

波による底質粒子の移動過程に関する数値シミュレーション

小田 一紀*・重松 孝昌**・和田 一斗***

1. はじめに

漂砂や流砂等に代表される砂の移動機構に関する研究は、実に古くから多くの研究者によって行われている。海岸侵食対策は、国土保全の観点からだけではなく、豊かな自然を後世に伝えるためにも必要不可欠である。

従来の砂粒子の移動形態の解析手法は、概して掃流砂と浮遊砂とを分離して取り扱い、それぞれの移動形態についてのみ議論するものが多いように思われる。本来、水底にあった砂粒子はそれを取りまく流体環境に応じて運動し始め、外力の大きさに応じてその運動のスケールが変化するものである。したがって、砂粒子が運動を開始して跳躍、掃流、浮遊といった一連の過程を包含して解析することができる数理モデルを用いて計算すべきであるが、そのようなモデルがないのが現状である。

この研究は、砂粒子と流体場の運動を同時に解析し、一連の砂移動形態を表現できる解析手法の構築を目的とする。

2. 研究の背景

外海からの波浪が沿岸域に近づくとき水底の流速はある有限な値を有するようになり、その結果、底面を構成する砂粒子に流体力が作用するようになる。この流体力が粒子の自重や他の粒子との接触および粘着力によって形成される安定状態を破壊するに足る大きさになれば、底面粒子が移動し始める。したがって、この流体力をどのようにモデル化して算定するかが重要になる。

土屋ら(1984)は、rocking motionによって他の粒子との接触条件を考慮し、また、流体力としてモリソン型の慣性力、抗力、揚力を導入して球状体粒子の挙動を力学的に定式化し、得られた Mathieu 方程式の安定解から不安定解への限界として砂粒子の移動限界を求めている。この手法では、流体力の算定に際してどの位置の流速を用いるか、また、粒子が一斉に移動するときには適用できないなどの問題点が残されている。

底面せん断応力を主要な流体力として捉え、この底面せん断応力を波浪条件と対応づけて整理したものとして次式がある(たとえば、堀川ら、1966)。

(H/H_0)^{-1} \sinh \frac{2\pi h_i}{L} = \alpha \left(\frac{H_0}{L_0} \right) \left(\frac{L_0}{d} \right)^n \dots\dots\dots (1)

ここに、H、Lは水深 h_i における波高および波長で、H_0、L_0はそれぞれ沖波換算波高および波長である。多数の研究者が提案した移動限界水深の実験式は式(1)の形に帰着するが、その移動形態によって定数 \alpha、n が取る値を整理したものが表-1である。

さらに、岩垣(1987)はそれぞれの \alpha の値に対して h_i/L_0 と (H_0/L_0)(L_0/d)^n との関係を微小振幅波理論を用いて図-1のように整理している。

表-1 移動形態と n、\alpha の値

移動形態	n	\alpha
初期移動	1/4	5.85
全面移動	1/3	1.770
表層移動	1/3	0.741
完全移動	1/3	0.417

現在、波動場における底質砂粒子の移動限界を表すのに最もよく用いられている指標としてシールズ数 (\Psi_m) がある。

\Psi_m = f_w \hat{u}_b^2 / (\rho_p - \rho_f) g d \dots\dots\dots (2)

ここに、f_w は波による底面摩擦係数、\hat{u}_b は境界層外縁の速度振幅、\rho_p、\rho_f は粒子および流体の密度、g は重力加速度、d は粒子径を表す。このシールズ数を用いて粒子の移動限界を表すと、滑面の場合には \Psi_{mc} = 0.1、粗面の場合には \Psi_{mc} = 0.04 程度になる。

式(1)あるいは式(2)で表される諸量は底質砂の

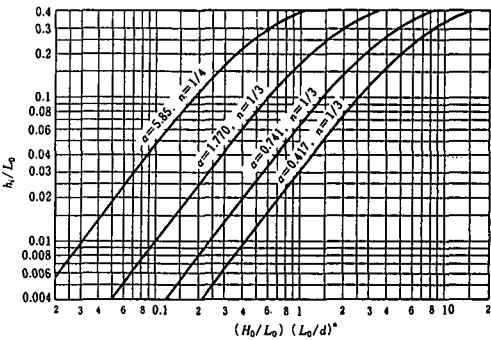


図-1 h_i/L_0 と (H_0/L_0)(L_0/d)^n の関係 (岩垣, 1987)

* 正会員 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科
** 正会員 工修 大阪市立大学助手 工学部土木工学科
*** (株)建設技術研究所 大阪支社水工本部

