

遡上域に拡張したブシネスク方程式と漂砂量式を用いた 海浜断面変形モデル

丸 尾 剛*・Mohammad Dibajnia**・渡 辺 晃***

1. はじめに

海浜は波の作用を受け、侵食、堆積を繰り返している。特に、遡上域（波打ち帯）の底質移動は顕著で、汀線付近の洗掘や堆積は直接海岸線の変化につながり、沿岸域の環境に大きな影響を与える。それゆえ、岸沖地形の変化を予測する際、汀線部の底質移動は無視できない。波浪・海浜流場の計算に Boussinesq 方程式を用いる従来のモデルでは、汀線付近を除く浅海域の波浪・海浜流場、地形変化の計算は精度良く行なわれているが、遡上域における遡上・流下波の運動には未明な点が多いため、汀線付近の地形変化の再現は不十分である。また、実際の海浜では、波の流下に遅れて斜面上の水が砂層に浸透していく様子がうかがえる。そこで、本研究では、対象として遡上域を含む透過性底面上での波・流れの場を想定して、移動性岸側境界を設定し、遡上域のエネルギー減衰は砕波エネルギー減衰と同等に記述できるものとする。ここで、Boussinesq 方程式を遡上域まで拡張するとともに、Darcy 則に従う透水層内の浸透流の影響も考慮した波・流れの計算を行った。

さらに、砕波後の岸向き質量輸送の補償分として戻り流れを評価し、既往の漂砂量算定式を用いて地形変化計算を行い、実測値と比較した。

2. 遡上域を含む波浪・海浜流モデル

遡上域を含む浅海域での透過性底面上の波・流れの場を計算するにあたって、計算領域を図-1のように3つに分割する。領域1では斜面上の波と流れ、領域2では波の影響を受ける浸透流、領域3では自由水面をもつ浸透流として解析する。最下層は不透過性とする。

(1) 基礎方程式

波・流れの計算の基礎式としては、Boussinesq 方程式に佐藤・鈴木(1990)により導出された砕波エネルギー減衰項を加えるとともに、透過性底面を鉛直方向に通過する流量 q_b (上向きを正) を考慮したものである。

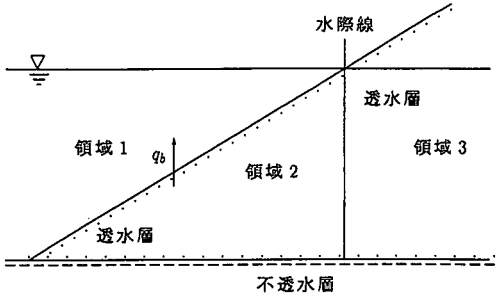


図-1 計算領域

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_b \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{k^2}{3} \frac{\partial^3 Q}{\partial t \partial x^2} - M_b = u_b q_b \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 η は水面変動、 Q は線流量、 D は全水深である。沖側境界条件は、入射波を与えるとともに岸側からの反射波の自由透過を許す $Q = c(2\eta_n - \eta)$ とする。岸側境界条件は、刻一刻の水際線より陸側の斜面上には水が存在しないことを仮定して完全反射条件 $Q = 0$ とした。砕波条件としては合田(1970)の実験式により、水深に対する限界波高として判断した。

透過性底面以下の浸透流の計算は連続式と Darcy 則に従い、透水係数 k_p 、間隙率 ε 、透水層の断面積 A 、透水層内での自由水面変位 η_p 、線流量 Q_p 、透過性底面を鉛直方向に通過する流量 q_b を用いて、

$$\text{領域2} \quad \frac{\partial Q_p}{\partial x} = -q_b, \quad Q_p = -k_p A \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{領域3} \quad \varepsilon \frac{\partial \eta_p}{\partial t} + \frac{\partial Q_p}{\partial x} = 0, \quad Q_p = -k_p A \frac{\partial \eta_p}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (4)$$

