

観測データのカオス性に基づく波浪予測の適用性

太田 隆夫*・木村 晃**

1. はじめに

港湾工事の施工管理や作業時の安全確保のためには、数時間から数日先の波浪予測情報が必要とされる。予測の対象となるのは、通常、有義波高と有義波周期であり、これまでに、波浪推算法（たとえば、山口ら，1979）や重回帰モデル（たとえば、須田・湯沢，1983；小舟ら，1987）および物理因子重回帰モデル（後藤ら，1993）などを用いて予測が行われてきた。しかし、波浪推算法では、気象学の専門知識が必要である、計算に多くの費用と時間を要するという問題が指摘されている。また、重回帰モデルや物理因子重回帰モデルには、気象データの作成と入力に労力が必要であるという問題が残っている。一方で、最近、観測データのカオス性に基づいた予測法が経済予測、電力や上水の需要予測に適用され、一定の成果を挙げてきている。海岸工学の分野でも、Vittori (1992) が潮位変動の予測に応用している例がある。この方法の概略は、ある時系列データがカオス性を有するならば、その時系列を生じさせているシステムは非線形な決定論的法則に従うものであり、観測された時系列から逆にこの法則を推定して予測を行うというものである。その特徴は、予測の対象となる変動量の過去の観測データのみを用いて予測を行い、しかも比較的高精度の結果を得られる可能性をもつことにある。本研究では、解析および予測の対象を有義波高のみとし、まず、その観測データのカオス性を検討する。ついで、データのカオス性にもとづく予測法を用いて有義波高の予測を行い、その適用性について検討する。

2. 観測データのカオス性

本研究で用いたデータは、全国港湾海洋波浪観測資料(NOWPHAS)（運輸省港湾局，1993a，1993b）のうち、鳥取港における1991年1月1日0時から1992年7月26日6時までの有義波高のデータである。このデータは2時間毎に観測されたものであり、上記の期間のデータ取得率は96.8%である。また、欠測の影響を小さくする

ために、連続6回以下の欠測に対しては線形補間を行い、それ以上の欠測は観測波高をゼロとした。本研究においては、まず、この有義波高データのカオス性の有無を判定することが必要となる。このためには、最初に「時間遅れ座標による軌道の再構成」という手法を用いる。すなわち、時系列データ $\{x(t)\}$ から次のような m 次元ベクトルを作る。

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= (x_1, x_{1+r}, \dots, x_{1+(m-1)r}) \\ X_2 &= (x_2, x_{2+r}, \dots, x_{2+(m-1)r}) \\ &\vdots \\ X_n &= (x_n, x_{n+r}, \dots, x_{n+(m-1)r}) \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

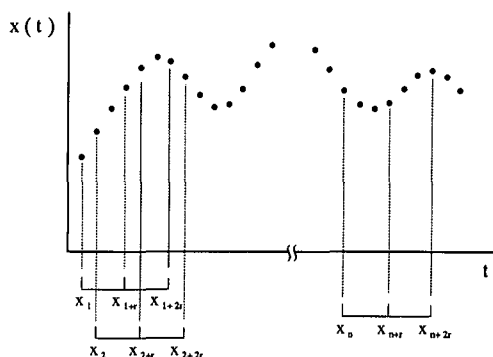


図-1 時系列データからのベクトルの作成（模式図）

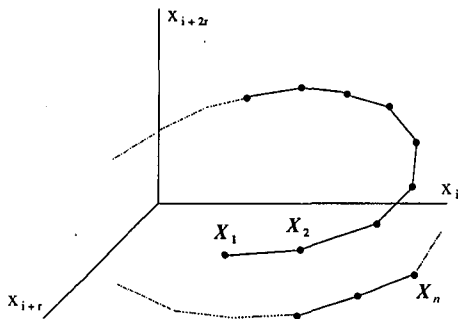


図-2 軌道の再構成（模式図）

* 正会員 工修 鳥取大学助手 工学部社会開発システム工学科

** 正会員 工博 鳥取大学教授 工学部社会開発システム工学科

ここに、 r ：時間遅れの大きさ、 m ：軌道再構成を行う空間の次元である。これらのベクトルは、 m 次元空間上の点を表し、その点を結ぶことにより軌道を構成することになる。図-1は時系列データから3次元ベクトルを作る場合の模式図で、図-2は3次元ベクトルが表す点を結ぶことによって構成される軌道を模式的に示している。このように再構成した軌道の形状がフラクタルであれば、もとの時系列データはカオスである可能性を有すると判定される。Grassberger・Procaccia (1983)は、再構成した軌道に対して相関積分の計算をすることにより、フラクタル次元を表す尺度の1つである相関次元を求める手法を提案している。相関積分は次式のように定義される（たとえば、合原，1993）。

$$C^m(\epsilon) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N H(\epsilon - |X_i - X_j|) \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $H(t)$ はHeaviside関数であり、次式で表される。

$$H(t) = \begin{cases} 1 & (t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases} \dots \dots \dots (3)$$