移動限界を表す指標にすぎず、運動し始めた粒子のその後の運動を予測することはできない。

運動を開始した粒子の移動形態を解析するモデルとして最もよく用いられている手法は、掃流砂や浮遊砂を問わず適用できる Bagnold のパワーモデル (1956) に基づくもの、あるいは浮遊砂が卓越している領域に対して有効なフラックスモデルであろう。これらの手法では、砂粒子の移動形態そのものよりも漂砂量を算定することに主眼が置かれている。最近では、固液二相流モデルを用いてシートフローを含む漂砂の解析を試みたもの (浅野, 1990) や、底質粒子の移動限界から跳躍・浮遊に至るまでの解析を試みたもの (後藤, 1994) など、より視野の広い解析手法が考案されるようになってきてはいるが、あらゆる移動形態を包含した解析手法は確立されていないと思われる。

本研究では、初期移動・転動・掃流・浮遊・シートフローといった砂粒子の一連の運動を人為的に区別して扱うのではなく、連続した現象として砂移動過程を捉えることができる数値シミュレーション手法の構築を試みる。

3. 計算手法

底質のあらゆる移動形態を対象とした解析を行うためには、

- (1) 個々の底質粒子の運動が解析できること、
- (2) 底質粒子の運動を支配する、また、水底形状の変化に対応できる流体運動が解析できること、

が要求される。すなわち、固液混相流として現象を捉える必要がある。

Anderson ら (1967) は流動層を対象として次のような固相および液相の基礎方程式を導いている。

液相の連続の式：

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\epsilon u_{fk}) = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

液相の運動方程式：

$$\rho_f \epsilon \left[\frac{\partial u_{fi}}{\partial t} + u_{fk} \frac{\partial u_{fi}}{\partial x_k} \right] = \frac{\partial \epsilon_{ik}}{\partial x_k} - n f_i + \epsilon \rho_f g_i \quad \dots\dots\dots (4)$$

固相の連続の式：

$$\frac{\partial}{\partial t} (1 - \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_k} [(1 - \epsilon) u_{pk}] = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

固相の運動方程式：

$$\begin{aligned} & \rho_s (1 - \epsilon) \left[\frac{\partial}{\partial t} (u_{pi}) + u_{pk} \frac{\partial}{\partial x_k} (u_{pi}) \right] \\ &= n \Phi_i - \frac{\partial S_{ik}}{\partial x_k} + n f_i + (1 - \epsilon) \rho_s g_i \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここに、 ϵ ：空隙率、 u_f , u_p ：液相および固相の速度、 g_i ：重力加速度の i 方向成分、 ϵ_{ik} ：流体の応力テンソルで圧

力・粘性応力・不規則運動にともなう剪断応力を表す項、 $n f_i$ ：粒子の運動が流体運動に及ぼす影響を評価する項 (n ：単位体積当たりの粒子数)、 $n \Phi_i$ ：粒子間の接触力、 $\partial S_{ik} / \partial x_k$ ：粒子の不規則運動に伴う応力を表している。Anderson らは、式 (2) の右辺第 1 項、および式 (4) の右辺第 1 および第 2 項を流体の応力テンソルと同様な形式で仮定している。すなわち、

$$\begin{aligned} \epsilon_{ik} = & -p(\epsilon) \delta_{ik} + \lambda(\epsilon) \frac{\partial v_m}{\partial x_m} \delta_{ik} \\ & + \mu(\epsilon) \left[\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial v_m}{\partial x_m} \right] \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon_{ik}^s}{\partial x_k} = & n \Phi_i - \frac{\partial S_{ik}}{\partial x_k} \\ = & -p^s(\epsilon) \delta_{ik} + \lambda^s(\epsilon) \frac{\partial v_m}{\partial x_m} \delta_{ik} \\ & + \mu^s(\epsilon) \left[\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial v_m}{\partial x_m} \right] \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

ここに、 p は流体の局所平均圧力、 λ および μ は有効体積粘性率および剪断粘性、 δ_{ik} はクロネッカーのデルタ記号で、 $p^s(\epsilon)$ は粒子間応力、 λ^s および μ^s は粒状体の有効空隙率および剪断粘性を表す。式 (7)、(8) 中の $p^s(\epsilon)$ 、 λ 、 λ^s 、 μ 、 μ^s は局所平均空隙率 ϵ に依存すると考えられるが、これらの変数を決定する術がないのが実情である。

