

(2) 数値計算法

式 (1), (2) の数値計算には差分法を用い, 変数 $\xi, u=(u, v), h, z_a, \beta$ が同一格子点上に配置されるように空間方向の離散化を行った。その際, 式 (1) に含まれる x あるいは y 方向の 3 次の導関数に対しては 5 格子点を用いた差分化が必要となるが, さらに 2 階以下の導関数についても 5 格子点を用いることで, 差分による打ち切り誤差項に 3 次以下の導関数が出現するのを防いでいる。時間積分は 3 次の Adams-Bashforth-Moulton 法を用いて行ったが, 平面波動場の非定常計算に対する時間積分には交互陰解法のような計算アルゴリズムが計算効率上有利であり, 式 (1), (2) の数値計算についてもそれに準じた手法を用いた。

具体的な計算手順は次のようである。まず, 時間ステップ n において, 式中で時間についての微分項を総じて F_{1n} , それ以外の項を F_{2n} と表すと, 3 次の Adams-Bashforth-Moulton 法は

$$F_{1n+1}^* = F_{1n} + \frac{\Delta t}{12}(23F_{2n} - 16F_{2n-1} + 5F_{2n-2}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$F_{1n+1} = F_{1n} + \frac{\Delta t}{12}(5F_{2n+1}^* + 8F_{2n} - F_{2n-1}) \quad \dots\dots\dots (4)$$

と与えられ, 連続式より ξ は陽的に求まる。ここに, Δt は時間増分であり, 添字 * は予測子を表している。一方, 運動量方程式は陰的に解かざるを得ないが, 例えば u については, v について陽的に時間積分を行えば u のみを未知量として解くことができる。ただし, このとき v については 3 次の Adams-Bashforth-Moulton 法をそのまま用いることはできず, F_{1n} をさらに x に関する微分のみ F_{1xn} と y に対する微分項 F_{1yn} に分割し, 次式により計算を行う。

$$F_{1xn+1}^* = F_{1xn} + \frac{\Delta t}{12}(23F_{2n} - 16F_{2n-1} + 5F_{2n-2}) + (2F_{1yn} - 3F_{1yn-1} + F_{1yn-2}) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$F_{1xn+1} = F_{1xn} + \frac{\Delta t}{12}(5F_{2n+1}^* + 8F_{2n} - F_{2n-1}) + (F_{1yn+1}^* - F_{1yn}) \quad \dots\dots\dots (6)$$

y 軸方向の流速 v については x と y を逆にして上記の操作を行えばよい。

外洋部の両側の開境界には, 数値消波フィルター (大山・灘岡, 1990) を設置した。数値消波フィルターのスポンジ層の減衰係数 β はスポンジ層と波動場の境界において 0 とし, 層内では, 外縁の自由透過境界との接続面で $\beta\sqrt{h/g}$ が 1 となるような勾配で直線的に増加させた。スポンジ層厚は入射波の平均周期あるいは有義波周期の波の波長と同程度としている。一方, 外洋に面した海岸境界および湾境界はすべて鉛直壁とし, そこでは法

線方向流速を 0 とした。なお, 壁面の法線方向には ξ に対して時間ステップで数十回毎に次式で示す数値フィルターを使用し, 壁面および湾口端部等の境界で発生する微小な数値振動を除去した。

$$\xi_{i,j} = \frac{1}{16}(-\xi_{i-2,j} + 4\xi_{i-1,j} + 10\xi_{i,j} + 4\xi_{i+1,j} - \xi_{i+2,j}) \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし, (i, j) 平面において j 軸に平行に壁面があるものとする。

(3) 入射波の表示式

入射境界における入射波の水位変動 ξ をまず次式のようにシングルサンメーションで表示する。

$$\xi^{(1)}(x, t) = \sum_n a_n \cos(k_n \cdot x - \omega_n t + \varepsilon_n) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで, x は位置ベクトルで, $a_n, k_n, \omega_n, \varepsilon_n$ はそれぞれ成分波の振幅, 波数ベクトル, 角周波数および初期位相である。 x 軸正の方向に対する入射角を θ_n とすると $k_n = (k_n \cos \theta_n, k_n \sin \theta_n)$ と表される。