また $|X_i - X_j|$ はベクトル X_i, X_j 間の距離で、通常、ユークリッド距離を用いる。2つのベクトルを

$$X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}), \quad X_j = (x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jm})$$

とすると、

$$|X_i - X_j| = \sqrt{\sum_{k=1}^m |x_{ik} - x_{jk}|^2} \dots \dots \dots (4)$$

で与えられる。 ϵ の値を変えて相関積分を計算し、その結果が

$$C^m(\epsilon) \propto \epsilon^{\nu(m)} \dots \dots \dots (5)$$

と表されるとき、 $\nu(m)$ は相関指数とよばれる。式(5)の両辺の対数をとると、

$$\log C^m(\epsilon) \propto \nu(m) \log \epsilon \dots \dots \dots (6)$$

となる。この場合、 $\nu(m)$ は横軸に $\log \epsilon$ 、縦軸に $\log C^m(\epsilon)$ をとってプロットしたグラフにおける、直線部分の傾きで与えられる。軌道を再構成する空間の次元 m を上げながら $\nu(m)$ を計算したとき、 $\nu(m)$ がある値 D_c に漸近すれば、その値が相関次元となる。再構成された軌道がある一定の相関次元を示すならば、軌道を構成するもとの時系列データはカオスである可能性を有すると判定される。すなわち、もとの時系列データは決定論的非線形力学系から生じたものであり、その力学系の次元は D_c 以上であると推定される。以上の方法を用いて時系列データを解析する場合、時間遅れの大きさ r をどれだけにすることが重要となる。これは、 r が小さすぎても大きすぎてもうまく軌道の再構成ができないためである。 r の決定法としては、

- ・観測された時系列データの平均周期の数分の1
- ・時系列データの自己相関関数が最初にゼロとなる時間などが提案されているが、ここで用いた有義波高のデー

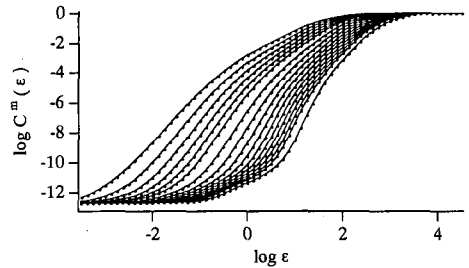


図-3 相関積分 ($r=20$ 時間)

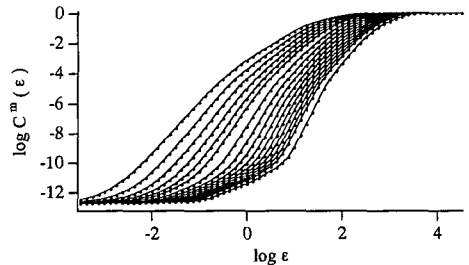


図-4 相関積分 ($r=30$ 時間)

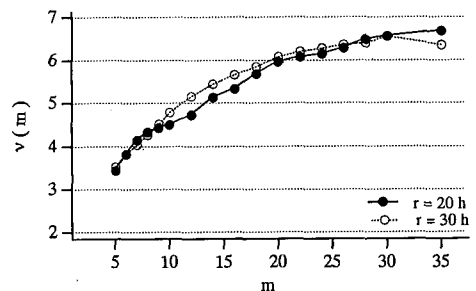


図-5 相関指数の変化

タについては両方とも明確でなかったため、 r の値を10, 20, 30, 40時間の4通りとして解析を行った。すなわち、それぞれの r について m を5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 35の17通りとして軌道の再構成を行い、相関積分を計算した。図-3および図-4は $\log C^m(\epsilon)$ と $\log \epsilon$ との関係を示したグラフで、それぞれ r が20時間と30時間の場合である。これらのグラフの直線部分の傾きから相関指数 $\nu(m)$ を求め、 m との関係を示したのが図-5である。この図より、相関指数が6から7の間に収束する傾向を示していることがわかる。したがって、もとの有義波高の観測データはカオスである可能性を有すると考えられる。なお、 r が10時間および40時間の場合については、相関指数が収束する傾向は見られなかった。