ここでは、次のような流体の基礎式を用いて流体運動を計算することにした。

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\epsilon u_{fk}) = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \epsilon u_{fi}}{\partial t} + \frac{\partial \epsilon u_{fk} u_{fi}}{\partial x_k} \\ &= g_i - \frac{\epsilon}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\beta}{\rho_f} (u_{fi} - u_{pi}) + \nu \frac{\partial^2 u_{fi}}{\partial x_i^2} \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

右辺第 3 項は粒子が流体に及ぼす影響を表す項で、 β は次のように表される。

$$\beta = \begin{cases} \frac{1 - \epsilon}{d_p \epsilon^3} \left[150 \frac{(1 - \epsilon) \mu \epsilon}{d} + 1.75 \rho_f \epsilon^2 |\tilde{u}_f - \tilde{u}_p| \right] & (\epsilon \leq 8) \\ \frac{3}{4} C_D \frac{|\tilde{u}_f - \tilde{u}_p| \rho_f (1 - \epsilon)}{d} \epsilon^{-2.7} & (\epsilon > 0.8) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $\tilde{u}_f$, $\tilde{u}_p$ ：流体および粒子の平均速度、 μ ：粘性係数、 C_D ：抗力係数である。ここでは抗力係数 C_D を次のように定義する。

$$C_D = \begin{cases} \frac{24(1 + 0.15 R_e^{0.687})}{R_e} & (R_e \leq 1000) \\ 0.43 & (R_e > 1000) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (12)$$

上式 (12) で用いられているレイノルズ数 R_e は、局所平均されたレイノルズ数であり次式で示される。

表-2 計算に用いた諸定数

計算対象領域	$x=20, z=10$	(cm)
メッシュサイズ	$\Delta x=\Delta z=0.5$	(cm)
タイムステップ	$\Delta t=1.0\times 10^{-5}$	(s)
水 深	$h=5.0$	(cm)
周 期	$T=2.0$	(s)
波 長	$L=138.9$	(cm)
波 形 勾 配	$H/L=1/100, 1/60, 1/40, 1/20, 3/50$	
剛性バネ定数	$K_n=1.0\times 10^5$	(g/cm ²)
	$K_s=2.5\times 10^4$	(g/cm ²)
粘性定数	$\eta_n=5.0$	(g/cm ² ・s)
	$\eta_s=2.5$	(g/cm ² ・s)
摩擦係数	$\mu=\tan 30^\circ$	

$$R_e=\frac{|\vec{u}_f-\vec{u}_p|\epsilon d}{\mu} \dots\dots\dots (13)$$

式 (11) は、Ergun の式 (Bird, 1960) と呼ばれる透水層を構成する固相が液相に及ぼす力を表したものである。

底質粒子が運動すれば、空隙率 ϵ は時・空間的に変化する。これを決定するために、あるいは固相速度を求めるために、各粒子の運動を計算する必要があるが、ここでは個別要素法を用いて個々の粒子の運動を解析した。これによって、土屋ら (1984) が行ったような他の粒子との接触を考慮した底質粒子の運動解析が行えるようになっている。ただし、個々の粒子に作用する流体力は式 (10) の右辺第 3 項と同じ形で求めるが、このときには u_p として個々の粒子の速度を用いて計算している。なお、流体場を解析する際に必要な固相の速度 u_p は、着目しているメッシュ内に存在する全粒子の速度の平均値を用いている。

4. 計算条件

本研究では、流体の基礎式 (9) , (10) を MAC 法的手法を用いて計算を行っているので、水底地形が変化することによる波浪変形も求めることができる。ただし、図-2 に示すようにここでは粒子層外では微小振幅波理論に基づいた圧力と流速を与え、不透過な計算領域下端から初期粒子層内の高さまでのみ流体運動の解析を行った (図-2 参照)。

計算に用いた諸定数を表-2 に示す。粒子層の初期状態は、静水中のある高さに粒径 $d=2\text{ mm}$, 比重 $s=2.65$ の粒子を互いに接触しないように配置した後、個別要素法のみを用いて粒子が沈降して水底に堆積するまで計算を行い、力学的に静止釣り合い状態に達した状態とした。その後、波を与えて底質粒子の運動および粒子層内の流体の運動を解析した。波の位相は、 $t=0$ のときに波の峰が計算対象領域の左端を通過するように設定した。

