

越波による護岸前面での非線形波動特性について

梅 山 元 彦*

1. ま え が き

海岸堤防の越波に関しては、直立護岸および傾斜護岸について過去に多くの実験的・理論的研究がなされてきた。Saville & Caldwell(1953)は直立護岸について、Sibul(1955)は傾斜護岸について、実験的に越波特性を調べた。直立護岸の越波量の算定については、Kikkawaら(1968)によって堰の流量公式を修正したものが提案され、越波時の護岸前面での波動特性については相対水深の範囲によって有限振幅波理論であるストークスの高次近似波(高田, 1971)やクノイド波(Mizuguchi, 1993)が実験結果と比較されてきた。傾斜式護岸に関しては主に有限振幅長波理論をもとに斜面上の水面変動と平均流速を数値的に解き、岸側境界の流速と水深の時間変化から越波量を算定する方法(Kobayashiら, 1989)が採られてきた。また、堰の公式については水面波形が仮定できて、流量係数が実験によって求めることができれば直立護岸だけでなく断面形状の異なる護岸にも適用が可能であるという研究成果もある(河野ら, 1993)。

しかし、これらの研究が越波という複雑な現象を物理的に説明してはいないという立場から、Umeyama(1993, 1994)は規則波の鉛直壁への直角入射という最も基本的な問題を取り上げて越波時の水面波形と越波量算定式に係わる理論を発表した。それらの研究では、越波時の水面変動を表す式は解析解で与えられており、越波量算定式は非越波時と越波時の総エネルギーが等しいという事から導かれている。そこで本研究では、先ず越波時の理論波形が時間的および空間的に整合性があるものであるかを実験によって確かめ、次に越波量算定式を使って計算した結果と実験で得た越波量とを比較することによって式の実際問題への適用性を検討する。

2. 越波時の前面波高理論

鉛直護岸の天端が高く越波が起きない場合、護岸前面での水面波形は同じ波形の非線形ストークス入射波と反射波を単に重ね合わせるだけでは表すことができず、非

線形干渉の項を加えてはじめて表現できることが浜田(1964)によって理論的に示された。Godaら(1968)は壁での反射が完全な場合は完全重複波に、なんらかの原因によってエネルギー損失が起こる場合には部分重複波になることを三次のストークス波をもとに説明した。

二次元非圧縮性渦なし流体に関する進行波の水面波形と角速度は摂動法を用いると次のように書き表せる。

$$\eta(x, t) = a\eta^{(0)}(x, t) + a^2\eta^{(1)}(x, t) + \frac{1}{2}a^3\eta^{(2)}(x, t) + O(a^4) \quad (1a)$$

$$\eta^{(0)}(x, t) = \cos(kx - \sigma t) \quad (1b)$$

$$\eta^{(1)}(x, t) = \frac{k}{4}(3 \coth^3 kh - \coth kh) \cdot \cos 2(kx - \sigma t) \quad (1c)$$

$$\eta^{(2)}(x, t) = k^2 \left[\frac{1}{8}(3 \coth^4 kh + 8 \coth^2 kh - 9) \cdot \cos(kx - \sigma t) + \frac{3}{32}(9 \coth^6 kh - 3 \coth^4 kh + 3 \coth^2 kh - 1) \cdot \cos 3(kx - \sigma t) \right] \quad (1d)$$

$$\sigma = \sigma^{(0)} + a\sigma^{(1)} + \frac{1}{2}a^2\sigma^{(2)} + O(a^3) \quad (2a)$$

$$\sigma^{(0)} = gk \tanh kh \quad (2b)$$

$$\sigma^{(1)} = 0 \quad (2c)$$

$$\sigma^{(2)} = \frac{k^2}{8}\sigma_0(9 \coth^4 kh - 10 \coth^2 kh + 9) \quad (2d)$$

ここで、 $\eta(x, y)$ は平均水位(MWL)から測った鉛直方向の水位、 x は水平座標、 t は時間、 a は一次オーダーの振幅、 σ は角速度、 $O(\)$ はオーダーシンボルである。また、 k は波数、 g は重力加速度、 h は水深である。