$\xi^{(1)}$ は 1 次成分波のみで与えられているため線形化された Boussinesq 方程式しか満足しておらず, 入射波には各成分波の和と差の成分として与えられる次の 2 次波を加えておく必要がある。

$$\xi^{(2)}(x, t) = \frac{1}{2} \sum_n \sum_m a_n a_m D_{\pm}(\omega_n, \omega_m, \theta_n, \theta_m) \cdot \cos[(k_n \pm k_m)x - (\omega_n \pm \omega_m)t + (\varepsilon_n \pm \varepsilon_m)] \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに, $D_{\pm}$ は一定水深下の Boussinesq 方程式から求められる 2 次の伝達関数で, 波向の角度差を $\Delta\theta = \theta_n - \theta_m$ として次式のように与えられる (Nwogu, 1993)。

$$D_{\pm}(\omega_n, \omega_m, \theta_n, \theta_m) = \frac{\omega_n \omega_m (k_{\pm} h)^2 \cos \Delta\theta \left[1 - \left(\alpha + \frac{1}{3} \right) (k_{\pm} h)^2 \right]}{2\lambda k_n k_m h^3} + \frac{\omega_{\pm} [1 - \alpha (k_{\pm} h)^2]}{2\lambda k_n k_m h^3} \times [\omega_n k_m h (k_n h \pm k_m h \cos \Delta\theta) + \omega_m k_n h (k_n h \cos \Delta\theta \pm k_m h)] \quad \dots\dots\dots (10)$$

ただし, $\omega_{\pm} = \omega_n \pm \omega_m, k_{\pm} = |k_n \pm k_m|$ で, α, λ, k' はそれぞれ次の各式で与えられる。

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{z_a}{h} \right)^2 + \frac{z_a}{h} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\lambda = \omega_{\pm}^2 [1 - \alpha (k_{\pm} h)^2] - g k_{\pm}^2 h \left[1 - \left(\alpha + \frac{1}{3} \right) (k_{\pm} h)^2 \right] \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$k' = k \left[1 - \left(\alpha + \frac{1}{3} \right) (k h)^2 \right] \quad \dots\dots\dots (13)$$

式 (8) に式 (9) の 2 次成分波を加えた $\xi(x, t) = \xi^{(1)}(x,$

$\eta + \xi^{(2)}(x, t)$ は一定水深下で導かれた式であり、かつ一定水深下でも元の Boussinesq 方程式を厳密に満たす解とはなっていないが、ここではこの表示式を用いて入射境界における入射波を与える。なお、3成分波を用いた計算結果より、後述の計算条件と計算領域の範囲においては長周期波の湾水応答に及ぼす周波数の和 ω_+ の成分の影響は無視できるほど小さく入射波成分から省略できるが、周波数差 ω_- の成分すなわち set-down 波を入射波として与えないと長周期の応答に有意な差となって現れることが確認された。本計算モデルにおいても入射境界

は完全な無反射境界とはなっておらず、入射成分に set-down 波を省略すると入射境界で位相が 180° ずれた自由長波が発生することによる。自由長波の位相速度は set-down 波よりも速く、このため湾水応答は入射境界の位置によって異なってくる可能性がある。こうした自由長波は少なくとも現地データに見られる長周期波とは無関係であるため、入射境界前面の計算波形をモニターして所定の set-down 波が発生していることを確認した。

2成分波について $\omega_- = \omega_1 - \omega_2 = 0.1\omega$ (ただし、 $\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2$) および $\omega_- = 0.2\omega$ としたときの2次伝達関数 D_- の値を $k_0 h$ に対してプロットしたものが図-2である。Sand (1982) によって示されているように、set-down 波は搬送波の方向とは異なる波数ベクトルの差 $k_- = k_1 - k_2$ の方向に伝播するので浅海においても共鳴による増幅現象が生じにくくなり、 $\Delta\theta$ が大きくなるにしたが

