海道南西沖地震および兵庫県南部地震のように、沿岸域近傍または直下型の大きな地震により、海岸保全施設や港湾施設などが大きな被害を受けるようになった。このような構造物の被害は、設計震度を越える震動によるものが殆どであると考えられるが、鉛直震動が大きかったことも被害を大きくした一因ではないかと推測される。一般に海岸構造物の設計には、水平振動による地震力は考慮されているが、鉛直振動による影響は考慮されておらず、地震時の動水圧の評価には、水平振動のみによる Westergaard の近似式が設計に用いられてきた。しかしながら、上述のような陸地に近い所で発生する大きな地震の場合には、鉛直振動も大きく、この成分の影響を無視することができない。

そこで本研究では、水平振動とともに鉛直振動も同時に生じる場合について、地震時動水圧の理論解を求め、鉛直加速度の動水圧に与える影響について詳細に調べることを目的とした。また、実際の設計に用いやすいように、鉛直加速度を考慮した動水圧の近似式を提案し、厳密解と比較して近似式の精度を検証する。

2. 基礎方程式と境界条件

地震時動水圧に関する理論的研究は、Westergaard (1933) により始められ、ダムに作用する動水圧の級数解および近似式が提案された。この近似式は、動水圧の評価の際に現在でも用いられている。畑野 (1949) は、Westergaard (1933) の解の不備を修正すべく、自由表面境界条件と放射条件を満たす解を求めている。近年では、海洋構造物に作用する地震時動水圧を評価するために、田中 (1983) および清川 (1984, 1985) らによって、Helmholtz 方程式を用いた解析が行われるようになった。しかしながら、これらの研究では水平地震動のみを考慮した評価法であり、鉛直振動が同時に加わった時の動水圧については評価されていない。

そこで本研究では、水平振動と鉛直振動とが同時に生

じる場合について、流体の圧縮性と重力の影響も考慮した以下の基礎方程式 (泉宮ら, 1995) を用いて理論解を求めることにした。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - C_s^2 \nabla^2 \phi + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \cdots \cdots (1)$$

ここに、 ϕ は速度ポテンシャル、 C_s は流体中の音速、 t は時間、 z は水面を原点に取った鉛直座標、 g は重力加速度である。境界条件は、自由水面 ($z=0$)、構造物側面上 ($x=0$) および海底面上 ($z=-h$) で次式で与えられる。

$$\phi_{tt} + g\phi_z = 0, \quad z=0, \quad 0 \leq x \leq \infty \quad \cdots \cdots (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = V_H e^{i\omega t}, \quad x=0, \quad -h \leq z \leq 0 \quad \cdots \cdots (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = V_V e^{i\omega t}, \quad z=-h, \quad 0 \leq x \leq \infty \quad \cdots \cdots (4)$$

ここに、 ω は角振動数であり、 V_H および V_V は、水平および鉛直振動の速度振幅であり、振動主軸と x 軸とのなす角度を θ 、振動加速度を ag とすると次式で表せる。

$$V_H = (ag/\omega) \cos \theta, \quad V_V = (ag/\omega) \sin \theta \quad \cdots \cdots (5)$$

基礎方程式 (1) および境界条件がそれぞれ線形であるので、水平振動による速度ポテンシャル ϕ_H と鉛直振動による成分 ϕ_V との分離・合成が可能である。したがって、速度ポテンシャル ϕ を次式のように表すことにする。

$$\phi = \phi_H + \phi_V \quad \cdots \cdots (6)$$

式 (6) を式 (1) に代入し、それぞれの速度ポテンシャルが次式を満たすものとする。

$$\frac{\partial^2 \phi_H}{\partial t^2} - C_s^2 \nabla^2 \phi_H + g \frac{\partial \phi_H}{\partial z} = 0 \quad \cdots \cdots (7)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_V}{\partial t^2} - C_s^2 \nabla^2 \phi_V + g \frac{\partial \phi_V}{\partial z} = 0 \quad \cdots \cdots (8)$$

