

乱流下の移流拡散方程式を用いた碎波帯内浮遊砂濃度の 予測数値モデル

柴 山 知 也*・Nguyen The Duy**

1. 緒 論

本研究は碎波帯内の乱流現象に起因する底質浮遊現象を解明するために、碎波帯内浮遊砂運動の予測モデルを作成することを目的としている。碎波帯内の浮遊砂分布の特徴は碎波点近傍にできる高濃度の浮遊砂雲の形成である (Shibayama et al., 1986)。このような高濃度の下で碎波帯内の浮遊砂は沖浜帯に比べて量的に大きく、地形変化を予測する際に非常に重要である。また、これまでの研究は室内実験および現地海岸における計測データを蓄積し、そこから実験公式を導いて濃度を推定する方向で行われてきた。本研究は新たな試みとして、乱流方程式を基礎とした碎波帯内乱流場の数値モデル (柴山・Duy, 1994) を用いて流速を算定し、さらに乱流下の移流拡散モデルを適用することにより、岸沖、鉛直方向を持つ二次元場についての数値モデルを作成した。さらに開発した数値モデルの室内実験データ (Sato et al., 1990) による検証も行う。

2. 数値モデルの構成

(1) 流速場の算定

乱流流速場算定の基礎方程式としては、流速値に波動運動の位相を基準とした位相平均値を用いた Reynolds の方程式 (岸沖方向および鉛直方向) と連続式を用いる。渦動粘性係数の値は波の位相に応じて変化する量として与えている。この方程式系を水表面、水底、沖側境界、岸側境界での境界条件の下で解く。沖側境界では Ursell 数に応じて Stokes 波あるいは cnoidal 波を用いて水面位置、流速、圧力を与えている。このような方程式系を表面の境界が時間的に変動するような場で、時間的に変動する曲線座標系の下で解くことは一般には不可能である。そこで本研究ではデカルト座標で書かれた方程式を一般曲線座標に変換して差分計算を行っている。乱流場の計算手法については既に柴山・Duy (1994) に詳述してあるので参照されたい。

(2) 濃度場の算定

次に浮遊砂濃度の算定法について述べる。図-1 に座標系の定義図を示す。浮遊砂濃度の算定については一次元移流拡散方程式を用いた数値モデル (Daigaad et al., 1986; Ifuku, 1988; Mocke, 1991) が用いられてきた。しかしながら碎波帯内の浮遊砂移動に関しては岸沖方向の移流の効果を無視することはできない。二次元移流拡散方程式を用いたモデルは Hansen et al. (1994) のものに限られるが、この取り扱い是非碎波の領域でしかも底面近傍に限られている。そこで本研究では基礎方程式として二次元移流拡散に関する浮遊砂の質量の保存式を差分化して用いた (例えば Anderson et al., 1984)。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(uC)}{\partial x} + \frac{\partial(wC)}{\partial z} = w_s \frac{\partial C}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_s \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_s \frac{\partial C}{\partial z} \right) \dots \dots (1)$$

ここで C : 浮遊砂濃度, u, w : 流速, w_s : 砂粒子沈降速度, ϵ_s : 拡散係数である。

さらに流速場と同様に一般曲線座標系に変換する事により浮遊砂濃度の分布を計算した。

(3) 境界条件の与え方

計算にあたり底面の境界条件を正確に与えることは計算の精度を高める上で重要である。ここでは底面境界条件を以下のように与える。

$$-\epsilon_s \frac{\partial C}{\partial z} = p(x, t) \dots \dots \dots (2)$$

ここで $p(x, t)$ は粒子飛びだし率であり, Nielsen (1992) にならって以下の様に与えた。

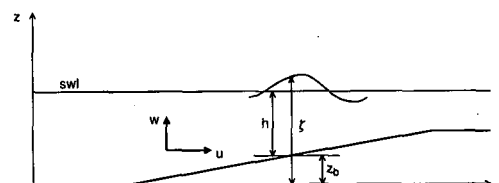


図-1 座標系の定義

$$p(x, t) = 3.3 \times 10^{-4} \times \left[\frac{\theta(t) - \theta_c}{\theta_c} \right]^{1.5} \frac{(s-1)^{0.6} g^{0.6} d^{0.8}}{\nu^{0.2}}$$

for $\theta > \theta_c$ (3)