式(2)の u_b に関しては、 $q_b > 0$ (湧き出し) のときは $u_b = Q_p / (\varepsilon A)$ 、 $q_b < 0$ (吸い込み) のときは $u_b = Q/D$ としている。

境界条件としては、斜面のり先で $Q_p = 0$ 、また、計算を行なったところ、領域3での水面変動は水際線近辺に限られていたため十分陸側の点で $Q_p = 0$ とした。

* 正会員 工修 五洋建設(株)
** 正会員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科
*** 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

```

If (  $D_{s^{n+1}}^{n+1} > \delta$  ) then  $s' = s^n + 1$ 
    →  $D_{s'}^{n+1}$     if (  $D_{s'}^{n+1} \leq \delta$  )  $s^{n+1} = s^n$ 
                  (  $Q, D$  はそのまま )
                  if (  $D_{s'}^{n+1} > \delta$  )  $s^{n+1} = s^n + 1$ 
                  (  $Q_{s^n}^{n+1}, D_{s^{n+1}}^{n+1}$  は線形補間.  $Q_{s^{n+1}}^{n+1} = 0$  )
Else  $s' = s^n$ 
    →  $D_{s'}^{n+1}$     if (  $D_{s'}^{n+1} \leq \delta$  )  $s^{n+1} = s^n - 1$ 
                  (  $Q_{s^{n+1}}^{n+1} = 0, D_{s^n}^{n+1} = 0$  )
                  if (  $D_{s'}^{n+1} > \delta$  )  $s^{n+1} = s^n$ 
                  (  $Q, D$  はそのまま )
End if

```

図-2 水際位置の決定法

(2) 移動性水際線

砕波後も波は大規模渦や底面摩擦によりエネルギーを減衰させながら斜面上を遡上して行き、その後重力の影響を受け流下を始める。その波の流下時に次の波が斜面上を遡上してくる。このように、斜面上では、水際線は岸沖方向に常に動いており、特に緩勾配斜面になると水際線の動きは無視できない。遡上域を計算するためにはこの水際線の動きを取り入れる必要がある。本モデルでは、数値計算法は異なるものの Hibberd・Peregrine (1979)の方法を参考にして、岸側条件を以下のようにモデル化し設定した。

時刻 $n\Delta t$ における水際線の位置を $s^n \Delta x$ としたとき、その点における境界条件は前述の通り完全反射条件 $Q=0$ とする。

$(n+1)\Delta t$ における水際線の位置は次のようにして決定する(図-2)。まず、 $n\Delta t$ での $(s^n+1)\Delta x$ における全水深 $D_{s^{n+1}}^{n+1}$ を線形外挿により求め、その値をある基準値 δ と比較する(本研究では $\delta = H_{in} \times 10^{-3}$ とした)。 $D_{s^{n+1}}^{n+1}$ が δ より大きければ、水際線の位置を $s' \Delta x (s' = s^n + 1)$ と仮定し、計算に必要な諸量を線形外挿により求め、 $D_{s'}^{n+1}$ を試算する。 $D_{s'}^{n+1}$ が δ より大きければ $s^{n+1} = s^n + 1$ 、小さければ $s^{n+1} = s^n$ として水際線の位置を設定する。また、 $D_{s^{n+1}}^{n+1}$ が δ より小さければ、水際線の位置を $s' \Delta x (s' = s^n)$ と仮定し、 $D_{s'}^{n+1}$ を試算する。 $D_{s'}^{n+1}$ が δ より大きければ $s^{n+1} = s^n$ 、小さければ $s^{n+1} = s^n - 1$ として水際線の位置を設定する。

すなわち、次の計算時刻での水際の位置を場合分けで予測し、実際に次の時刻の水際線位置の全水深を計算し、予測された水際線位置の是非を確認・修正する方法である。ただし、数値計算の安定性より、水際線の移動は、1タイムステップ Δt につき、最大1計算格子間隔 Δx に限られる。