境界条件については、次式のように設定すると式 (2) から式 (4) が満たされることになる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_{H,tt} + g\phi_{H,z} &= 0, \quad \phi_{V,tt} + g\phi_{V,z} = 0 \\ z &= 0, \quad 0 \leq x \leq \infty \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \phi_H}{\partial x} &= V_H e^{i\omega t}, \quad \frac{\partial \phi_V}{\partial x} = 0 \\ x &= 0, \quad -h \leq z \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots (10)$$

* 正会員 工博 新潟大学助教授 工学部建設学科
 ** 工修 鹿島建設

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \phi_H}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \phi_V}{\partial z} = V_{ve} e^{i\omega t} \\ z = -h, \quad 0 \leq x \leq \infty \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

式(7)および式(8)には、重力 g を含む項があるが、

$$\phi(x, z, t) = \phi(x, z) e^{gz/2C_s^2} e^{i\omega t} \dots\dots\dots (12)$$

と変換すると、次の Helmholtz 方程式が得られる。

$$\nabla^2 \phi_i + [k^2 - g^2/4C_s^2] \phi_i = 0, \quad (i = H, V) \dots\dots\dots (13)$$

境界条件についても、微小項を省略すると水平振動による速度ポテンシャル ϕ_H については、従来より得られている解の形を利用することができる。

なお、重力の影響については、式(1)からでは余り明確には分らないが、式(12)のように変換すると、式(13)が得られるので、両式よりその影響が十分に小さいことが容易に分かる。

3. 鉛直振動が加わった場合の動水圧の理論解

鉛直振動による成分 ϕ_V については、境界条件式(9)から(11)まで満たす解を求める必要があるが、式(12)の関係を直接に境界条件に代入すると、厳密には第3種境界値問題となる。しかしながら、 $gz/2C_s^2$ の値が十分に小さいので、境界条件については、この関数の微分値は無視して考えることにする。ここで、

$$\phi_V = X(x)Z(z)e^{i\omega t} = \hat{\phi}_V e^{i\omega t} \dots\dots\dots (14)$$

とおくと、境界条件(11)より

$$X(x)Z'(-h) = V_V = \text{const.} \dots\dots\dots (15)$$

なる関係が成立することになる。境界条件式(10)を満たし、かつ半無限領域の任意の x に対して成立するためには、 $X(x)$ は定数でなければならない。したがって、 $\hat{\phi}_V$ は z のみの関数となり、理論解は容易に求められる。

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_V = \frac{V_V}{k} \left\{ \frac{k_V \cos kh - (\omega^2/g) \sin kh}{k_V \sin kh + (\omega^2/g) \cos kh} \cos k(h+z) \right. \\ \left. + \sin k(h+z) \right\} \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここに、 $k = \omega/C_s$ である。構造物に働く動水圧 p は

$$p = -\rho \phi_t = -\rho(\phi_{H,t} + \phi_{V,t}) \dots\dots\dots (17)$$

で与えられる。動水圧の振幅を $\bar{p}$ とすると、理論解は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \bar{p} = -i\omega\rho \left\{ \frac{4V_H}{k_{c,o}} \frac{\sinh 2k_o h}{2k_o h + \sinh 2k_o h} \sin k_{c,o} x \cosh k_o(z+h) \right. \\ \left. + \sum_{m=r+1}^{\infty} \frac{4V_H}{k_{c,m}} \frac{\sin 2k_m h}{2k_m h + \sin 2k_m h} \cos k_m(z+h) e^{-k_{c,m} x} \right\} \\ + \frac{V_V}{k} \left\{ \frac{k \cos kh - (\omega^2/g) \sin kh}{k \sin kh + (\omega^2/g) \cos kh} \cos k(h+z) \right. \\ \left. + \sin k(h+z) \right\} \exp(gz/2C_s^2) \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

