

# 砂漣上における浮遊漂砂の拡散係数について

小野正順\*・出口一郎\*\*・榎木 亨\*\*\*

## 1. はじめに

浮遊砂濃度分布の予測には、浮遊漂砂の非平衡性が考慮できる移流拡散方程式に基づく予測法が有効である。基礎式である移流拡散方程式は、境界条件である基準点濃度と拡散係数を与えることにより数学的には高精度で解を求めることができる。しかしながら、この解は拡散係数と基準点濃度に大きく依存するため予測法の精度向上のためには、拡散係数と基準点濃度を精度良く与える必要がある。基準点濃度については、Sawaragi ら(1985)の提案式があり比較的精度良い予測ができるが、拡散係数については砂漣上の渦による巻き上げあるいはせん断流による分散などの複雑な機構で底質砂が拡散されるためその定量的な予測が困難である。従来、浮遊漂砂の拡散係数の定式化は、砂漣を底面粗度として渦動粘性係数に関連付けて議論がなされてきた。しかしながらそのような議論ではあまり良い精度で拡散係数を予測できないことがわかってきた。

従って本研究は、砂漣上の浮遊漂砂の拡散係数を精度良く予測するため、浮遊漂砂の拡散現象をできるだけ忠実に数値計算によって再現し、浮遊粒子の運動から浮遊漂砂の拡散係数を計算した。始めに、砂漣上の渦流れを剝離渦糸モデルによって再現し、その中で浮遊粒子の運動を追跡することによって浮遊漂砂の拡散係数を予測した。そして既往の実験・観測結果との比較を行った。

## 2. 浮遊漂砂の拡散係数・基準点濃度と砂漣形状

浮遊漂砂濃度を予測する場合、漂砂の非平衡性を考慮できる(1)式に示される移流拡散方程式に基づく方法が有効である。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_s \frac{\partial c}{\partial x} - w_f \frac{\partial c}{\partial z} = k_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \quad \cdots \cdots (1)$$

ここに、 $c$ : 浮遊漂砂濃度、 $u_s$ : 浮遊砂の輸送速度、 $w_f$ : 浮遊砂の沈降速度、 $k_x, k_z$ :  $x, z$  方向の拡散係数であ

る。この場合、境界条件としての基準点濃度及び拡散係数を前もって与える必要がある。

### 2.1 拡散係数と基準点濃度

#### (a) 基準点濃度

既に著者らの二人(1985)は、浮遊漂砂の基準点濃度  $C_0$  に対して次式を提案している。

$$C_0 = \alpha(\beta\phi_D)^{1.77} \quad \cdots \cdots (2)$$

ここに、 $\alpha = 0.49$ ,  $\beta = d_{50}/(f_w w_f T)$ ,  $d_{50}$ : 底質粒径,  $f_w$ : Jonsson の摩擦速度,  $T$ : 周期,  $\phi_D$ : 粒径シールズ数を示す。(2)式の適用性は、既に Ono ら(1994)によって確認されている。

#### (b) 拡散係数

浮遊漂砂の拡散係数の定式化は、従来浮遊粒子の運動が水粒子の運動に追従していると考えて、水粒子の運動量拡散係数(渦動粘性係数)に比例するとして定式化されてきた。また、浮遊漂砂発生時に海底に形成される砂漣は、底面粗度として取り扱われる。

図-1, 2 は浮遊漂砂の拡散係数を摩擦速度と粗度高さで無次元化を行い、横軸にシールズ数をとって示したものである。図-1 は海底に形成されている砂漣形状を粗度高さにとりその時の相当粗度は、Nilsen(1992)により定義されている次式を用いている。

$$k_s = 8\eta^2/\lambda + 5\phi_D d_{50} \quad \cdots \cdots (3)$$

一方、図-2 は底質粒径を粗度高さにとり、その時の相当粗度の定義を次式に示す。

$$k_s = 2.5d_{50} \quad \cdots \cdots (4)$$

両者共に図中の実験・観測結果は一概にばらついていゝる。図-1 の砂漣形状を考慮した場合は、実験結果が 0.1~1 の間でばらつき、底質粒径を粗度高さにした図-2 の場合のばらつき(10~100)と比較すると小さい。また、砂漣シールズ数  $\phi_D$  が大きくなるにつれて、漂砂移動形態が浮遊からシートフローへ変化するため、無次元拡散係数は小さくなっていく。