3. 観測データのカオス性に基づく予測法

2.の結果より、ここでは観測データのカオス性に基づく予測法を用いて、有義波高の予測を試みる。この予測法では、まず、時系列データがカオス性を有するならば、この時系列は決定論的な非線形力学系より生じたものであると考える。そして、この力学系の状態変化を支配する法則を時系列データから逆に推定し、これを用いて予測を行う。この支配法則を推定する方法はいくつかあるが、本研究では2.に示した方法で再構成した軌道を小さな区間に分けて、それぞれの区間ごとに局所的な支配法則を推定する方法を用いる。これには多くの手法が提案されているが、本研究ではSano・Sawada (1985)による線形近似の方法を用いる。すなわち、定式化された力学系では、ある点におけるヤコビ行列で表される線形写像で局所的な支配法則を近似することができる。これに対し、時系列データだけがある場合は、もとの力学系は未知であり、ヤコビ行列を直接求めることはできない。しかし、再構成した軌道のある一点に注目すれば、その近傍には他の点が存在し、これらの点がある時間にどのように変化したかを調べることで、ヤコビ行列に相当する行列を推定することが可能である。具体的には、まず m 次元空間に再構成された軌道上の一点を X_t とする。この点を中心にして、距離 ϵ の範囲に入る軌道上の他の点 X_{ki} を M 個($i=1, 2, \dots, M$)探し出す。このとき X_{ki} の X_t に対する変位ベクトル y_i は、次式で与えられる。

$$y_i = X_{ki} - X_t \quad \dots\dots\dots (7)$$

つぎに、時間 τ が経過した後を考えると、 X_t は $X_{t+\tau}$ に、近傍の各点 X_{ki} は $X_{ki+\tau}$ にそれぞれ変化する。したがって、時刻 $t+\tau$ での変位ベクトル z_i は

$$z_i = X_{ki+\tau} - X_{t+\tau} \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる。ここで距離 ϵ が十分に小さいとすると、 y_i から z_i への変化は、ある行列 A_t を用いて次式のように表すことができる。

$$z_i = A_t y_i \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、式(9)の A_t は、

$$S = \sum_{i=1}^M |z_i - A_t y_i|^2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

を最小にするように、すなわち最小2乗法を用いて決定され、結果的に次式のように表される。

$$A_t V = C \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、

$$V_{ki} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M y_{ik} y_{il} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$C_{ki} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M z_{ik} y_{il} \quad \dots\dots\dots (13)$$

y_{ik} : y_i の第 k 成分, z_{ik} : z_i の第 k 成分

V および C は $m \times m$ の行列で、それぞれ分散行列および共分散行列である。この方法を用いて時系列予測を行う場合の手順を以下に示す。

- 1) 上記の X_t として最新の観測値を含む点を選ぶ。
- 2) X_t 近傍にある点 X_{ki} を $M+1$ 個($i=1, 2, \dots, M+1$)探す。
- 3) X_t に近い順に X_{ki} を並び替える。すなわち、 X_{k1} が X_t に最も近い点となる。
- 4) X_{ki} ($i=2, 3, \dots, M+1$)の X_{k1} に対する変位ベクトル $y_i = X_{ki} - X_{k1}$ ($i=2, 3, \dots, M+1$)を求める。また X_t の X_{k1} に対する変位ベクトル $y_p = X_t - X_{k1}$ を求める。
- 5) 時間 τ が経過した後のベクトル $X_{ki+\tau}$ ($i=1, 2, \dots, M+1$)を求め、 $X_{ki+\tau}$ ($i=2, 3, \dots, M+1$)の $X_{k1+\tau}$ に対する変位ベクトル $z_i = X_{ki+\tau} - X_{k1+\tau}$ ($i=2, 3, \dots, M+1$)を計算する。
- 6) 式(12)、(13)により分散行列および共分散行列を求め($i=2, 3, \dots, M+1$)、式(11)より A_t を求める。
- 7) $z_p = A_t y_p$ を計算し、さらに、 $X_{t+\tau} = X_{k1+\tau} + z_p$ を求めると、 $X_{t+\tau}$ の第 m 成分が最新のデータから時間 τ だけ後の予測値となる。