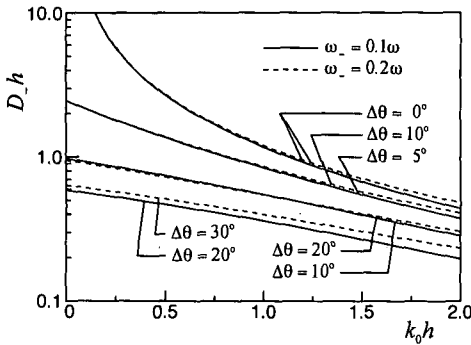


図-2 サブハーモニックの伝達関数

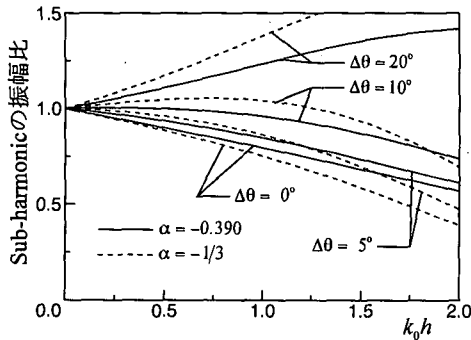


図-3 Stokes 近似の伝達関数との比率 ($\omega_- = 0.1\omega$)

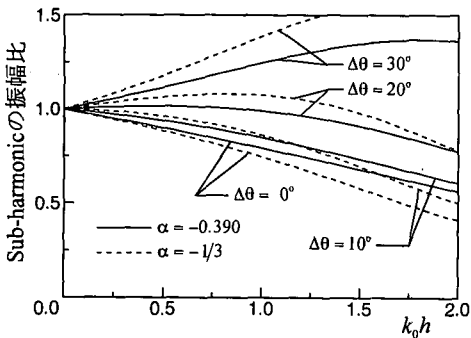


図-4 Stokes 近似の伝達関数との比率 ($\omega_- = 0.2\omega$)

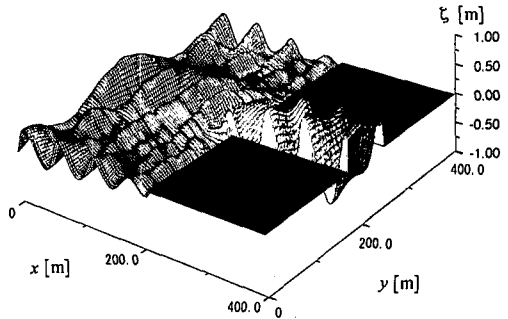


図-5 湾境界付近の空間波形 ($\Delta\theta = 10^\circ$)

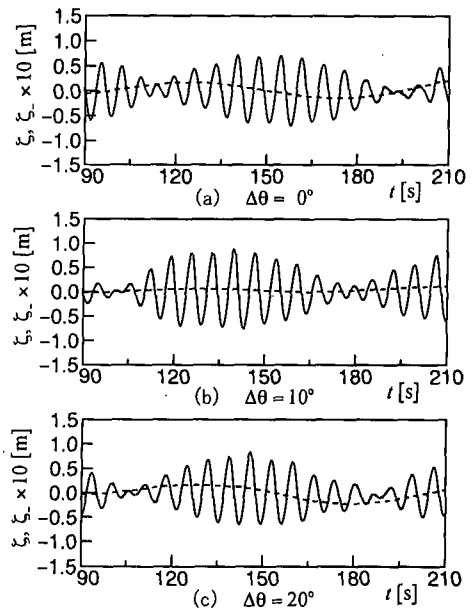


図-6 湾奥における3成分波の応答

って set-down 波の振幅は急速に減少する。図-3 および図-4 は、Boussinesq 方程式に基づく本計算モデルのおよその適用水深限界を知るために、式(10)の D と Sand (1982) により Stokes 型の摂動展開を用いて求められている 2 次のサブハーモニックの伝達関数の比をとって set-down 波の振幅比をプロットしたもので、それぞれ $\omega = 0.1\omega, 0.2\omega$ としたときの結果を示す。同図には、水深 $z_a = -0.531h$ ($\alpha = -0.390$ に対応) における流速で定義した本計算モデルの Boussinesq 方程式のほかに、従来まで広く用いられている断面平均流速 ($\alpha = -1/3$ に対応) で定義した Boussinesq 方程式から得られる 2 次の伝達関数との比率も示している。Boussinesq 方程式による set-down 波の振幅は、 $\Delta\theta$ が非常に小さいときには中間水深において Stokes 近似に比べて過小値を与え、逆に $\Delta\theta$ がある程度大きくなると過大に評価する傾向が見られる。水深 $z_a = -0.531h$ における流速を用いた Boussinesq 方程式による結果は平均流速を用いた Boussinesq 方程式によるものと比べると、特に中間水深において Stokes 近似により近い値を与えている。いずれの定義式を用いる場合でも、Boussinesq 方程式は $k_0h > 1.0$ の水深における set-down 波の計算には不向きであるといえよう。