このように、渦動粘性係数と関連付けて浮遊漂砂の定式化を行えば、浮遊粒子の沈降特性が無視されてしまう。一方鉛直 1 次元の拡散方程式を考えると、浮上フラックスと沈降フラックスが釣り合うような形で拡散係数が決定されるため、浮遊粒子の沈降特性が拡散係数に関係す

\* 正会員 工博 大阪大学助手 工学部土木工学科

\*\* 正会員 工博 大阪大学助教授 工学部土木工学科

\*\*\* 正会員 工博 大阪産業大学教授 工学部土木工学科

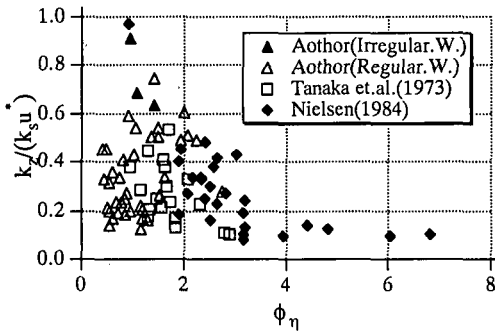


図-1 無次元拡散係数と砂漣シールズ数の関係

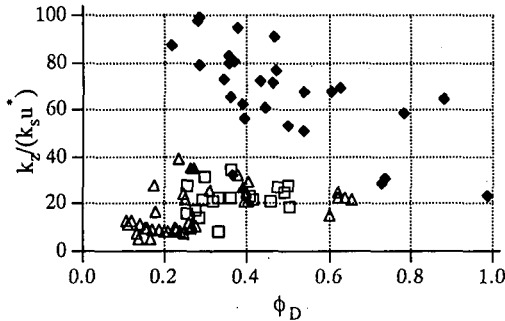


図-2 無次元拡散係数と粒径シールズ数の関係

るものと考えられる。従って、こうした浮遊漂砂の拡散係数は、砂漣上の渦流れとその中での浮遊粒子の運動とを同時に解く必要がある。

### 3. 浮遊漂砂の拡散係数の予測法

浮遊漂砂は砂漣の形成と共に発生し、砂漣上の渦流れとせん断流による分散により拡散される。本研究では、浮遊漂砂の鉛直方向の拡散は、せん断流による分散よりも砂漣上の渦流れによる巻き上げが支配的であると考え、砂漣上の渦流れについて離散渦糸モデルを基礎にしてモデル化を行い、その渦流れ中の浮遊粒子の運動を解析することで浮遊漂砂の拡散係数を算定した。

#### 3.1 砂漣上の渦流れの数値計算

砂漣上の渦流れの数値計算は、既に Longuet-Higgins (1981) により提案されている離散渦糸モデルに基づいて行った。その概要と修正点について説明する。