なお、計算の便宜上、計算領域の最下端面には、粒子と同じ径を持つ半球を密に固定し、さらに、計算領域の

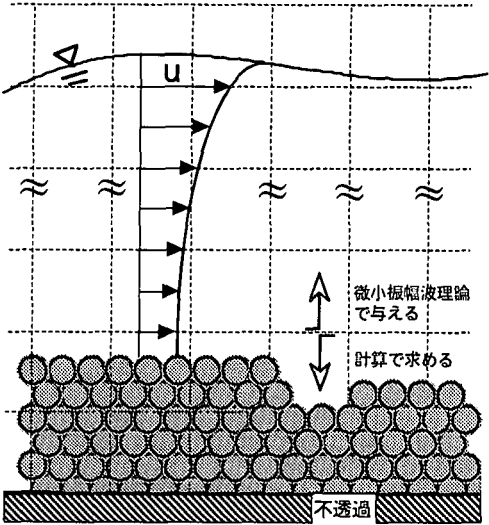
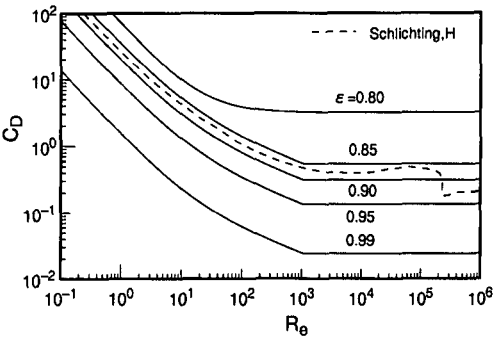
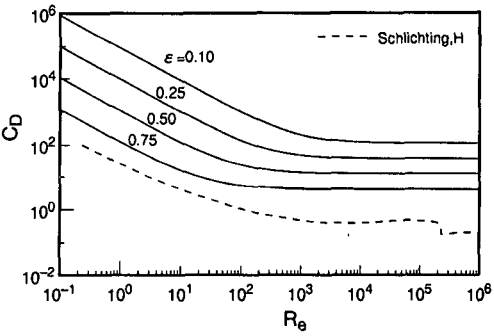


図-2 計算概念図



(a) 0.80 ≤ ε ≤ 0.99



(b) 0.10 ≤ ε ≤ 0.75

図-3 流体力

側端から流出した粒子は、そのときの速度を有したまま他端から再び計算領域内に入るものとして計算を行った。粒子層内の流体の計算には、左右端で開境界条件を、計算領域下端で no-slip 条件を適用した。

5. 計算結果

図-3は、本解析で用いた流体力をモリソン型の抗力として表現したときの抗力係数として表したものである。図中の点線は、単一粒子の抗力係数を表している。李ら(1994)は、高濃度粒子塊の前後の圧力差を測定して抗力係数を求めているが、本計算で用いた流体力から求めた抗力係数は彼らの実験値よりも1オーダー程度大きな値をとることがわかった。

次に、本手法による底質粒子の移動過程の計算結果を示す。図-4は、 $H/L=1/20$ の場合の計算結果である。同図(a)は計算の初期状態を表している。底面形状に若干の凹凸が見られるのは、前述したように個別要素法を用いて粒子の初期配置を決定したためである。図-4(b)では、底質粒子が水底上に跳躍するように移動していることがわかる。同図(c)の $t=T/2$ 後の計算結果を見ると、粒子同士が衝突しながら移動しており、 $x=15\text{ cm}$ 付近で粒子群が形成されていることがわかる。また、この時、底質粒子はかなり高くまで浮遊していることがわかる。さらに、 $t=3T/4$ の計算結果(同図(d))と同図(c)を比較すると、粒子の移動速度が遅く、また、粒子群のスケールも小さくなっていることがわかる。これは、波動運動による流体速度が小さくなっているためである。さらに、 $t=T$ の図-4(e)では粒子の移動速度が大きくなり、再び粒子群が形成されていることがわかる。

図-5は波形勾配ごとに $t=3T/4$ における各粒子の位置およびその速度ベクトルを示したものである。同図より、 $H/L=1/100$ の場合には底質粒子の運動はほとんど見られない。 $H/L=1/60$ の場合には表面粒子が僅かに移動しており、表-1の初期移動に対応しているとみなすことができる。表-1および図-1を用いて本計算条件における限界波形勾配を式(1)より求めると $H/L \approx 1/60$ となり、本計算結果と一致する。また、この時のシールズ数は $\Psi=0.017$ で、既往の研究による粗面乱流場の移動限界シールズ数 $\Psi_{mc}=0.04$ よりも小さい値となる。これは、粒子層の上端面から上方の流体には微小振幅波理論より得られる流体運動を与え続けているため、また、計算に用いた流体の基礎方程式にはエネルギー散逸を表す項がないため、粒子の存在に起因するエネルギー散逸が考慮されておらず、その結果、粒子に作用する流体力が過大に評価されているためであると考えられる。