ここに、 $k_{c,o}$ および $k_{c,m}$ は、

$$k_{c,o}^2 = k_o^2 + \omega^2/C_s^2 - g^2/4C_s^2 \dots\dots\dots (19)$$

$$k_{c,m}^2 = k_m^2 - (\omega^2/C_s^2 - g^2/4C_s^2) \dots\dots\dots (20)$$

$$k_o \tanh k_o h = \omega^2/g, \quad k_m \tan k_m h = -\omega^2/g \dots\dots\dots (21)$$

である。 r は、 $\omega^2/C_s^2 - g^2/4C_s^2 > k_m^2$ を満たす最大の整数 m の値を示す。

4. 水平および斜め振動時の動水圧の比較

鉛直加速度を考慮した時、動水圧がどのように変化するかを詳しく調べるために、地盤加速度を 98 gal, 196 gal, 392 gal および 588 gal の 4 ケース、振動周期を 0.2 s, 0.5 s および 1.0 s の 3 ケース、水深は 10 m, 20 m, 30 m および 50 m の 4 ケースを設定し、合計 48 ケースの計算を行った。

図-1 は、水平および斜め振動加速度が 392 gal の時の最大動水圧の分布を示している。このケースの振動周期は 0.5 s で、水深は 30 m である。水平振動のみの場合には、最大動水圧が海底面上でおよそ 9000 (N/m²) であるが、水平振動と鉛直振動が同時に同じ大きさで生じる 45° の場合には、同じく海底面上で 15000 (N/m²) の動水圧が発生している。この値は、水平振動のみの場合と比べて、1.5 倍を超える大きさである。一方、水深が 10 m 以浅の所では、1.0 から 1.2 倍の大きさとなっている。鉛直振動が同時に起きる時に海底面上で動水圧が大きくなるのは、構造物側面から発生する圧力波と海底面上から発生するそれとが重合するからではないかと推測される。

図-2 は、同じく振動加速度が 98 gal で周期が 1.0 s、水深が 20 m の時の最大動水圧を示したものである。最大動水圧の値は、図-1 のケースよりもかなり小さくなっているが、海底面上では水平振動のみの場合と比べておよそ 1.5 倍の値となっている。

鉛直加速度の動水圧に与える影響を詳しく調べるために、水平と鉛直の合成加速度の値を一定に保って、振動方向を変化させて最大動水圧を算定した。その結果を図-3 および図-4 に示す。この図において、破線が水平振動のみの時の動水圧を示し、斜め振動 90° の場合が鉛直振動のみの動水圧を示している。これらの図より、合成加速度の値を一定に保った場合、斜め 45° の時、動水圧の分布がおよそ最大となることが分かる。このことは、他のケースについても言えることが確認された。なお、鉛直振動のみの場合、最大動水圧の分布が三角形となっており、近似的には鉛直加速度の増加による流体の単位体積重量の増分だけの静水圧が働いている結果となっている。この事実、動水圧の近似式を作成する際に用いられている。

5. 動水圧の近似式とその適用範囲

これまで見てきたように、鉛直振動が同時に加わると最大動水圧が大きくなり、およそ 45° の向きで振動する時最大となることが明かとなった。最大動水圧を簡便に推

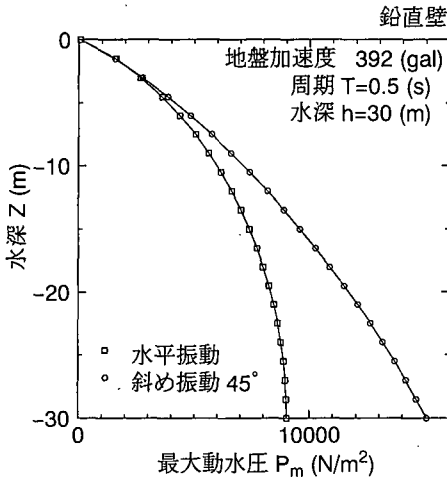


図-1 水平および斜め振動時の動水圧 (1)