ここで $p(t)$: 飛びだし率, $\theta(t)$: 瞬間 Shields 数, θ_c : 限界 Shields 数, s : 底質比重, d : 底質粒径, ν : 動粘性係数 である. 瞬間 Shields 数は以下のように与えることができる.

$$\theta(x, t) = \frac{0.5 f_w u_b^2(x, t)}{(s-1)gd}$$
 (4)

f_w : 底面摩擦係数, u_b : 底面流速である.

底面境界条件を与えるための格子点の配置について 図-2 に示す. 底面境界での条件を満たすには図に示すように境界面の下に仮想の層を設ける必要がある.

自由表面における境界条件は境界面を越える質量の出入りが無いとして以下のように与える.

$$\epsilon_s \frac{\partial C}{\partial z} + w_s C = 0$$
 (5)

さらに岸側および沖側の境界条件は境界を遠方にとることによりそのいずれにおいても濃度が低く, 計算全体に大きな影響を与えることはない. そこで拡散の効果を見無視して以下のように与える.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial (uC)}{\partial x} + \frac{\partial (wC)}{\partial z} = w_s \frac{\partial C}{\partial z}$$
 (6)

(3) 拡散係数の推定法

濃度場の算定に当たっては拡散係数の値をどのように見積もるかが問題となる. まず沖浜帯においては Shibayama and Rattanapitikon (1993) にならって以下のように与える.

$$\epsilon_s = 0.21 u_* A k_u^2 k_t^{0.5} d_*^{-1.5} \frac{\xi - z_b}{h}$$
 (7)

ここで A : 底面水粒子軌道振幅, $k_u = w_s/u_*$, $k_t = \eta/d$, η :

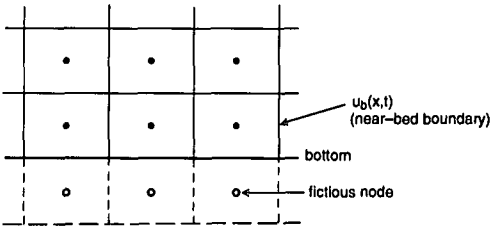


図-2 底面付近の計算格子の配置

砂澱高さ, $d_* = d(sg/\nu^2)^{1/3}$ である.

次に碎波帯内の拡散係数は van Rijn (1984) と同様に渦動粘性係数の関数と考える. 渦動粘性係数の値は先に算定した流速場の計算に用いた値を用いる. すなわち

$$\epsilon_s = \beta \nu_t$$
 (8)

とおいた. 係数 β の値については van de Graff (1985) においても議論されている. ここでは係数 β の値は計算結果をも考慮して以下で与える.

$$\beta = \frac{z - z_b}{5(\xi - z_b)}$$
 (9)

(4) 数値計算の方法

図-3 に物理平面 (x, y, t) と計算平面 (ξ, η, τ) における格子点の配置を示す. 二つの平面の関係は以下のように表される

$$\xi = x$$
 (10)

$$\eta = H_s \frac{z - z_b(x)}{\xi(x, t) - z_b(x)}$$
 (11)

$$\tau = t$$
 (12)

さらに流速の一次微分は以下のように表される.