遡上域でのエネルギー減衰は佐藤・鈴木 (1990) によって導出された砕波減衰項と同等に記述できるものと

し、遡上域内外の整合性を考えると、周期平均の全水深 $\bar{D} = h + \bar{\eta}$ を用いて、エネルギー減衰項 M_D 、エネルギー減衰係数 f_D は次のように表せる。

$$M_D = \frac{g\bar{D}}{\sigma^2} f_D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}, \quad f_D = \alpha_D \tan \beta \sqrt{\frac{g}{D}} \sqrt{\frac{\bar{Q} - Q_r}{Q_s - Q_r}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $\bar{Q}$ は線流量の振幅、 α_D は砕波帯内で2.5となる係数、 Q_s, Q_r はそれぞれ一様勾配上減衰域と一様水深再生域での線流量の振幅で次のように表される。

$$Q_s = 0.4(0.57 + 5.3 \tan \beta) ch, \quad Q_r = 0.4 \left(\frac{a}{h} \right)_b ch$$

c は波速、 $\tan \beta$ は砕波点近傍底面勾配、 $(a/h)_b$ は砕波点での振幅水深比である。

ドライベッドの存在する地点においての平均水位の与え方として、静水面からの底面高 $z_0 (= -h)$ を用いて

$$\bar{\eta} = \frac{1}{T} \int_0^T \max(\eta, z_0) dt \quad \dots\dots\dots (6)$$

とした。 $\bar{Q}$ については、水の有無に関わらず $\bar{Q} = (Q_{\max} - Q_{\min})/2$ としている。

領域1, 2, 3の波・流れの計算と浸透流の計算を流量 q_0 を通して相互干渉させることで、遡上域を含む透過性底面上での波・流れの場の計算が可能になる。

(3) 数値実験結果

入射波として2次のクノイド波近似解を用いて数値実験を行なった。一例として、地形勾配1/20、入射位置での水深2m、波高0.45m、周期8sの波に対しての水位変動とその包絡線を図-3に示す。

式(5)で計算される砕波点から最大遡上点までの砕波減衰係数は図-4のように示される(縦軸の値は上記のケースの場合)。

本モデルで設定した移動性境界は時間の経過に対して

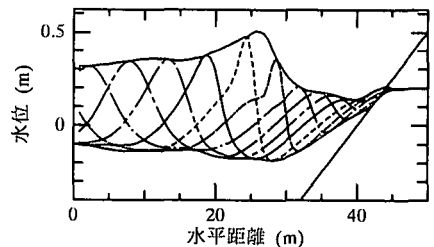
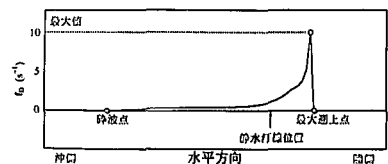