##### (a) 座標系と写像変換

$z$  平面は (5) 式で示され、 $x, y$  軸の原点は、図-3 に示すように砂漣頂上にとっている。

$$z = x + iy \quad \dots\dots\dots (5)$$

砂漣形状は sharp crest で、砂漣波長  $\lambda$ 、砂漣波高  $\eta$  とする。この砂漣上の流体運動は (6) 式で表される写像

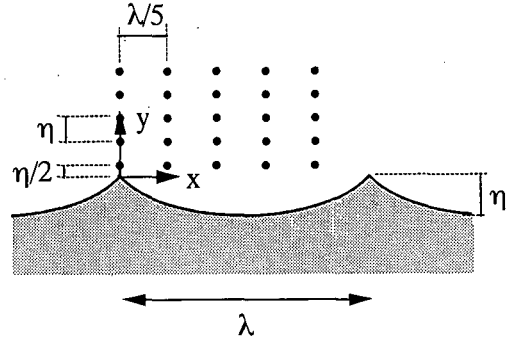


図-3 座標系及び砂粒子の初期配置

変換で正  $P$  角形の外部領域 ( $\zeta$  平面) に写される。

$$\zeta = e^{-ikz}, \quad kPL = 2\pi \quad \dots\dots\dots (6)$$

さらに、 $\zeta$  平面の正多角形外部領域は、(7) 式に示される Schwarz-Christoffel 変換により単位円内部領域 ( $W$  平面) に変換される。

$$\zeta = \zeta_0 - K \int_{w_0}^W \frac{(1 - W^P)^{2/P}}{W^2} dW \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $\zeta_0, W_0$  はそれぞれ、 $W$  平面で対応する定点、 $K$ : 変換スケールである。砂漣の波形勾配は、 $\zeta$  平面における正多角形の角数  $P$  で規定され、本研究では正 5 角形 ( $\eta/\lambda = 0.1687$ ) と正 8 角形 ( $\eta/\lambda = 0.1008$ ) の 2 種類を用いた。

##### (b) 渦流れの複素速度ポテンシャル

砂漣上の主流の速度ポテンシャルは次式で示される。

$$\chi(W) = \frac{U}{ik} \ln W \quad \dots\dots\dots (8)$$

sharp-crest の砂漣形状であるため、剥離点は主流の位相により変化せず、Longuet-Higgins と同様に砂漣頂上 0.01 cm の位置より渦糸を放出した。最終的に、 $W$  平面内の渦流れの複素速度ポテンシャルは次式のようにになる。

$$\chi(W) = \frac{U}{ik} \ln W + \sum_n \frac{\Gamma_n}{2\pi i} \ln \frac{W^P - W_n^P}{W^P - \bar{W}_n^P} \quad \dots\dots\dots (9)$$

上式で  $W_n, \Gamma_n$  は  $n$  個目の渦糸の位置と循環量で、 $\bar{W}_n$  はその渦糸の鏡像の位置を示し、 $\bar{W}_n$  は共役複素数  $W_n^*$  を用いて次式のように示される。

$$\bar{W}_n = 1/W_n^* \quad \dots\dots\dots (10)$$

##### (c) 解析法の修正点

剥離渦糸モデルで大きな問題点は、渦流れの表現に渦糸を用いることから、渦糸近傍では非現実的な誘起流速が発生することである。本解析法では、渦糸の代わりに円形渦を用いることにより流速の発散を制御した。(11) 式に渦糸の場合と比較して円形渦の場合の複素速度ポテ

ンシャルを示す。

$$\left. \begin{aligned} |W - W_n| > Gr &\Rightarrow \frac{\Gamma_n}{2\pi i} \ln(W - W_n) \\ &\quad (\text{渦糸も円形渦も同じ}) \\ |W - W_n| < Gr &\Rightarrow \begin{cases} \frac{\Gamma_n}{2\pi i} \ln(W - W_n) & (\text{渦糸の場合}) \\ \frac{\Gamma_n}{2\pi i} \frac{1}{Gr} (W - W_n) & (\text{円形渦の場合}) \end{cases} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $Gr$  は円形渦の半径である。この円形渦の半径については、既往の実験結果との比較から決定することにした。もう一つの問題は、円形渦の集積として剝離渦が形成されるが、砂漣頂上で形成された剝離渦はほぼ半周期で消滅することが実験的に明らかにされている。従って、本研究では次式のように指数関数的に減衰する円形渦の循環量を仮定し、剝離渦の減衰を表現した。

$$\Gamma_n = \Gamma_{0n} \exp(-\alpha_c t_{0n}/T) \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 $\Gamma_{0n}$  は  $n$  番目に発生した円形渦の初期循環量を、 $t_{0n}$  は  $n$  番目に放出された円形渦の発生してから時間、 $\alpha_c$  は減衰係数で実験結果との比較から決定される。