3. 3 成分波による湾水応答

斜面上においては波群の個々の波の屈折に伴い set-down 波も波向きを変化させる。また、水深変化が set-down 波の波長のスケールに比べて急である場合、斜面によって自由長波が発生することになるので (喜岡・石原, 1993)、同じ勾配の斜面に対しても斜面長の設定によって長周期の入射成分が変化する可能性がある。ここでは、set-down 波に対する Boussinesq 方程式の再現性も考慮して、 $k_0h < 1.0$ の一定水深下における湾水応答を調べることにした。入射波としては交差角 $\Delta\theta$ の 2 成分波と主波向に対して $\pm\Delta\theta$ の成分波を合成させた 3 成分波を用いたが、ここでは多方向不規則波の基本型として 3

成分波の計算結果について検討を加える。

図-1 に示すように長さ 180 m、幅 72 m、水深 10 m の長方形湾を計算領域の一端に設け、入射境界では波高 $H_1 = 50$ cm、周期 $T_1 = 7.3$ s で、波向が x 軸方向 (湾の長手方向) に対して $\theta = 0^\circ$ の 1 次成分波に、波高 $H_2 = H_3 = 25$ cm、周期 $T_2 = T_3 = 6.7$ s で、波向がそれぞれ $\theta = \pm\Delta\theta$ の 2 成分波を加えて 3 成分波とし、それに式(9)~(13)により求められる 2 次成分波を合成した波を与えた。図-5 に $\Delta\theta = 10^\circ$ としたときの湾境界付近の空間波形を示す。波群の個々の波は湾内においてわずかに増幅している。湾奥隅の応答を $\Delta\theta$ を変えて比較したものが図-6 である。図中、長周期成分についてはその振幅を 10 倍にして表示してある。1 方向合成波と比べると 3 方向合成波による長周期の湾水応答は小さく、 $\Delta\theta = 10^\circ$ のケースでは長周期の応答はほとんど見られない。長周期の応答波形は set-down 波の位相とずれており、湾水振動は自由長波の応答に支配されることを示している (喜岡ら、

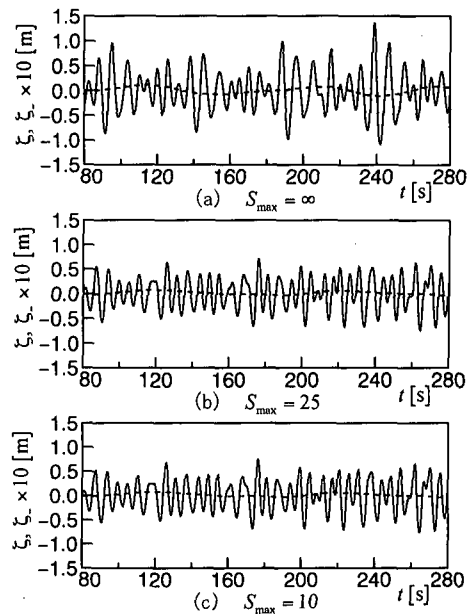


図-8 湾奥における擬多方向不規則波の応答

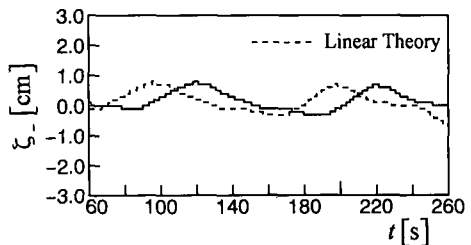


図-9 線形長波方程式による応答計算

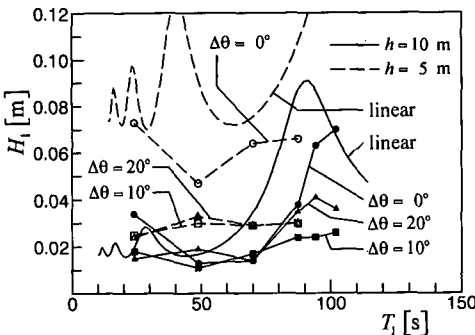


図-7 長周期波の周波数応答

1993).