図-3 水位変動の空間分布

図-4 砕波減衰係数 f_D の空間分布

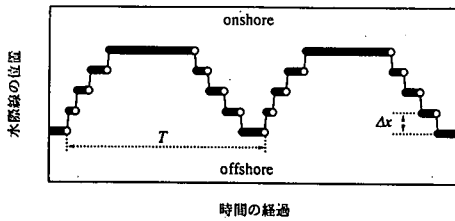


図-5 水際線の移動

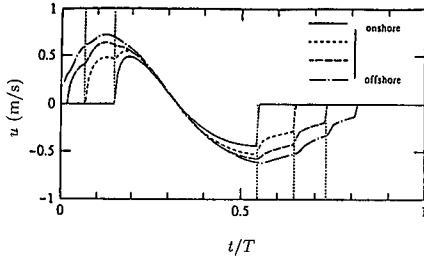


図-6 遡上域の流速波形

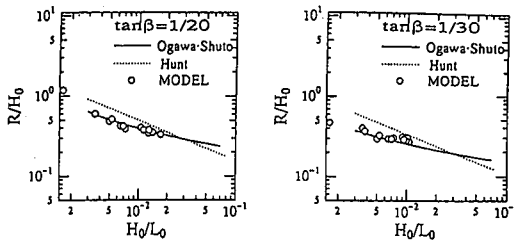
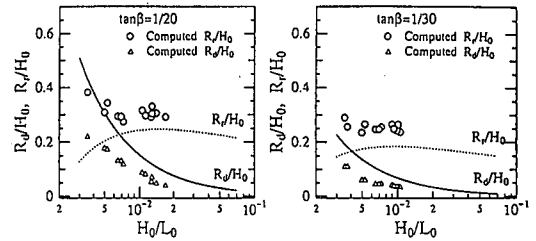


図-7 遡上高算定式と数値実験結果の比較

図-5の様に岸沖方向に移動していた。経験的に波先端の軌跡は遡上時は放物線的、流下時は正弦的であることが分かっており、図-5の水際線は Δx ごとに移動しているため正確な評価はできないものの、 Δt ごとに点をプロットするとその傾向とはあまりはずれていないと思われる。次に、流速を $u=Q/D$ として、遡上域における流速波形を示したのが図-6である。遡上域内の異なる4点における同時刻の流速をプロットしてある。水際線が移動すると新たな領域における線流量と全水深を線形補間により求めるため、 u に関しては多少不連続な点が生じているのが分かる。

(4) 遡上高

小川・首藤 (1984) による打ち上げ高さ算定式と Hunt (1959) の遡上高実験式を用いて、遡上高の数値実験結果を比較したのが図-7である。緩勾配地形での遡上高に対して実測値との対応が良好な小川・首藤の式と本モデルで計算された遡上高は極めて良好に一致している。また、小川・首藤の算定式を遡上波流下点高さ分 R_r/H_0 と波打ち帯の幅に相当する分 R_d/H_0 に分け、数値実験結果と比較したのが図-8である。傾向はおおよそ合っているものの、本モデルで計算される遡上波流下点高さ(set-up


 図-8 R_r/H_0 と R_d/H_0 の算定値と数値実験結果の比較

に相当)は過大に求められており、波打ち帯の幅は過小評価されていることが分かる。既往の研究からも Bousinesq 方程式を用いた波浪解析では平均水位が過大評価されることが認められており、その傾向がここでも現れたと思われる。上述のように遡上高はほぼ正当に計算されていることから、本モデルで用いたエネルギー減衰項では静水汀線位置より陸側での全体的なエネルギー減衰は正しく評価されているといえる。

(5) 底面通過流量 q_b

本数値実験では、細砂に対する透水係数として $k_p=0.015$ とした。透水係数が小さいため、不透過性底面を設定したときとの差異は小さく、波・流れに対して透過性底面を通過する流量 q_b は無視できると思われるが、流量 q_b の周期平均が 0 にならない点が現れ、僅かながら水の循環が計算された。循環の規模としては大きいところで水中での砂の沈降速度の 3% 程度で、計算される碎波点付近と遡上域において顕著であった。

(6) 既往の実験結果との比較

本モデルにおける波浪場の計算の妥当性を検証するため、既往の実験結果との比較を行った。ここでは、平均水位、波高分布、水面変動、底面近傍軌道流速の時系列について比較したものを示す。実験条件としては、一様部水深 40 cm、一様勾配 1/20 の地形に $T=1.18$ s、 $H=6.1$ cm の波を注入したものである。(図-9, 10)ただし、実験では底面近傍で流速を測定していたので、本モデル

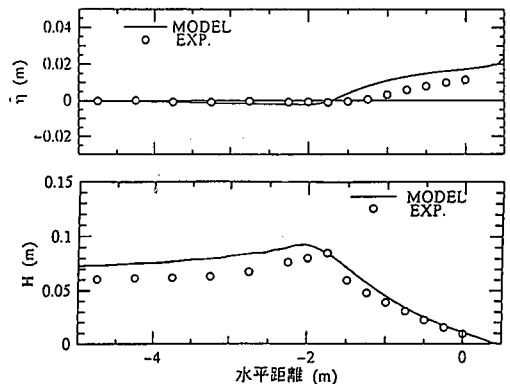


図-9 既往の実験結果との比較 (平均水位、波高分布)