#### (d) 砂漣上の渦流れの実験結果との比較

水谷ら (1993) は、固定砂漣床上での渦流れを可視化し、剝離渦の循環量の時間変化を計測している。実験条件は、Case 1 が周期  $T=4$  s、境界層外縁流速  $U=34.6$  cm/s、水粒子軌道長  $d_0=44.0$  cm、Case 2 が  $T=9$  s、 $U=13.9$  cm/s、 $d_0=40.0$  cm である。剝離渦の循環量の時間変化は時間を周期で無次元化し、循環量を循環量の最大値で無次元化すると図-4 に示すようにその他の条件に関わらず同じような時間変化を示すことが報告されている。

本研究においては沢本ら (1981) の実験条件で計算した計算結果を用いて比較を行った。沢本らの実験条件は、周期  $T=1.75$  s、波高  $H=8.52$  cm、水深  $h=30$  cm、境界層外縁流速振幅  $U=21.2$  cm/s、底質粒径  $d_{50}=0.02$  cm、砂漣波長  $\lambda=7.18$  cm、砂漣波高  $\eta=1.28$  cm である。

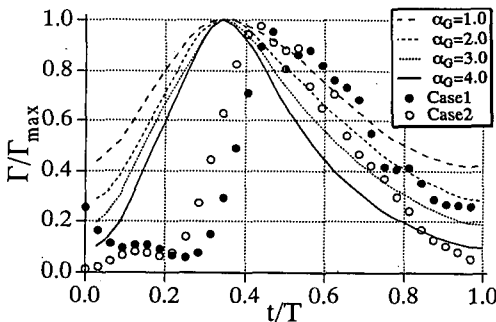


図-4 剝離渦の循環量の位相変化 ( $Gr=0.02\lambda$ )

計算は 15 周期間行い、循環量の計算結果は 3 周期目から 15 周期目までの 13 周期の位相平均値として示す。

図-4 中に示す計算結果は、円形渦の循環量の減衰係数  $\alpha_c$  を 1.0, 2.0, 3.0, 4.0 の 4 種類に変えた場合の組織渦の循環量の時間変化を示している。ただし、円形渦の半径は砂漣波長の 2% としている。図より円形渦の循環量の減衰係数を大きくすることにより、1 周期間内の循環量の最大値と最小値との差が大きくなる。この結果から、円形渦の減衰係数は 4.0 に決定した。

次に、円形渦の半径を決定するため、水平流速の乱れ強度について沢本らの実験結果との比較から決定した。乱れ強度は位相平均流速からの偏差で定義した。図-5 (a), (b) は、それぞれ砂漣の峰上  $z/h=0.017, 0.05$  の位置での水平流速の乱れ強度の位相変化を示す。図中の計算結果は、円形渦の循環量の減衰係数を  $\alpha_c=4.0$  とし、円形渦の半径を砂漣波長の 2.0%, 0.8%, 0.6% の 3 種類に変化させた場合の結果を併せて示している。

図-5(a) に示すように、円形渦の半径を小さくするにつれて乱れ強度は大きくなるが、定性的な位相変化の傾向は一致している。また、あまり円形渦の半径を小さくしても 0.6% の計算結果に示すように、乱れ強度が局所的にスパイク状のピークが大きくなるだけで、乱れ強度の全体的な増大にはつながらない。(b) 図に示す  $z/h=0.05$  の場合の結果を見ると計算結果が実験結果に比較するとかなり小さく、円形渦の半径を小さくしても乱れ強度にはほとんど影響がない。これは、計算では振動流場を仮定しているため、波動場の実験結果と比較すると鉛直方向の流体運動が拘束され、組織渦の形成位置が低いとめと考えられる。また、前の位相で形成された組織渦は上方に移流するが、循環量の時間減衰が大きくその渦による乱れが過小評価されていることも考えられる。これらの結果より円形渦の半径は、砂漣波長の 0.8% に設定した。