本研究では、 M を $[m+2, 2m+30]$ の範囲で変えて、それぞれに対して $X_{t+\tau}$ を計算した。 $X_{t+\tau}$ の第1から第 $(m-1)$ (τ の値によっては第 $(m-2)$)成分には過去の観測値が対応するので、それらの差の2乗和が最小となるとき $X_{t+\tau}$ を採用し、その第 m 成分を予測値とした。ただし、成分に負値を含む $X_{t+\tau}$ は除外し、上記の M の範囲ですべての $X_{t+\tau}$ が負値を含む場合は、予測不能とした。

4. 有義波高の予測結果

3.に示した手順に基づいて有義波高の予測を行うには、2つの決定すべきパラメータがある。1つは軌道を再構成する際の時間遅れの大きさ τ であり、もう1つは軌道を再構成する空間の次元 m である。図-5に示したように、 τ が20時間および30時間のとき、相関指数が一定値に漸近する傾向を示し、その値は6~7の間である。したがって、 τ については20時間と30時間の場合を考える。 m については、この結果から7次元よりも大きくする必要があることがわかるが、値を特定することはできない。本研究では、 m の値を10、12および14として、試行的に有義波高の予測を行った結果、 $m=14$ の場合は予測不能となることが比較的多かったため、これを除外した。したがって、 τ が20時間と30時間の2通り、 m が10と12の2通りの、計4通りのパラメータの組合わせについて検討することとした。それぞれのパラメータの組合わせでの予測精度を比較するために、まず、鳥取港

における1992年1月と4月について、12時間後の有義波高の予測を行った。予測に用いたデータは、1991年1月1日0時から予測を実施する直前までのデータである。また、予測値は0, 6, 12および18時の6時間毎に求めた。表-1に予測の的中率を示す。表中の的中率Iは、後藤ら(1993)および青野ら(1993)にならい次のような基準を用いて求めたものである。

$$\text{観測値} - 0.3(\text{m}) \leq \text{予測値} \leq \text{観測値} + 0.3(\text{m})$$

(観測値 $\leq 1\text{m}$ の場合)

$$\text{観測値} \times 0.7 \leq \text{予測値} \leq \text{観測値} \times 1.3$$

(観測値 $> 1\text{m}$ の場合)

すなわち、この範囲に入る予測値の数の全予測数に対す

表-1 12時間後予測の的中率

		$r=20$ (時間)		$r=30$ (時間)	
		$m=10$	$m=12$	$m=10$	$m=12$
的中率 I	1月	42.7%	42.7%	42.7%	33.1%
	4月	56.7%	55.8%	38.3%	42.5%
	7月	60.8%	55.9%	—	—
的中率 II	1月	71.0%	71.0%	70.2%	56.5%
	4月	80.0%	86.7%	60.8%	64.2%
	7月	84.3%	89.2%	—	—

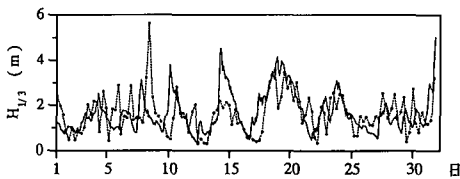


図-6 12時間後の予測結果
(1992年1月, $r=20$, $m=12$)

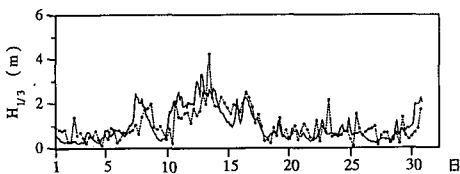


図-7 12時間後の予測結果
(1992年4月, $r=20$, $m=12$)

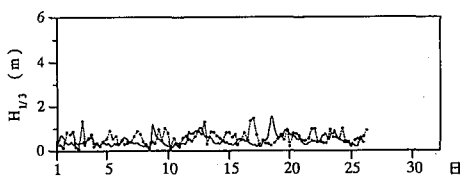


図-8 12時間後の予測結果
(1992年7月, $r=20$, $m=12$)