Godaら(1968)は部分重複波の水面波形 $\eta_p(x, t)$ を、入射波形を $\eta_I(x, t)$ 、反射波形を $\eta_R(x, t)$ 、両波の干渉効果を $\eta_F(x, t)$ として次の摂動式で与えた。

$$\eta_p(x, t) = \eta_I(x, t) + \eta_R(x, t) + \eta_F(x, t) \quad (3a)$$

$$\eta_I(x, t) = a\eta_I^{(0)} + a^2\eta_I^{(1)} + \frac{1}{2}a^3\eta_I^{(2)} \quad (3b)$$

$$\eta_R(x, t) = \lambda a\eta_R^{(0)} + \lambda^2 a^2\eta_R^{(1)} + \frac{1}{2}\lambda^3 a^3\eta_R^{(2)} \quad (3c)$$

$$\eta_F(x, t) = a^2 \eta_F^{(1)} + \frac{1}{2} a^3 \eta_F^{(2)} \dots \dots \dots (3d)$$

ここで、 λ は一次オーダーの入射波と反射波の振幅との比であり、 $\lambda=1$ とした場合は完全反射となり、 $\eta_F(x, t)$ は完全重複波の水面形を示す。入射波と反射波の干渉効果 $\eta_F(x, t)$ については次のとおりである。

$$\eta_F^{(1)}(x, t) = \frac{k}{2} (\coth kh - \coth^{-1} kh) \cdot \cos(\chi_I - \chi_R) \dots \dots \dots (4)$$

$$\begin{aligned} \eta_F^{(2)}(x, t) = & \frac{k^2}{4} (-\coth^2 kh + 2 + \coth^{-2} kh) \\ & \cdot [\lambda \cos \chi_R + \lambda^2 \cos \chi_I] \\ & + \frac{k^2}{32} (-3 \coth^4 kh - 18 \coth^2 kh + 5) \\ & \cdot [\lambda \cos(2\chi_I + \chi_R) + \lambda^2 \cos(2\chi_R + \chi_I)] \\ & + \frac{3k^2}{32} (9 \cosh^4 kh + 27 \coth^2 kh \\ & - 15 + \coth^{-2} kh + 2 \coth^{-4} kh) \\ & \cdot [\lambda \cos(2\chi_I - \chi_R) + \lambda^2 \cos(2\chi_R - \chi_I)] \\ & \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

$$\chi_I = k_I x - \sigma_I t; \chi_R = k_R x - \sigma_R t \dots \dots \dots (6)$$

次に越波時の水面波形について、その理論的背景を簡単に説明する。今迄のほとんどの理論が、越波による護岸全面の水面の変化を反射率の減少に帰着させて議論してきたのに対して、Umeyama (1993, 1994) は反射率だけを考えるのではなく入射波そのものが持つエネルギーの一部も越流エネルギーに変換されるものとして越波時の水面波形を表す式を導いた。重複波の波の峰が鉛直壁天端より高い場合、越流の影響を受けることによって入射波は水面波形を変化させ、反射波は鉛直壁の天端高に関係した振幅で振動が起こされると仮定する。今、鉛直壁に向かって右から左方向に進行する入射波を考える。水位が壁の近傍でMWLから波の峰に移る時、入射波の水平粒子は速度を左方向に転じる。もし、鉛直壁の天端が水面よりも低い場合は、越流によってもはや完全重複の波形は維持できなくなる。越流が起きている間、入射波の水平粒子速度成分は常に左を向いており、反射波のそれはその逆に右を向いている。このことから、入射波の粒子速度方向が水粒子の越流に貢献していると考えることができる。従って、越波が生じている間の水面波形は、越流によって波高を減衰させた左向きの入射波と、鉛直壁によって造られた右向きの反射波と、両波の干渉効果によって決まることになる。