#### 3.2 浮遊粒子の運動解析と拡散係数の算定法

渦流れ中の浮遊粒子の運動解析には、運動方程式を用いた。鉛直方向のみ示すと次式のようなものである。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v_s^*}{\partial t^*} &= \frac{3}{4} \frac{1}{\rho_s^* + C_M} C_D K_c |v_f^* - v_s^*| (v_f^* - v_s^*) \\ &\quad + \frac{\partial v_f^*}{\partial t} - \frac{\rho_s^* - 1}{\rho_s^* + C_M} g^* \\ t^* &= t\sigma, \quad (v_s^*, v_f^*) = (v_s, v_f)/w_f, \quad \rho_s^* = \rho_s/\rho_f, \\ g^* &= g/(w_f\sigma), \quad R_e = \frac{w_f d_{50}}{\nu}, \quad K_c = \frac{w_f}{d_{50}\sigma}, \\ C_M &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

式中の \* は無次元量を示し、 $v_s^*, v_f^*$  : 浮遊粒子速度及

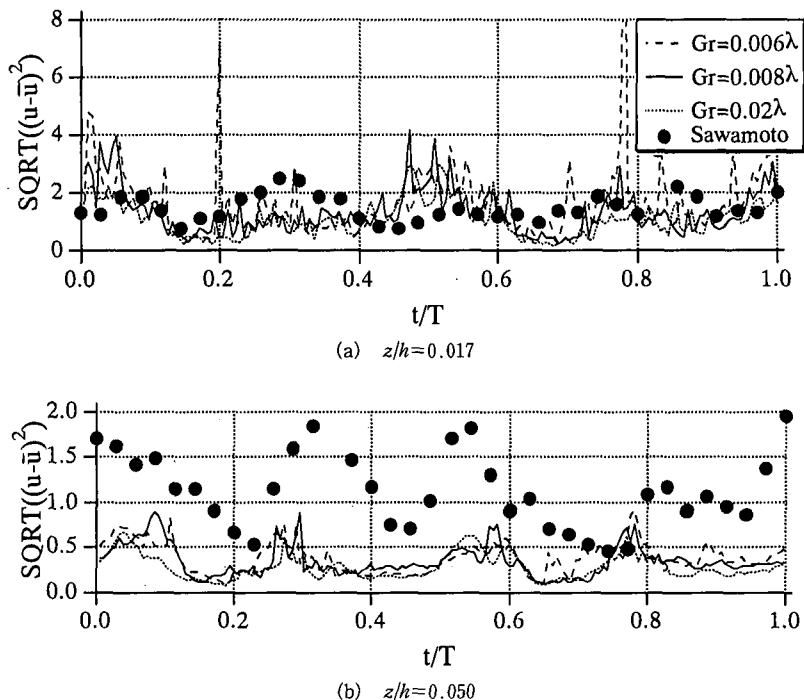


図-5 水平流速の乱れ強度の位相変化

び流体流速,  $t^*$ : 時間,  $\sigma^*$ : 角周波数,  $g^*$ : 重力加速度,  $\nu$ : 動粘性係数,  $w_f$ : 浮遊粒子の沈降速度を示す。右辺第1項中の抗力係数については,  $Re$  が  $10^4$  程度まで精度が確かめられている Molerus & Werther (1968) が提案している次式を用いた。

$$C_D = \frac{24}{Re} \left( \frac{1}{|v_f^* - v_s^*|} + \frac{0.152}{\sqrt{|v_f^* - v_s^*|}} + 0.0151 Re \right) \quad (14)$$