図-6は、 $t=0$ に計算領域のほぼ中央の表層にあった粒子の軌跡を示したものである。 η_x, η_z は、それぞれ粒子の初期位置からの水平および鉛直方向の移動距離を表している。同図より、 H/L が大きくなるほど滑らかな曲線を描くようになっているが、これは波形勾配の増大とともに着目した粒子が他の粒子と接触する機会が少なくな

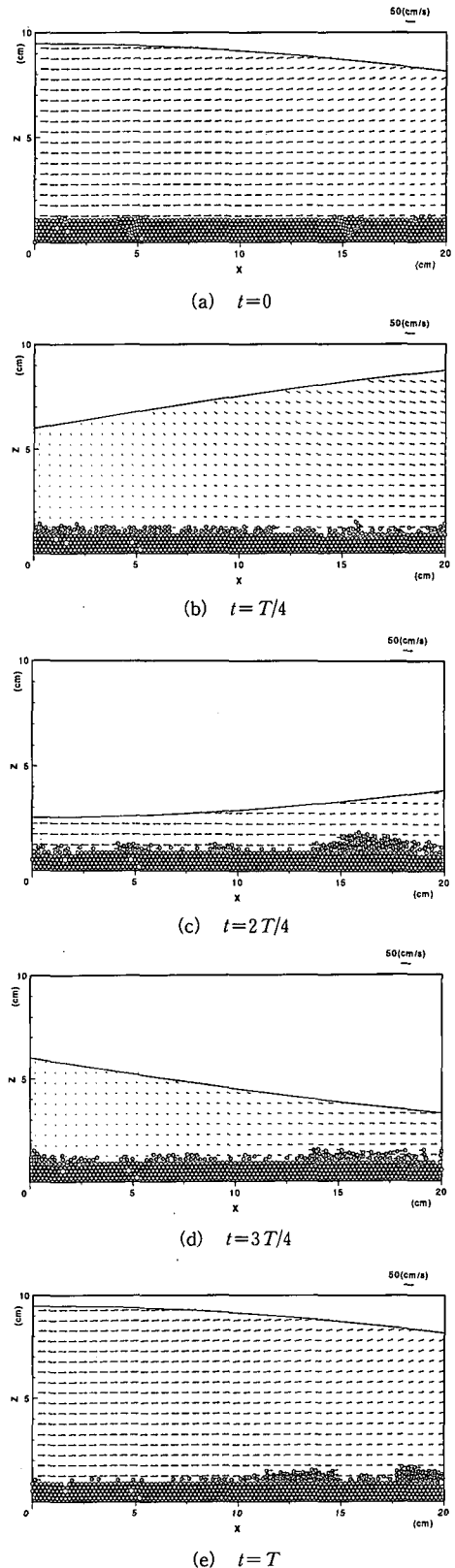


図-4 計算結果 ($H/L=1/20$ の場合)

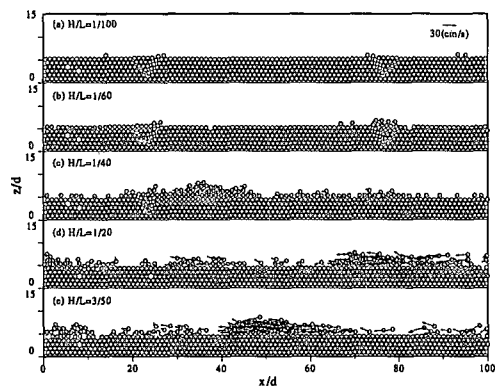


図-5 波形勾配による底質粒子の移動過程の変化 ($t = (3/4)T$)

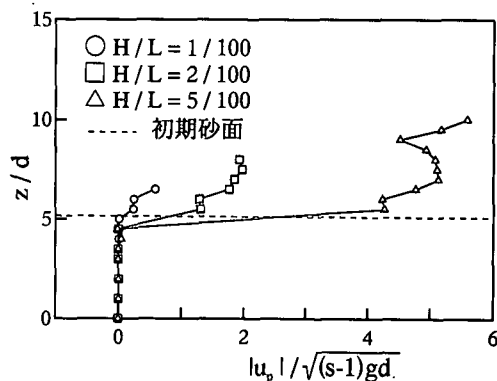


図-7 粒子の水平速度の鉛直分布

の実験による移動層厚の値とほぼ一致している。

6. 結 論

本研究では、静止している底質粒子が運動を開始して、跳躍、掃流砂状態、浮遊砂状態にいたる一連の移動過程を同時に取り扱うことができる数値モデルの構築を試みた。ここで示したモデルは境界条件の決め方や、流体力の算定方法、粒子の存在に起因する乱れの評価方法など、問題点も多く残されているが、このモデルを用いて得られた計算結果は、従来の研究で得られている成果を概ね再現できていることがわかった。今後は、これらの問題点を改善したうえで、多様な条件の下で計算を行い、モデルの汎用性を高めたいと考えている。