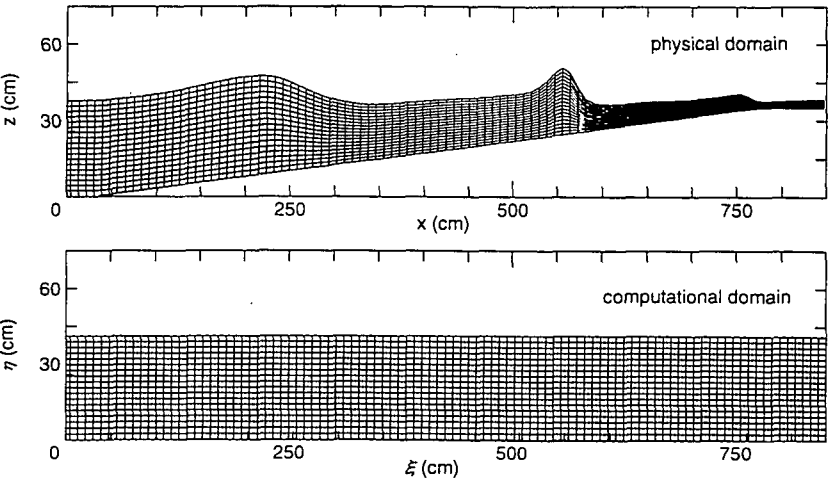
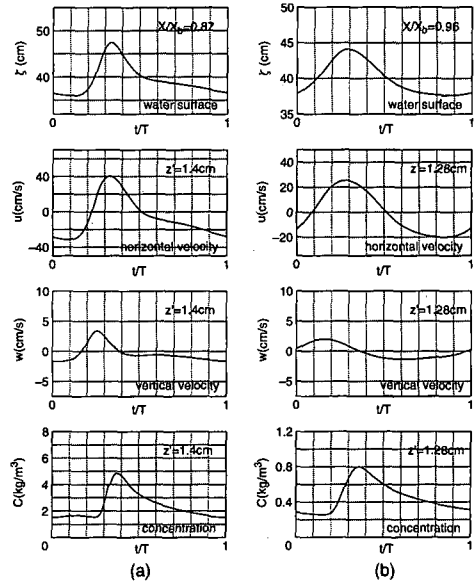


図-3 物理平面と計算平面

表一 佐藤ら (1990) の実験条件

Case	d_{50} (cm)	T (s)	h_0 (cm)	H_0 (cm)	breaker type
S-1	0.018	1.08	38.5	9.7	sp.-pl.
S-2	0.015				
S-3	0.018	3.45	38.5	6.8	pl.
S-4	0.015				
S-5	0.018	2.13	39.0	10.4	pl.
S-6	0.015				
S-7	0.018	0.87	39.0	8.3	sp.
S-8	0.015				
S-9	0.018	1.65	39.0	9.8	pl.
S-10	0.015				
S-11	0.018	1.35	39.5	9.9	pl.
S-12	0.015				
S-13	0.018	1.16	39.5	9.3	sp.-pl.
S-14	0.015				



PLUNGING BREAKER (CASE S-5) SPILLING-PLUNGING BREAKER (CASE S-13)

図-4 位相平均した表面波形, 水平・鉛直流速, 浮遊砂濃度の算定結果

結果としてヤコビアン J を用いて質量の保存則は以下の様に変換されることとなる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial C}{\partial \tau} + \eta_x \frac{\partial C}{\partial \eta} + \frac{\partial(uC)}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial(uC)}{\partial \eta} + \eta_z \frac{\partial(w - w_s)C}{\partial \eta} \\ &= \left(\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \eta} \right) \left(\frac{\partial C}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial C}{\partial \eta} \right) + \eta_x^2 \left(\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \eta} \frac{\partial C}{\partial \eta} + \varepsilon_s \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} \right) \\ &+ \varepsilon_s \left[\frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} + \eta_x^2 \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} + 2\eta_x \frac{\partial^2 C}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial C}{\partial \eta} \left(\frac{\partial \eta_x}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial \eta_x}{\partial \eta} \right) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

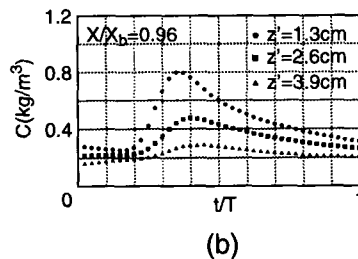
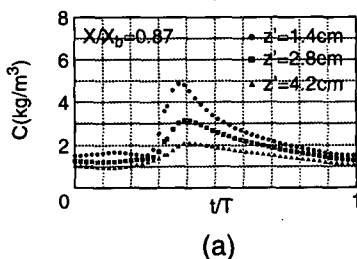
3. 数値モデルの算定結果とその検証