以上に示す浮遊粒子の運動方程式を4次の Runge-Kutta 法を用いて数値計算し, 浮遊粒子の運動軌跡を解析した。浮遊粒子の初期位置は, 図-3 に示すように水平方向に  $\lambda/5$  間隔で5点, 鉛直方向には砂漣頂上  $\eta/2$  の高さから上方に  $\eta$  間隔で5点の合計25粒子を配置した。流体中への浮遊粒子の投入は, 流体場がほぼ定常に達する4周期後とし, 5周期目から11周期目までの7周期間について粒子の追跡を行った。

次に, 上述した浮遊粒子の追跡モデルにより得られた全粒子位置の時系列から浮遊漂砂の拡散係数の算定を行う。時刻  $t$  における各浮遊粒子の位置  $z_i(t)$  ( $i=1, 2, \dots, 25$ ) と25粒子の平均位置  $Z(t)$  とおくと, 各浮遊粒子の相対的な位置ベクトル  $l_i(t)$  は次式のように表せる。

$$l_i(t) = z_i(t) - Z(t) \quad (i=1, 2, \dots, 25) \quad (15)$$

浮遊粒子の拡散係数  $k_x(t)$  は次式に基づき算定した。

$$k_x(t) = \frac{1}{2} \frac{d \left\{ \sum_{i=1}^{25} l_i(t)^2 \right\}}{dt} \quad (16)$$

拡散係数は, 7周期間で平均化され算定される。

#### 4. 浮遊漂砂の拡散係数に関する既往の実験・観測結果との比較

浮遊漂砂の拡散係数に対する本解析法の適用性を検討するため, 既往の実験・観測結果との比較を行った。

図-6 は, 浮遊漂砂の拡散係数について実験結果と計算結果との比較を示す。図より多少計算結果が実験結果を過小評価しているが, 実験結果と計算結果がほぼ良好な一致を示すことから, 浮遊漂砂の拡散係数については砂漣上の渦流れによる拡散が支配的であることがわかる。また, 砂漣上から比較的離れた位置での乱れ強度が過小評価されていた(図-5(b))にも関わらず, 実験結果と比較的良好な一致を示すのは, 浮遊漂砂の拡散係数に底面近傍における乱れが支配的に効いているためと考えられる。

図-7 は, 砂漣上に形成される剝離渦に影響を及ぼすと考えられる砂漣波長を代表長さとする K.C. 数を横軸にとり, 縦軸に計算結果と実験結果の比を示したものである。図より K.C. 数の増大に伴って実験結果に対して計算結果が過大評価となる。これは K.C. 数が20以