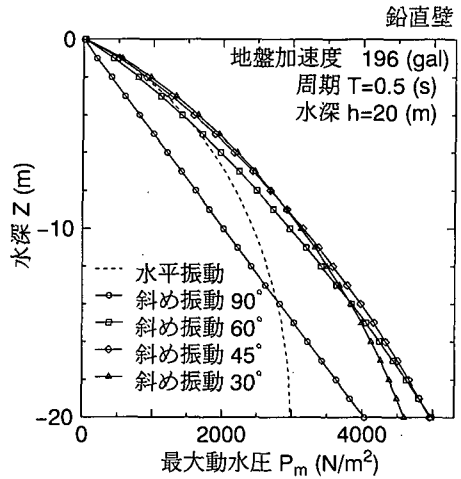


図-4 振動方向による最大動水圧の分布 (2)

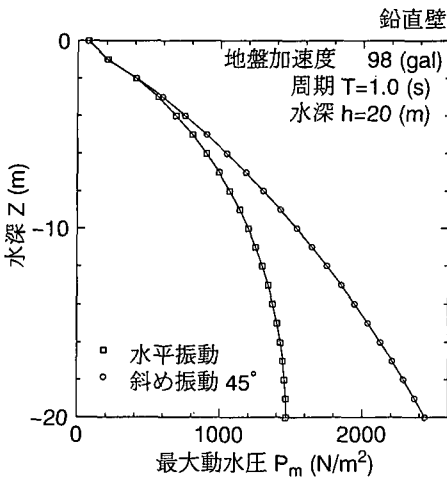


図-2 水平および斜め振動時の動水圧 (2)

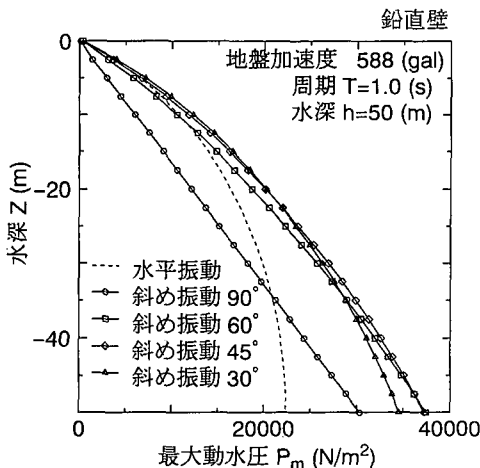


図-3 振動方向による最大動水圧の分布 (1)

定する公式を求めるために、上記の事実と Westergaard (1933) の近似式を参考にして、以下の近似式を試行錯誤で求めた。

$$p_m(z) = \frac{7}{8} \rho g (1 + k_v) k_H \sqrt{h} z + 1.1 \rho g k_v z \quad \dots (22)$$

ここに、 $p_m(z)$ は最大動水圧、 k_H および k_v は水平および鉛直震度 (重力加速度 g で無次元化した値)、 z は深さ、 h は水深である。上式において、 $k_v = 0$ とすると、Westergaard (1933) による近似式と一致し、 $k_H = 0$ とすると、動水圧の分布は三角形となる。

提案された近似式の適合性を検討するために、理論解と比較した結果が図-5 である。これらの図において、実線および破線などの曲線群が近似式による値を示し、記号で表しているものが厳密解を示している。全体的な傾向はおよそ一致していると言えるが、近似値の方がやや大きな値となっている。このことは、水平振動のみの Westergaard の近似式についても言えることで、海底面上でおよそ 2 割程度大きくなっている。

近似式の精度と適用限界を調べるために、海底面上の最大動水圧の近似値と理論値の比と水深と圧縮波の波長との比 ($\kappa = h/C_s T$) と比較することにした。図-6 は、その結果を示したものである。これらの図より、近似式の精度が κ の値に対して単調に変化していることや、 κ の値が十分に小さい (0.05 以下) の時は、近似式の方が約 2 割程度大きく、鉛直振動のみの場合では約 1 程度大きいことが分かる。また、水深と圧縮波の波長との比が大きくなるにつれて、近似式による値が相対的に小さくなることも図から読み取れる。このことは、 κ の値が大きくなるほど、すなわち水深が相対的に大きくなる場合には、鉛直モード波形の影響が現れるためであると考えられる。