本節では数値モデルの算定結果とその妥当性の検証を行う。図-4 に碎波帯内での水面波形, 位相平均水平流速, 位相平均鉛直流速, 位相平均濃度の時間変化の計算例を巻き波碎波, 砕け波碎波それぞれについて示したものである。このような周期的な解を得るまでには静水分布から計算を開始して 4~8 周期分の計算を要する。図

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial u}{\partial t} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} & \frac{\partial u}{\partial \eta} & \frac{\partial u}{\partial \tau} \\ \frac{\partial w}{\partial \xi} & \frac{\partial w}{\partial \eta} & \frac{\partial w}{\partial \tau} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial z} & \frac{\partial \xi}{\partial t} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial z} & \frac{\partial \eta}{\partial t} \\ \frac{\partial \tau}{\partial x} & \frac{\partial \tau}{\partial z} & \frac{\partial \tau}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (13)$$

ここでヤコビアン J は以下のように求められる。

$$\begin{aligned} J &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial z} & \frac{\partial \xi}{\partial t} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial z} & \frac{\partial \eta}{\partial t} \\ \frac{\partial \tau}{\partial x} & \frac{\partial \tau}{\partial z} & \frac{\partial \tau}{\partial t} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{[H_s z_{bx} + \eta(\xi_x - z_{bx})]}{\xi - z_b} & \frac{H_s}{\xi - z_b} & -\eta \frac{\xi_t}{\xi - z_b} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$



PLUNGING BREAKER (CASE S-5) SPILLING-PLUNGING BREAKER (CASE S-13)

図-5 位相平均濃度の鉛直方向の変化の算定値

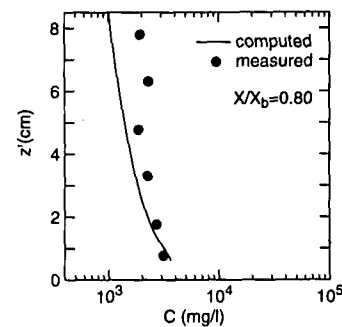
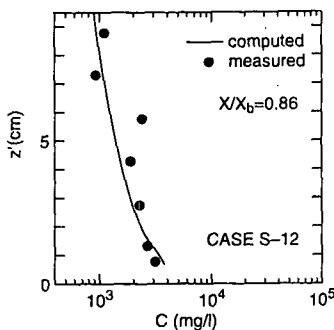
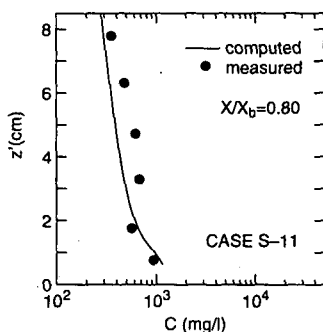
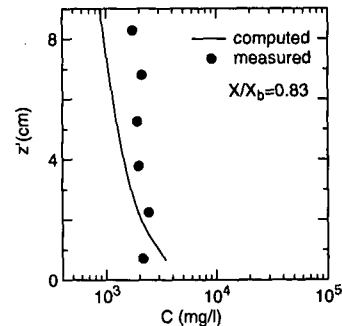
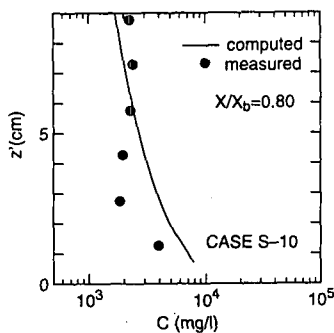
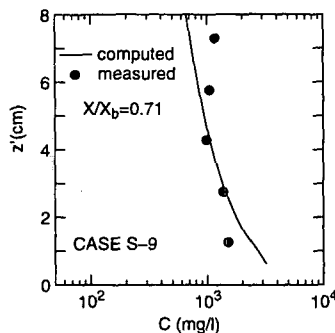
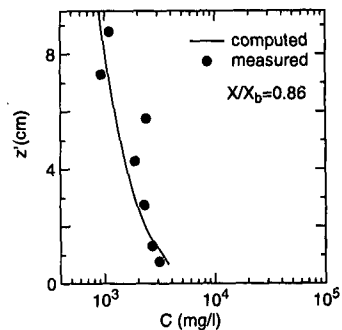
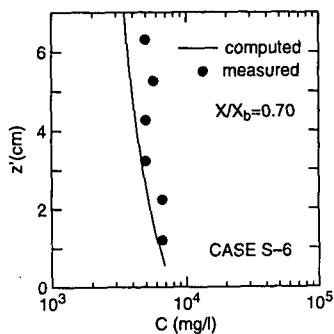
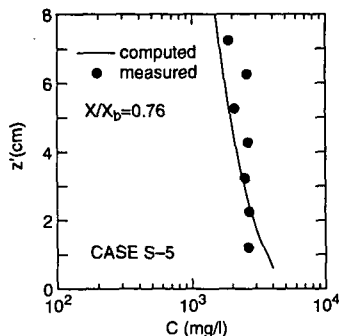