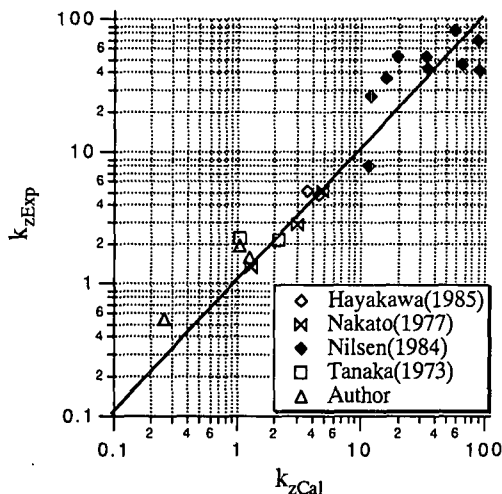


図-6 拡散係数の計算結果と観測・実験結果との比較

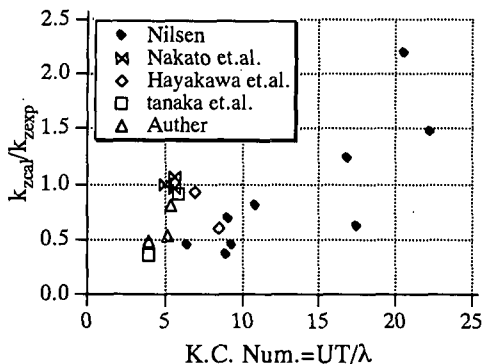


図-7 拡散係数の予測誤差と K. C. 数の関係

下の領域については砂漣上の渦流れが卓越し、計算結果は実験結果の0.4~1.2程度と精度良い予測結果を示す。

しかし、K. C. 数が20以上の領域では砂漣上の渦の巻き上げよりもせん断流による分散が支配的であるため、海底面で non-slip 条件を満たしていない本解析法では、流れによって移流している浮遊粒子と砂漣の谷にトラップされる粒子との相対距離が大きくなり実験結果よりも過大評価となるものと考えられる。

## 5. 結 語

### 1) 浮遊漂砂の拡散係数を定式化する場合、長さスケ

ールとして底質粒径をとるよりも砂漣形状をとって無次元化を行う方が実験・観測結果のばらつきは少ない。従って、拡散係数をより正確に予測するには、砂漣上の渦流れ中の浮遊漂砂の拡散現象を検討する必要がある。2) 離散渦法に基づき渦糸の代わりに円形渦を用い、その循環量に時間減衰を考慮することで、砂漣上の渦流れが数値的に再現できる。また、数値計算で再現された渦流れ中の砂粒子運動を運動方程式により計算し、その浮遊砂の軌跡から計算された拡散係数は、既往の実験・観測結果と良い一致を示した。

最後に本研究を行うに当たり、科学研究費(奨励 A)の援助を受けたことを付記し、謝意を表します。

## 参 考 文 献

- 沢本正樹・山下俊彦・北村 匡 (1981): 砂漣上の乱れ強度分布と浮遊砂濃度分布, 第28回海岸工学講演会論文集, pp. 232-236.
- 田中則男・小笹博昭・小笠原 昭 (1973): 波と流れによる砂移動に関する実験, 港研報告, 第12巻, 第4号, pp. 3-22.
- 早川典生・多仁正芳・涌井正樹 (1985): 砂漣上の砂移動機構と岸沖漂砂量公式の検討, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 288-292.
- 水谷 将・堀川清司・谷本勝利・中村廣昭・倉科恭子 (1993): 砂漣モデル近傍における渦の強さの時間的変化に関する実験的研究, 第48回土木学会年次学術講演会講演要集第2部, pp. 784-786.
- Longuet-Higgins, M. S. (1981): Oscillating flow over steep sand ripples, J. Fluid Mech., Vol. 112, pp. 71-96.
- Molerus, O. and J. Werther (1968): Berechnung der Sinkbewegung kugelförmiger Teilchen in einem vertikal pulsierenden Stromungsfeld, Chemie-Ingenieur-Technik, Vol. 40, pp. 522-524.
- Nakato, T., F. A. Locher, J. R. Glover, and J. F. Kennedy (1977): Wave entrainment of Sediment from rippled beds, A. S. C. E., WW1, Vol. 103, pp. 83-99.
- Nielsen, P. (1992): Coastal bottom boundary layers and sediment transport, Advanced Series on Ocean Eng., Vol. 4, 324 p.
- Nielsen, P. (1984): Field measurements of time-averaged suspended sediment concentration under waves, Coastal Eng., Vol. 8, No. 1, pp. 51-72, 1984.
- Ono, M. K. H. Kim, T. Sawaragi, I. Deguchi (1994): Suspended sediment caused by waves and currents, Proc. of 24th Int'l Conf. on Coastal Engineering, (in printing).
- Sawaragi, T., J. S. Lee, and I. Deguchi (1985): A new model for a prediction of beach deformation around a river mouth, Proc. Int'l. Sympo. on Ocean Space Utilization '85, pp. 229-236.