越波時の鉛直壁全面波高を定式化するために、二つの異なった時間帯を考えると都合がよい。初めに水位が鉛直壁の天端を越えていない間の水面波形は次式で与えられる。

$$\eta_{c1}(x, t) = \eta_I(x, t) + \eta_R(x, t) + \eta_F(x, t) \dots \dots \dots (7a)$$

$$\eta_I(x, t) = a \eta_I^{(0)} + a^2 \eta_I^{(1)} + \frac{1}{2} a^3 \eta_I^{(2)} \dots \dots \dots (7b)$$

$$\eta_R(x, t) = \lambda a \eta_R^{(0)} + \lambda^2 a^2 \eta_R^{(1)} + \frac{1}{2} \lambda^3 a^3 \eta_R^{(2)} + \delta_R \dots \dots \dots (7c)$$

$$\eta_F(x, t) = a^2 \eta_F^{(1)} + \frac{1}{2} a^3 \eta_F^{(2)} \dots \dots \dots (7d)$$

式(7c)で、反射波は越波現象下にあつてはその振動面を変えるものと仮定して、反射波の振動面のMWLからの移動量としての δ_R が加えられている。次に水位が鉛直壁天端よりも高く、越波が生じている間には上に説明した考え方で式を導くことができる。すなわち、新たに反射波の一次振幅を $a_* = \lambda a$ と置き、その値に対する入射波の一次オーダーの減衰率を γ とすれば(実際の入射波の減衰率は従って $\gamma\lambda$)、水面波形は次式で与えられることができる。

$$\eta_{c2}(x, t) = \eta_R(x, t) + \eta_I(x, t) + \eta_F(x, t) \dots \dots \dots (8a)$$

$$\eta_R(x, t) = a_* \eta_R^{(0)} + a_*^2 \eta_R^{(1)} + \frac{1}{2} a_*^3 \eta_R^{(2)} + \delta_R \dots \dots \dots (8b)$$

$$\eta_I(x, t) = \gamma a_* \eta_I^{(0)} + (\gamma a_*)^2 \eta_I^{(1)} + \frac{1}{2} (\gamma a_*)^3 \eta_I^{(2)} \dots \dots \dots (8c)$$

$$\eta_F(x, t) = a_*^2 \eta_F^{(1)} + \frac{1}{2} a_*^3 \eta_F^{(2)} \dots \dots \dots (8d)$$

3. 越波量算定公式

Umeyama (1993) は、越波現象を堰を越える流れからの類推で扱うのではなく波と流れの持つエネルギーという観点から見直した。その考察においては、非越波時の壁前面の水面波形(完全重複波形)と越波時の水面波形を非定常状況下のエネルギーの關係に適用して越波流量の演繹を可能にしている。すなわち、平均越流速度を $v(t)$ とするとその運動エネルギーは $v^2(t)/2g$ 、ポテンシャルエネルギーは z 、圧力エネルギーは $P/\rho g$ であるので、越波現象下での水底からの総エネルギーは、

$$E = \frac{v^2(t)}{2g} + z + h + \frac{P}{\rho g} \dots \dots \dots (9)$$

と書ける。今、越波時における総エネルギーは流れと波のエネルギーとの和であり、さらに圧力エネルギーが静水圧であると仮定すると、式(9)は次式のように書き改めることができる。

$$E = E_F + E_w = \frac{v(t)^2}{2g} + \eta_c(0, t) + h \dots \dots \dots (10)$$

ここで、 E_F は流れのエネルギー、 E_w は波のエネルギー、 $\eta_c(0, t)$ は、越波時の鉛直壁面での水面の時間変動で、式(7a)~(7d)または式(8a)~(8d)の $x=0$ での時間波形である。それに対して、越波がない場合(完全重複波)の総エネルギーは波だけによるものであるから次式のよ