図-6 時間平均濃度の実験値と計算値の比較

図-7 碎波点近傍での時間平均濃度の実験値と計算値の比較 (ケース S-12)

に示した地点は碎波点近傍で、鉛直方向には底面近傍である。数値モデルがその複雑さにも関わらず安定な計算結果を示している事がわかる。また、表面波形、底面流速に比べて濃度が位相遅れを持っていること、巻き砕波による濃度が崩れ砕波に比べてずっと大きい事などが再現されている。図-5は巻き波砕波、砕け波砕波それぞれについて位相平均濃度の鉛直方向の変化を示したものである。底面から巻き上げられて形成される高濃度の部分が位相遅れをもって、また濃度を通減させながら上方へ移流拡散していく様子が再現されている。

表-1に本モデルの検証に用いる Sato et al. (1990) の室内実験条件を示す。図-6および図-7は Sato et al. (1990) の碎波帯内浮遊漂砂濃度の実測結果 (平均濃度) と比較した結果である。いずれのケースにおいても平均濃度の実測結果をよく予測し得ている。しかし実測にお

いて濃度が鉛直方向に急速に変化する場合には計算結果にはそのような傾向は出ていない。

計算による浮遊砂濃度は底質の沈降速度 (あるいは底質粒径) の変化に対して敏感であることがわかった。図-8は同一の水理条件に対して異なる底質を与えた場合に浮遊砂濃度にどのような差が出るかという点について検討を加えたものである。図に実験結果 (Sato et al., 1990) とモデルによる算定結果をともに底質の沈降速度別に示してある。図より数値モデルがこの点でも現象を良く説明している事が解る。

図-9は浮遊砂総量の最大値の実験値と計算値の比較を示したものである。浮遊砂総量とはある時点での浮遊砂濃度を浮遊砂が存在する全平面にわたって場所的に積分したものである。この場合にも算定結果はある程度の精度で評価を与えているといえる。

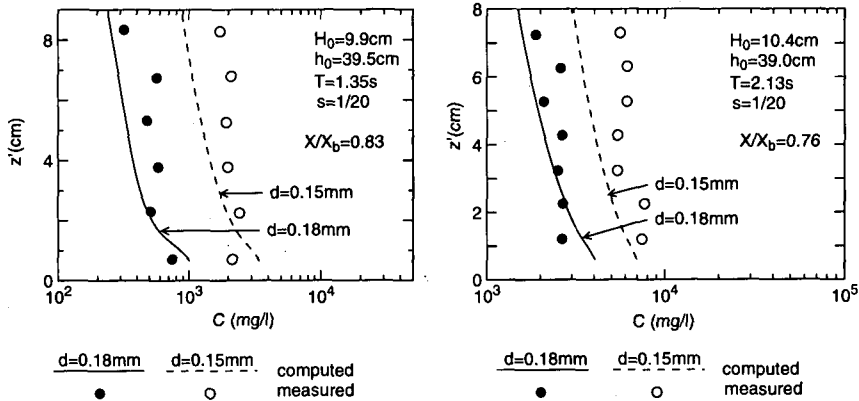


図-8 沈降速度の違いによる浮遊砂濃度の変化 (実験値と計算値)