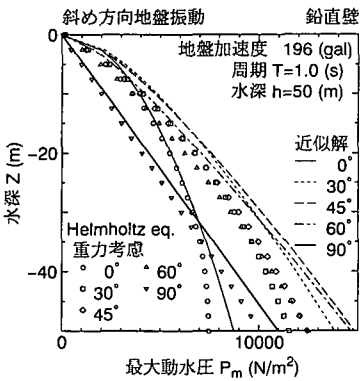
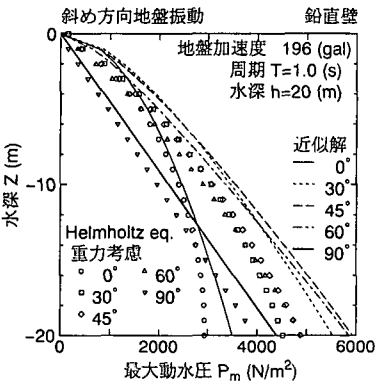
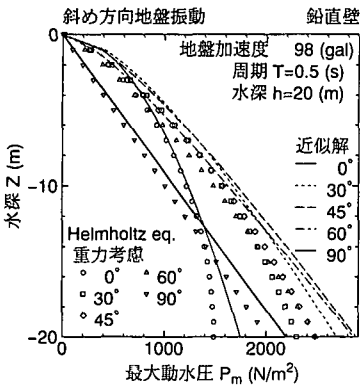
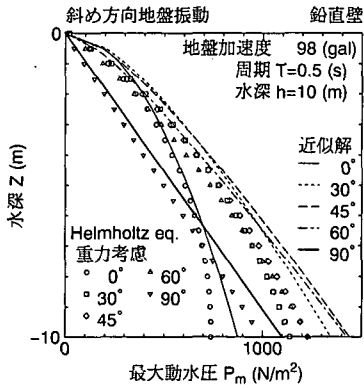
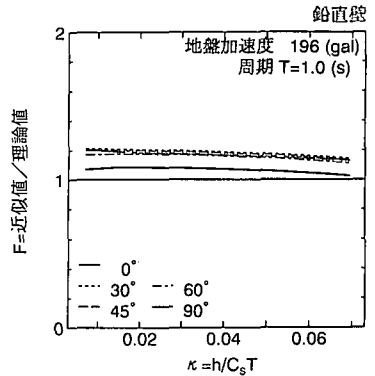
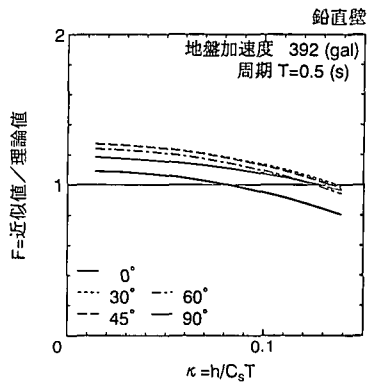
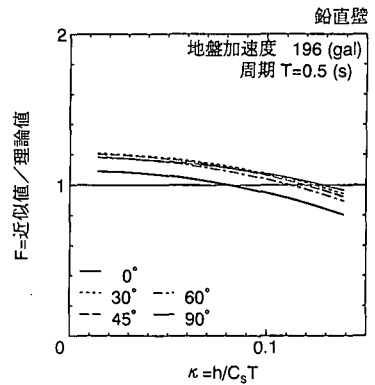
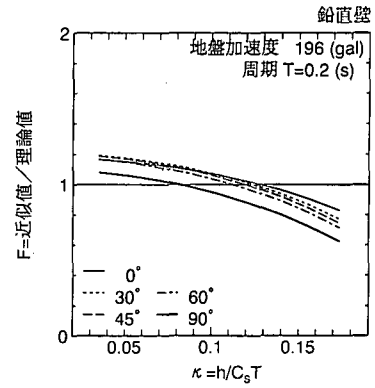