うに書ける。

$$E = E_w = \eta_M(0, t) + h \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 $\eta_M(0, t)$ は鉛直壁設置地点での完全重複波の時間変動で、式(3a)～(3d)で $x=0$ 、 $\lambda=1$ としたものである。非越波時と越波時の波のエネルギーの差は流れのエネルギーであると考えられるので、式(10)と(11)を用いて平均越波流速は、

$$v(t) = \sqrt{2g[\eta_M(0, t) - \eta_C(0, t)]} \quad \dots\dots\dots (12)$$

と導ける。もしも、越流高さが $\eta_M(0, t) - \eta_C(0, t)$ に比例するものと仮定できれば、単位幅単位時間当りの越波流量は次式で与えられる。

$$q(t) = \sqrt{2g} T_f [\eta_M(0, t) - \eta_C(0, t)]^{3/2} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 T_f は越流係数に相当するものである。従って、天端幅を B とすれば、一周期当りの越波量は式(13)を積分すると、

$$Q = \sqrt{2g} B T_f \int_{t_0}^{t_1} [\eta_M(0, t) - \eta_C(0, t)]^{3/2} dt \quad \dots\dots\dots (14)$$

が得られる。ここで、 t_0 は越波開始時間、 t_1 は終了時間である。

4. 実験による検証

本研究では以下の二つの事柄についての考察がなされる。まず第一番目は、越波現象下における鉛直壁前面での波形であり、2章で提案されている式を用いて計算した非越波時と越波時の時間および空間波形と室内実験で得られた結果とを比較して、理論が正しいかどうかの検証を行う。第二番目に鉛直壁を越流した水の体積を測り、一周期当りの越波量が式(14)の越波流量算定式で計算した値と合うかどうかを検証する。

室内実験は長さ27.6m、幅0.7m、高さ1.0mの造波水槽を用いて行った。0.5cm厚の鉛直板が造波板から21.2mの距離に設置された。水深は0.4mとした。実験で使われた入射波の周期は1.2～2.2secで、それに対応

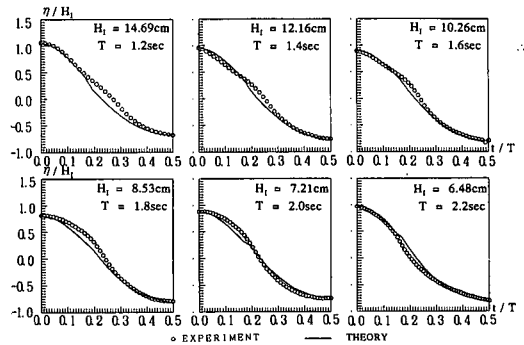


図-2 鉛直板上の時間波形 ($H_c = 4$ cm)

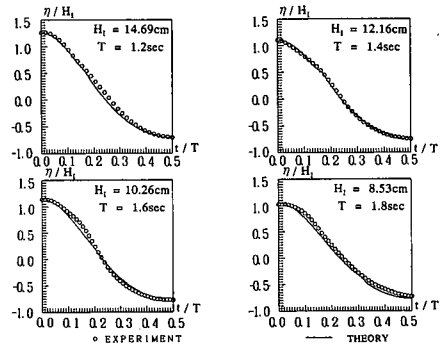


図-3 鉛直板上の時間波形 ($H_c = 8$ cm)

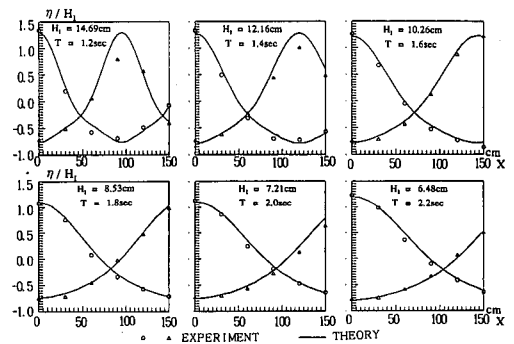


図-4 鉛直板前面の空間波形 ($H_c = \text{無限大}$)