参 考 文 献

- 浅野敏之 (1990): シートフロー状態の漂砂を含む振動流れの数値解析, 土木学会論文集第 417 号/II-13, pp. 235-297.
- 岩垣雄一 (1987): 海岸工学, 森北出版, p. 141.
- 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次 (1993): Saltation からシートフローへの遷移過程における砂粒子群の運動特性, 海岸工学論文集, 第 40 巻 (1), pp. 326-330.
- 後藤仁志・酒井哲郎・宮永圭司 (1994): 粒状体モデルによるシートフローの流動過程の数値シミュレーション, 海岸工学論文集, 第 41 巻 (1), pp. 371-375.
- 土屋義人・上田康裕・大下哲則 (1989): 漂砂の移動限界の理論, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp. 272-276.
- 堀川清司・渡辺 晃 (1966): 波による砂移動に関する一考察, 第 13 回海岸工学講演会講演集, pp. 126-134.
- 李 立亜・沢本正樹・佐藤忠浩 (1993): シートフロー状態底質運動に関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第 40 巻 (1), pp. 341-345.
- 李 立亜・沢本正樹 (1994): 高濃度混相流における固体粒子と液体との相互作用, 水工学論文集, 第 38 巻, pp. 487-492.
- Anderson T. B. and Roy Jackson, (1967): "A Fluid Mechanical Description of Fluidized Beds", I & EC Fundamentals, Vol. 6 No. 4 Nov., pp. 527-539.
- Bagnold, R. A. (1956): The flow of cohesionless grains in fluids, Proc. Roy. Soc. Series A. 964, Vol. 249, pp. 235-297.
- Bird, R. B., Stewart, W. E. and Lightfoot, E. N. (1960): Transport Phenomena, John Wiley & Sons, p. 200.

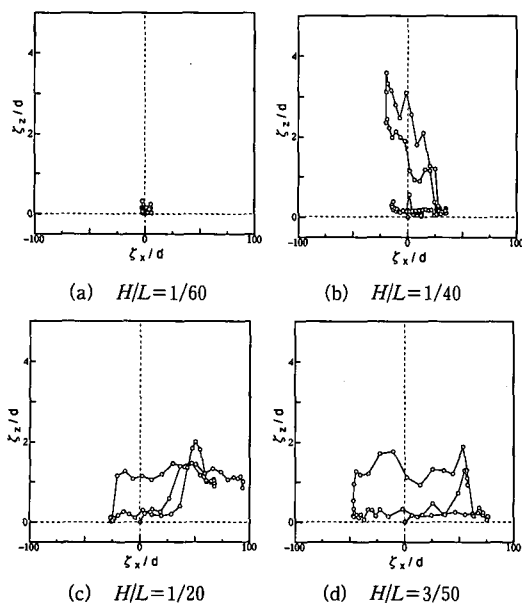


図-6 表層粒子の移動軌跡

り、粒子間干渉が粒子の運動に及ぼす影響が小さくなることを示している。このように、本解析手法によれば、初期に同じ位置に存在した粒子も外力としての波浪条件が変化すると全く異なる移動形態を示すことがわかる。

図-7 は、本手法を用いて水深 $h = 50$ cm, 周期 $T = 4$ s の下で、波形勾配を $H/L = 1/100, 2/100, 5/100$ と変化したときの粒子の平均水平速度の鉛直分布を示したものである。図-7 によれば、初期粒子層表面の極近傍 ($5 < z/d < 6$) では、粒子間干渉によって粒子の移動速度が小さくなっていること、 $H/L = 5/100$ の場合のその鉛直分布形は“変曲点を持つ蛇行した複雑な分布を呈する”ことを指摘した後藤ら (1993) の数値計算結果と一致している。また、同図によれば、本計算による粒子の浮遊高さは粒径の 3 ~ 5 倍程度であるが、これは李ら (1993)