図-5 理論解と近似解との比較

図-6 近似式の精度と $\kappa = h/C_s T$ との関係

これらの図より近似式の適用範囲は、およそ $\kappa = h/C_s T \leq 0.1$ であると言える。この適用範囲は、振動周期が 1 s の時、水深が約 140 m までの水深に適用でき、周期が 0.5 s の時、水深が約 70 m までの範囲であり、現実的にも十分に広い範囲で適用できることを意味している。また、この適用範囲においては、鉛直加速度は流体の単位体積重量を増したような働きをすることも、式 (22) の関係からも推測される。

なお近似式 (22) は、正弦振動を仮定した厳密解よりも、海底面上で 2 割程度大きな値を与えることもあるが、実際の地震動は複雑であり、様々な速度および加速度波形を持った振動が生じる可能性があるために、Westergaard の近似式と同程度の余裕を取っている。

6. 結 論

本研究では、これまで水平振動と同時に考慮されることのなかった鉛直振動を考慮して、地震時動水圧を評価した。動水圧の理論的解析においては、圧縮性および重力の影響も考慮した線形の基礎方程式を用い、水平振動による速度ポテンシャルと鉛直振動による速度ポテンシャルとに分離して考え、それぞれ構造物側面、海面および海底面上の境界条件を満たす解を求めた。

鉛直加速度の動水圧に与える影響について詳しく調べるために、合成加速度、振動周期および水深を変化させて、合計 24 ケースの数値計算を行った。さらに、理論解だけでなく、Westergaard (1933) の近似式を拡張した評価式を提案し、その適用範囲と精度について検討を行った。その結果、以下の事柄が明かとなった。

(1) 水平加速度と同じ大きさの加速度をもつ鉛直振動が同時に起きる場合、水平振動のみの動水圧に比べて、1.5 倍程度以上にもなり、鉛直振動加速度の影響がかなり大きいことが明かとなった。また、振動周期が短く、水深が大きくなるほどその比率が大きくなる傾向にあることも分かった。

(2) 合成振動加速度の大きさを一定とした場合、およそ 45° 斜め振動の時、動水圧の値がほぼ最大となる。また、鉛直振動のみの場合には、動水圧の分布形はほぼ三角形となり、鉛直振動加速度による流体の単位体積重量の増加分だけの水圧を受ける作用をしていることが明かとなった。

(3) 水平加速度と鉛直加速度を同時に考慮した動水圧の近似評価式を提案した。この評価式は、Westergaard (1933) の近似式を含み、その適用範囲は、水深と圧縮波の波長との比で表すことができることが分かった。理論値との比較により、その範囲は、 $\kappa = h/C_s T \leq 0.1$ であった。この適用範囲は、振動周期が 1.0 s の時、水深が 140 m まで、周期が 0.5 s の時、水深が 70 m まで適用でき、十分に広いと言える。

(4) 近似評価式は、正弦振動を仮定した理論解よりも、海底面上で 2 割程度大きな値を与えることもあるが、実際の地震動の速度および加速度波形は正弦波形ではなく様々な形状となるために、波形によっては危険側となることも考えられるので、この程度の余裕をみるのは設計上妥当であると考えられる。

なお、本研究は、平成 7 年度文部省科学研究費一般研究 (C) によったことを付記し、感謝いたします。

参 考 文 献

- 泉宮尊司・田辺 剛 (1995): 地震時動水圧に与える非線形性および重力項の影響, 海岸工学論文集, 第 42 巻, pp. 816-820.
- 清川哲志 (1984): 流体の圧縮性を考慮した軸対称構造物の付加質量解析, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp. 471-475.
- 清川哲志 (1985): 流体の圧縮性を考慮した面対称柱体の地震時動水圧, 第 32 回海岸工学講演会論文集, pp. 560-564.
- 田中良弘 (1983): 円柱海洋構造物の地震応答解析, 第 30 回海岸工学講演会論文集, pp. 366-370.
- 畑野 正 (1949): 重力堰堤に作用する地震力の影響 (其の二), 土木学会論文集, 第 3 号, pp. 174-183.
- Westergaard, H. M. (1933): Water pressures on dams during earthquakes, Trans. A. S. C. E., Vol. 98, pp. 418-432.