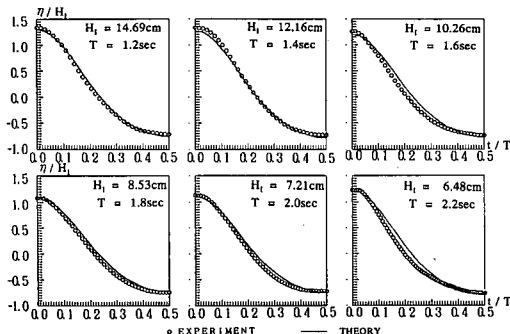


図-1 鉛直板上の時間波形 ($H_c = \text{無限大}$)

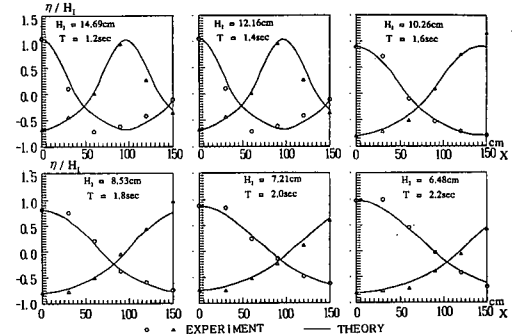


図-5 鉛直板前面の空間波形 ($H_c = 4$ cm)

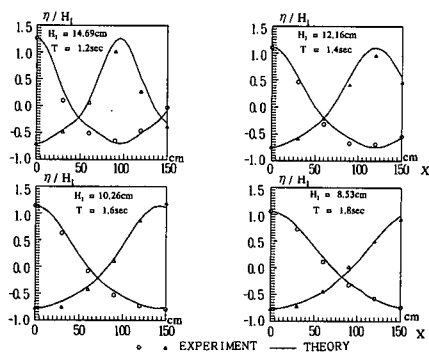
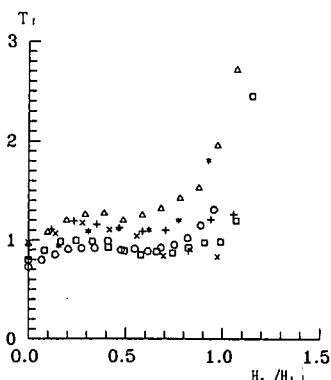
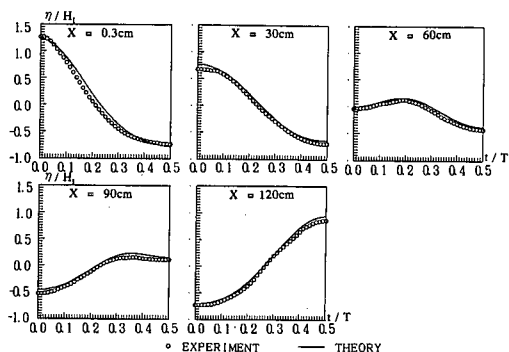
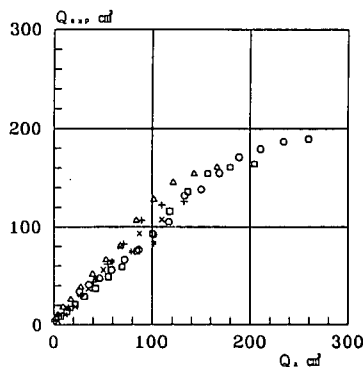
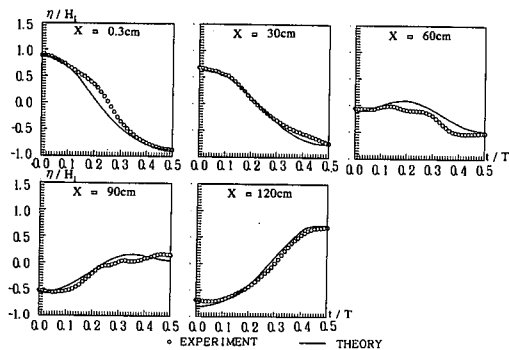
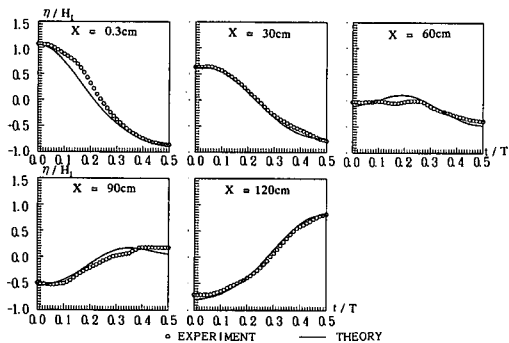
図-6 鉛直板前面の空間波形 ($H_c = 8$ cm)図-10 実験から得られた T_i の値図-7 鉛直板前5地点の時間波形 ($H_c = \infty$)