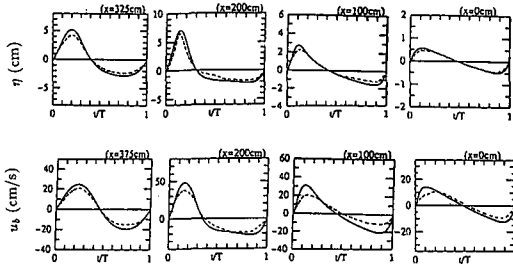


図-10 水面変動と底面近傍軌道流速の実験値と計算値の比較

では底面近傍軌道流速を微小振幅波理論による浅海域の水平流速を利用し、線流量の整合性を考えて $u_b = Qk / \sinh kd$ として評価している。このとき、 $D \rightarrow \infty$ で $u_b = 0$ 、 $kd \rightarrow 0$ で $u_b = Q/D$ となる。図-10 は静水汀線位置から沖側への距離 x で実験値と計算値を比較した位置を示している。波高分布、碎波点の位置は実験値と計算値は概ね一致しているが、前述のように平均水位は計算値の方が若干大きめに示されている。水面変動、流速波形については、碎波点に近づくにつれ非対称化、先鋭化し碎波点以浅では振幅が小さくなる傾向に関しては、実験値と計算値は同等で、水面変動は定量的にも良く一致している。しかしながら、底面近傍軌道流速は計算値の方が大きく現れており、これは、実際現象としては碎波帯内では大規模渦の影響で水面からの擾乱が大きく底面境界層が発達しないことから底面付近の流速が小さくなるが、本モデルではこのことを考慮していないためと思われる。

3. 地形変化の計算

(1) 底面近傍流速

底質移動を引き起こす底面近傍流速は、Boussinesq 方程式により求められる軌道流速 u_b と碎波帯内での定常流として確認されている戻り流れを加えたものである。戻り流れを碎波後の大規模渦による質量輸送の補償分として、

$$U_r = -\kappa \frac{A_r H^2}{d_i T} \quad \dots\dots\dots (7)$$

で評価した。ここに、 d_i はトラフ高、 κ は渦の発達度を表すパラメーターである。係数 A_r については実測値と比較し 2.5 と置いた。遡上域の軌道流速は図-6 に示されるような流速計算値をそのまま用いた。

(2) 漂 砂 量

漂砂の移動形態は、実際の現地海岸では碎波帯内外を含むほぼ全域でシートフロー状態が卓越することから、Dibajnia・渡辺 (1994) は、シートフローに対する無次元漂砂量ベクトルを評価する式を提示し、さらに同式を砂漣が発達する掃流状態にも対応できるように拡張

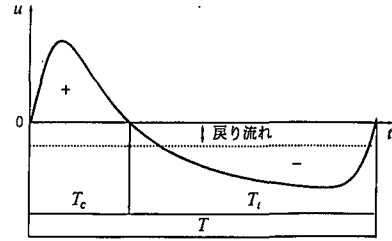


図-11 流速波形と T_c 、 T_i の定義

している。無次元漂砂量ベクトル Φ を評価する式は次のように与えられている。

$$\Phi = \frac{q_{net}}{w_b d} = 0.001 \cdot \frac{\Gamma}{|\Gamma|} \cdot |\Gamma|^{0.55} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 Γ は砂の移動のメカニズムを表すパラメーターで次式で定義されている。