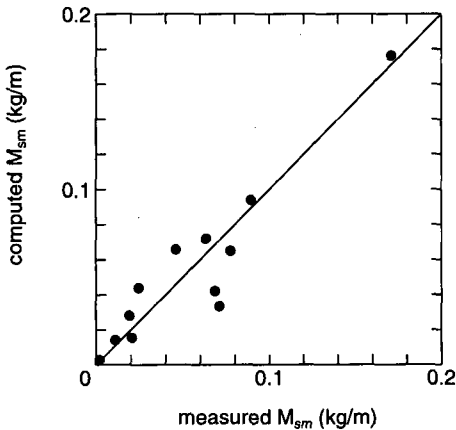


図-9 浮遊砂総量の最大値の実験値と計算値の比較

4. 結 論

砕波帯内の乱流流速場、浮遊砂濃度変化を予測するための新しい数値予測モデルを提案し、実験結果と比較した。この計算法は流速場については Reynolds 方程式を直接に数値解析するものであり、非線形で時間的にも場所的にも非対称な浅水波を乱流を含めて算定している。また、浮遊砂濃度変化については底面での Pick up rate を与え、二次元の移流拡散方程式を乱流場の下で直接計算している。その結果、浮遊砂濃度分布を精度良く予測できることがわかった。

本研究は文部省科研費一般研究(c) No. 07650590 (代表者・柴山知也) により行われたことを付記する。

参 考 文 献

柴山知也・Nguyen The Duy (1994): 乱流方程式を用いた砕波帯内波浪場の数値モデル, 海岸工学論文集, 第41巻(1), pp.

151-155.

- Anderson, D. A., J. C. Tannehill and R. H. Pletcher, (1984): Computational fluid mechanics and heat transfer, Hemisphere Publishing Corporation, New York.
- Daubert, O., A. Hauguel and J. Cahouet, (1982): Water waves calculation by Navier-Stokes equation, Proc. of 18th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 832-845.
- Deigaard, R., J. Fredsoe and I. B. Hedegaard (1986): Suspended sediment in the surf zone, J. of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., ASCE, Vol. 112, No. 1, pp. 115-128.
- Hansen, E. A., J. Fredsoe and R. Deigaard (1994): Distribution of suspended sediment over wave-generated ripples, J. of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., ASCE, Vol. 120, No. 1, pp. 37-55.
- Ifuku, M. (1988): Field observation and numerical calculation of suspended sediment concentration in the surf zone, Coastal Eng. in Japan, JSCE, Vol. 30, No. 2, pp. 75-88.
- Mocke, G. P. (1991): Turbulence modelling of suspended sediment in the surf zone, Coastal Sediments '91, ASCE, pp. 432-446.
- Nielsen, P. (1992): Coastal bottom boundary layers and sediment transport, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., pp. 222-261.
- Sato, S., K. Homma and T. Shibayama (1990): Laboratory study on sand suspension due to breaking waves, Coastal Eng. in Japan, JSCE, Vol. 33, No. 2, pp. 219-231.
- Shibayama, T., A. Higuchi and K. Horikawa (1986): Sediment transport due to breaking waves, Proc. of 20th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 1509-1522.
- Shibayama, T. and W. Rattanapitikon (1993): Vertical distribution of suspended sediment concentration in and outside surf zone, Coastal Eng. in Japan, JSCE, Vol. 36, No. 1, pp. 49-65.
- Shibayama, T. and N. T. Duy (1994): A 2-D vertical model for wave and current in the surf zone based on the turbulent flow equations, Coastal Eng. in Japan, JSCE, Vol. 37, No. 1, pp. 41-65.
- van de Graff, J. (1988): Sediment concentration due to wave action, Diss., Delft Univ. of Technology.
- van Rijn, L. C. (1984): Sediment transport, Part II: Suspended load transport, J. Hydraulic Eng., ASCE, Vol. 110, No. 11, pp. 1613-1641.