図-11 越波量の実験と計算結果の比較

図-8 鉛直板前5地点の時間波形 ($H_c = 4$ cm)図-9 鉛直板前5地点の時間波形 ($H_c = 8$ cm)

する波高は 14.69~6.48 cm であった。水面波形は板から 0, 30, 60, 90, 120, 150 cm の地点で容量式波高を使って測定を行い、越波流量は鉛直板の後方に越流してきた水を集める容器を置き、その中の水位を計ることによって求めた。

非越波時および越波時の時間・空間波形の計算は次の手順で行った。まず、入射波の波高と周期から進行波の水面波形の式 (1a)~(1d) と角速度を表す式 (2a)~(2d) を求めた。次に、非越波時の鉛直壁前面波形は式 (3a)~(3d) に於いて $\lambda=1$ として計算した。また、越波時の鉛直壁前面波形については越波時の鉛直壁における最高と最低水位とから式 (7a)~(8d) を用いて λ , γ , δ_R を求めた後、水位が天端を越えていない間の波形は式 (7a)~(7d) で、越波が生じている間の波形は式 (8a)~(8d) を使って計算した。

図-1~3 は鉛直板設置地点における水位の時間変化を表している。横軸は時間を入射波の周期で無次元化した値、縦軸は水面高を入射波高 (H_i) で無次元化した値である。○印は 0.02 秒間隔で測定された水面の MWL からの高さ。曲線で表示されているのが理論値である。非越波時の時間波形を図-1 に示すが、全ての波の条件

で計算結果は実験結果をほぼ満足していることがわかる。鉛直板の天端高さが $H_c=4$ cm の場合は全ての条件で越波しており、その時間波形は図-2 に示すとおりである。非越波時と比べてみると、波の峰付近ではかなり水位が下がっているのに対し、波の谷付近では似た挙動をしていることがわかる。鉛直板の天端付近で波形に変曲点が存在しており、水面は波の峰からゆっくりと変曲点に向かって減衰し、そこから完全重複波の波形に漸近しながら波の谷に至っているように見える。図-3 は $H_c=8$ cm の場合の時間波形であり、周期 $T=1.2\sim 1.8$ sec の条件では越波したが、2.0 と 2.2 sec の時は越波が起こらなかった。今回の理論は変曲点付近の水位をも的確に再現している。

次に、鉛直壁前面に一定間隔に離された波高計によって測定された空間での波形と理論との比較を図-4~6 に示す。これらの図において、横軸は鉛直板からの距離を [cm] の単位で、縦軸は無次元水位を表したものである。実験結果としては、鉛直板で水面が峰になる瞬間(○印)と谷になる瞬間(△印)の二ケースについて、その他の5地点での水面高をプロットしてある。図-4 は非越波時の状況であるが、鉛直板で水面が谷の時、周期 $T=1.2$ と 1.4 sec で実測の波の峰の高さが計算値よりもやや低くなっている程度で、入射波周期が長くなるにつれて理論と実験結果の適合性は良くなっている。図-5 は、 $H_c=4$ cm で越波が起きている状態の空間波形である。周期 $T=1.2$ と 1.4 sec の $x=60$ cm の地点で、実験値と理論値に若干のずれがみられるだけで他は良好な一致が見られる。図-6 は、 $H_c=8$ cm の場合の空間波形であるが、この場合も時間波形同様に実験結果は理論とよく合致している。