る割合を的中率Iとした。的中率IIは、1mの有義波高を基準値とし、同時刻の予測値と観測値がともに基準値以下、あるいはともに基準値以上であれば、予測が的中しているとして求めたものである。1月の結果では、 $r=30$ で $m=12$ の場合だけが的中率が下がっており、4月の結果では $r=30$ の両方ともが $r=20$ に比べて低い値となっている。したがって、この結果より r の値を20時間と特定する。表-1には、 $r=20$ としたときの1992年7月の的中率も示してあるが、1月と4月の結果を併せても $m=10$ と $m=12$ で予測精度に明確な差は見られない。図-6~8には、 $r=20$, $m=12$ としたときの12時間後の予測結果を示す。図-6が1992年1月、図-7が同年4月、図-8が同年7月の結果で、実線が観測値、●付きの点線が予測値である。1月の予測値の変動が特に大きい。これには予測に用いたデータ数が少ないことも影響していると思われる。また、4月の結果では、高波浪の立ち上がりの遅れが見られるが、これは予測を実施する直前の観測値に影響されているためと考えられる。また、 $r=20$, $m=12$ として4月についての6時間後および24時間後の予測を行ったが、その的中率を表-2に、予測結果を図-9, 10示した。表-2には12時間後予測の的中率も併せて示した。また、図-9は6時間後、図-10は24時間後の予測結果である。6時間後予測は、12時間後予

表-2 6, 12および24時間後予測の的中率
(1992年4月, $r=20$, $m=12$)

	6時間後	12時間後	24時間後
的中率 I	63.3%	55.8%	32.5%
的中率 II	82.5%	86.7%	62.5%

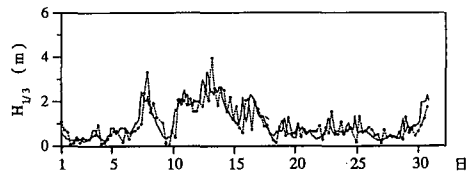


図-9 6時間後の予測結果
(1992年4月, $r=20$, $m=12$)

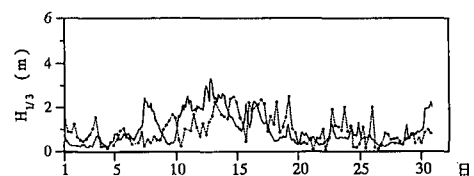


図-10 24時間後の予測結果
(1992年4月, $r=20$, $m=12$)

測に比べ的中率Ⅰが良くなっているが、的中率Ⅱは若干低下している。また、24時間後予測は、12時間後予測に比べても予測精度がかなり低下している。

5. おわりに

本研究では、観測データのカオス性に基づく予測法の有義波高予測への適用を試みた。この予測法は、カオス性を有する時系列データの背後にある状態変化の支配法則を推定し、予測を行うものである。本研究では、1つの観測点における1年半あまりというわずかなデータのみで検討を行ったが、ある程度の適用可能性を確認できた。しかし、全体的に予測精度の向上を計る必要があり、これには、

- ・予測に用いる観測データを増やす
- ・局所的な支配法則の推定法を改善する

ことが挙げられる。他の観測点での本予測法の適用可能性と併せて、今後検討を行う予定である。

最後に、本研究を行うにあたりご協力頂いた大木則彦君（現岡山市役所）に感謝の意を表します。

参考文献

合原一幸編著 (1993): ニューラルシステムにおけるカオス, 東京電機大学出版, 361 p.

- 青野利夫・後藤智明・佐藤典之 (1993): 沿岸波浪観測値を利用した重回帰波浪予測, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 156-160.
- 運輸省港湾局監修/(財)沿岸開発技術研究センター発行 (1993a): 全国港湾海洋波浪観測資料(NOWPHAS 1991), 825 p.
- 運輸省港湾局監修/(財)沿岸開発技術研究センター発行 (1993b): 全国港湾海洋波浪観測資料(NOWPHAS 1992), 836 p.
- 後藤智明・柴本秀之・青野利夫・片山 忠 (1993): 波浪予測を目的とした物理因子重回帰モデル, 土木学会論文集, No. 473/II-24, pp. 45-53.
- 小舟浩治・橋本典明・亀山 豊・久高将信 (1987): 重回帰式を用いた波浪予測手法の適用について, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 167-171.
- 須田 熙・湯沢 昭 (1983): 波浪予測に基づく外海シーパースの待ち行列に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第339号, pp. 177-185.
- 山口正隆・土屋義人・小矢田 宏・渡辺 健 (1979): 有限風域場における波浪の数値予知法, 第26回海岸工学講演会論文集, pp. 96-100.
- Grassberger, P., I. Procaccia (1983): Characterization of Strange Attractors, Physical Review Letters, Vol. 50, No. 5, pp. 346-349.
- Sano, M., Y. Sawada (1985): Measurement of the Lyapunov Spectrum from a Chaotic Time Series, Physical Review Letters, Vol. 55, No. 10, pp. 1082-1085.
- Vittori, G. (1992): On the Chaotic Structure of Tide Elevation in the Lagoon of Venice, Proc. 23rd ICCE, pp. 1826-1839.