$$\Gamma = \frac{T_c(\Omega_c^2 + \Omega_i^2)u_c - T_i(\Omega_c^2 + \Omega_i^2)u_i}{(u_c + u_i)T} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$u_j^2 = \frac{2}{T_j} \int_0^{T_j} u^2 dt \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\begin{cases} \text{if } \omega_j \leq \omega_{critical} & \begin{cases} \Omega_j = \omega_j \cdot \frac{2w_b T_j}{d} \\ \Omega'_j = 0 \end{cases} \\ \text{if } \omega_j > \omega_{critical} & \begin{cases} \Omega_j = \omega_{critical} \cdot \frac{2w_b T_j}{d} \\ \Omega'_j = (\omega_j - \omega_{critical}) \cdot \frac{2w_b T_j}{d} \end{cases} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (11)$$

上式で q_{net} は単位幅・単位時間当りのネットの漂砂量、 d は底質粒径、 w_b は沈降速度、 $s = (\rho_s - \rho) / \rho$ は底質の水中比重であり、添字 j は図-11 に示される c, t で置き換えられる。 ω の限界値 $\omega_{critical}$ は次式で与えられる。

$$\omega_{critical} = 1 - 0.97 \sqrt{\Lambda} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\Lambda = [1 - \{(\Psi_{rms} - 0.2) / 0.4\}^2] \cdot \min(1, 2\lambda / d_b) \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 λ は砂漣波長、 d_b は底面近傍軌道直径、 Ψ_{rms} は底面流速の rms 値を用いて計算されたシーلز数である。式 (14) ではシートフロー条件に相当する $\Psi_{rms} > 0.6$ の場合には $\Lambda = 0$ となり、 Λ が 1 に近づくにつれ $\omega_{critical}$ は掃流漂砂に相当する値 0.03 にほぼ等しくなる。

(3) 底質量保存による地形変化

地形変化の計算に用いられる底質量の断面 2 次元の保存式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = -\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial q'}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 z_b は任意の高さを基準にした局所的底面高、 q' は漂砂フラックスである。

しかしながら、式 (15) には、床勾配の効果が考慮されていない。重力は斜面上の砂粒子を斜面の下り方向に

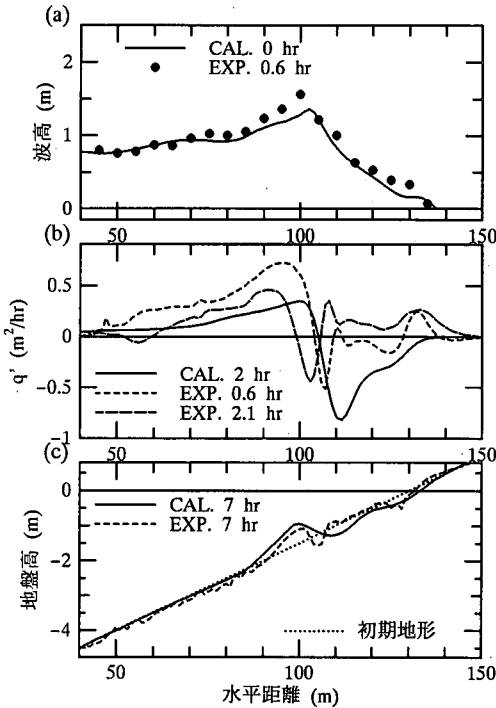


図-12 波高分布、漂砂量、縦断地形の実測値と計算値の比較

運ぶように働くので、漂砂量は底面勾配の効果を考慮して修正する必要がある、Dibajnia ら (1992) にない漂砂量を次のように補正した。

$$q' = q - \varepsilon_s |q| \frac{\partial z_b}{\partial x} = q + \varepsilon_s |q| \frac{\partial h}{\partial x} \quad (16)$$

ε_s は砂の安息角を考えると 2.0 となり、実験値との良好な一致も確認されている。さらに、Dibajnia ら (1992) による底面勾配が限界勾配 I_{cr} が 0.2 以上になるのを防ぐための補正法も取り入れている。