入射波高 $H_I=10.26$ cm、周期 $T=1.6$ sec の条件での鉛直壁前面の5地点の時間波形をプロットしたものが、図-7~9 である。図-7 は非越波時のものであるが実験値と理論値との整合性はかなりよい。また図-8 は $H_c=4$ cm、図-9 は $H_c=8$ cm で共に越波時のものであるが、 $x=60$ と 90 cm を除いてはかなりよく実験結果を再現している。ただ、重複波の節に近い地点では越波による影響のために乱れがやや大きくなっている。

図-10 は実験結果から計算された T_f の値を H_c/H_I に対してプロットしたものである。 H_c/H_I が 1.0 より小さい範囲にあてはほぼ 1.0 に等しく、大きい範囲においてはばらつくことがわかる。また、図-11 には越波量の測定値 Q_{exp} と式 (14) に $T_f=1.0$ を代入して計算した値を

Q_a として比較したものを示す。総流量が少ない場合は実験値と計算値はよい相関を示すが、 $170\text{ cm}^2 < Q_a$ の領域では理論値は実測値よりやや大きめに見積る傾向にあった。

5. おわりに

ストークス3次オーダーの摂動解をもとに越波時の時間空間水面波形を求めて、実験値との比較を行った。鉛直壁で越波が起きている間、波の峰付近で水面高は完全重複波の場合と比べて急激に低くなる。新しい水面波形式を用いて、この現象を再現することを試みたが、計算結果は測定範囲内においては時間、空間分布共に実験結果をよく再現した。越波量についてはエネルギー保存の考えから越波量算定式を導いて実験結果と対比したが、 $T_f=1.0$ として計算した場合、越波流量が大きくなると計算値からややずれるがほぼ満足のいく範囲の適用性をもつことを確認した。

参考文献

- 河野二夫・高野重利・津田博規 (1993): 曲面護岸と各種断面護岸による越波量の比較, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 681-685.
- 高田 彰 (1971): 波の遡上, 越波および反射の関連性について 第3報, 一水面波形と越波量の相互特性一, 第18回海岸工学講演会論文集, pp. 249-258.
- 浜田徳一 (1964): 表面波の2次干渉, 第11回海岸工学講演会論文集, pp. 12-18.
- Goda, Y. and Abe, Y. (1968): Apparent coefficient of partial reflection of finite amplitude waves, Rep., Port and Harb. Res. Inst., Vol. 7, No. 3, pp. 3-58.
- Kikkawa, H., Shi-igai, H., and Kono, T. (1968): Fundamental study of wave overtopping on levees, Coastal Eng. Japan, Vol. 11, pp. 107-114.
- Mizuguchi, M. (1993): Wave overtopping rate over a vertical wall and reflection coefficient, Coastal Eng. Japan, Vol. 36, No. 1, pp. 37-47.
- Kobayashi, N and Wurjanto, A (1989): Wave overtopping on coastal structures, J. Wtwy. Port Coast. and Oc. Eng., ASCE, Vol. 113, No. 3, pp. 282-298.
- Saville, T. and Caldwell, J. M. (1953): Experimental study of wave overtopping on shore structures, Proc., Minn. Int. Hydr. Conv., IAHR, pp. 261-269.
- Sibul, O. J. (1955): Flow over structure by wave action, Trans. AGU., Vol. 36, No. 1, pp. 61-69.
- Umeyama, M. (1993): Wave overtopping on vertical boundary and water-surface displacement, J. Wtwy. Port Coast. and Oc. Eng., ASCE, Vol. 119, No. 3, pp. 243-260.
- Umeyama, M. (1994): Wave deformation in front of vertical wall due to wave overtopping, J. Wtwy. Port Coast. and Oc. Eng., ASCE, Vol. 120, No. 5, pp. 490-498.