4. 既往の実験結果との比較

既往の実験結果との比較を行うにあたって、実験データとしては清水ら (1985) の case 3-3 (初期斜面勾配 1/20, 底質粒径 0.27 mm, 入射波周期 12 s, 入射位置での水深 4.5 m, 波高 0.81 m) を用いた。図-12(a), (b), (c) はそれぞれ波高分布、漂砂量、縦断地形の実験値と計算値を比較したものである。地形変化の計算結果として、本条件では実験結果と同様に汀線付近に侵食が生じることが確認された。しかしながら、砕波点以浅での岸向き漂砂量が存在せず、汀線の陸側に砂が堆積する現象は再現できていない。これは、戻り流れの評価や底面近傍流速の与え方が十分に正確でないためと思われる。

5. 結論および今後の課題

本研究では以下のような 3 つの結論を得た。

1. 移動性岸側境界を設定し、遡上域のエネルギー減衰が砕波エネルギー減衰項で表現されるとして Bousinesq 方程式を遡上域に拡張するとともに、透過性底面を想定し浸透流は Darcy 則に従うとして透過性底面を通過する流量も考慮した本モデルにより、遡上域を含む浅海域での透過性底面上の波・流れの場を計算することが可能になった。計算結果も実測値と比較して妥当なものであるといえる。
2. 本地形変化モデルを用いて汀線付近の侵食を再現することが可能である。
3. 本モデルで用いた細砂に対する透水係数の場合、斜面上の波・流れに対して浸透流の影響は無視できることを確認した。

参考文献

- 岡安章夫・柴山知也・堀川清司 (1986): 砕波帯内二次元定常流速場の推算に関する考察, 第 33 回海岸工学講演会論文集, pp. 1-5.
- 岡安章夫・磯部雅彦・渡辺 晃 (1989): 砕波帯におけるエネルギー収支と戻り流れのモデリング, 海岸工学論文集, 第 36 巻, pp. 31-35.
- 小川由信・首藤伸夫 (1984): 非一様緩斜面上への規則波のうねあげについて, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp. 173-177.
- 合田良実 (1970): 砕波指標の整理について, 土木学会論文報告集, 第 180 号, 37 巻, pp. 39-49.
- 佐藤慎司・鈴木秀典 (1990): 砕波帯における底面流速変動波の評価法, 海岸工学論文集, 第 37 巻, pp. 51-55.
- 佐藤慎司・M. Kabiling (1994): 波打ち帯を含む三次元海浜変形の数値モデル, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp. 401-405.
- 芝 和彦・磯部雅彦・渡辺 晃 (1993): 波浪場と海浜縦断地形変化の非線形数値計算法, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 376-380.
- 清水隆夫・斉藤昭三・丸山康樹・長谷川寛・鹿島遼一 (1985): 大型波水路による岸沖漂砂量分布のモデル化, 電中研報告, 研究報告: 384028, pp. 376-380.
- Dibajnia, M.・渡辺 晃 (1994): シートフロー漂砂量式の波・流れの交差場への拡張と沿岸漂砂量の検討, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp. 366-370.
- Dibajnia, M.・清水琢三・渡辺 晃 (1992): シートフロー状態が卓越する海岸における縦断地形変化の数値計算, 海岸工学論文集, 第 39 巻, pp. 301-305.
- Hibberd, S. and D. H. Peregrine (1979): Surf and Run-up on Beach: A Uniform Bore, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 95, Part 2, pp. 323-345.
- Hunt, A. I. (1959): Design of Seawalls and Breakwaters, Journal of the Waterways and Harbors Division, Proc. ASCE, Vol. 85, No. 3, pp. 123-152.
- Kobayashi, N. (1986): Closure to "Riprap Stability under Wave Action", Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, Vol. 112, No. 6, pp. 673-681.
- Kobayashi, N., A. K. Otta and I. Roy (1987): Wave Reflection and Run-Up on Rough Slopes, Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, Vol. 113, No. 3, pp. 282-297.