3成分波の周期 T_1, T_2, T_3 (ただし, 常に $T_2 = T_3$) を変えて set-down 波の周期 T_1 (周波数差の波の周期) の関数として湾奥隅の長周期波の波高 H_l をプロットしたものが図-7である。ただし, 搬送波の平均周期は7sで一定としている。同図には水深を $h=5\text{m}$ としたときの計算結果も比較のために示してある。また, $\Delta\theta=0^\circ$ のケースに対しては線形理論に基づく周波数応答曲線も示してある。線形理論値は応答に及ぼす波の非線形性の影響を無視して求めた簡便的な予測値で, 式(9)~(13)より決まる2次長周期波 $\xi^{(2)}$ の振幅に線形理論の周波数応答関数を乗じて求めたものである。計算範囲は $h=5\text{m}$ のケースにおける基本モードの共振点を含んでいないが, $h=10\text{m}$ のケースについては基本モードの共振点付近で線形理論は Boussinesq 方程式に基づく計算結果と比べるといくぶん短周期側にずれている。交差角 $\Delta\theta$ を持つ場合, $\Delta\theta$ の増加に伴って入射する2次長周期波の振幅が減少するため, $\Delta\theta$ が小さくかつ周波数差が小さいほど2次長周期成分波の入射角は大きくなることから, 応答値は $\Delta\theta$ によって大きく変化する。基本モードの共振周期付近 ($h=10\text{m}$ のケースで $T_1 \approx 100\text{s}$) では1方向合成波の応答値が最も大きい。長周期波の入射角が基本モード付近の湾水応答に及ぼす影響は小さいと予想され, 入射波の長周期成分の振幅の減少にほぼ比例して3方向合成波の応答値は小さくなっている。

4. 擬多方向不規則波の湾水応答

3成分波の応答計算に用いた長方形湾を対象にして, 多方向不規則波による湾奥での応答を計算した。入射波の1次成分波の計算には, 周波数スペクトルとしてプレットシュナイダー・光易型, 方向分布関数として光易型を用い, 水深 $h=10\text{m}$ で, 有義波高 $H_{1/3}=1\text{m}$, 有義波周期 $T_{1/3}=7\text{s}$ とした。1次成分波の方向集中度パラメータ $S_{\max}$ は, 10, 25 および ∞ の3種類とした。ただし, 計算対象とした周波数帯はピーク周波数の0.5~2.5倍の範囲で, 計算時間の制約上からエネルギー等分割のシングルサンメーション法により求めた100成分を入射波の1次成分としたため, 疑似的な多方向不規則場の計算となっている。

図-8は湾奥での応答を比較したもので, 長周期波の振幅が最大となった位相付近の計算波形を示す。 $S_{\max} = \infty$ の1方向不規則波と比べると多方向不規則波による長周期振動は著しく小さく, $S_{\max}=10$ のケースにおいて

は有意な応答は見られない。多方向不規則波動場における2次長周期波の応答計算における線形予測モデルの適用性について検討を加えるために, Boussinesq 方程式の代わりに線形長波方程式を用いた計算も行った。入射波は2次長周期波 $\xi^{(2)}$ の成分のみで, これを線形な自由長波と見なして湾水応答を計算した。図-9に $S_{\max}=25$ のケースの計算結果を示す。波の非線形性を全く無視した簡便法であるにもかかわらず, 位相はずれるものの図-8(b)の長周期波の応答を比較的良く再現している。

5. おわりに

来襲波の多方向性が2次長周期波の湾水応答にどのような影響を及ぼすかを Nwogu (1993) の修正 Boussinesq 方程式を用いた数値計算により調べた。長方形湾における基本モードの共振周期付近の応答を1方向入射時の結果と比較したところ, 方向分散により入射波の2次長周期波の振幅自体が小さくなるため, 応答値が低く抑えられることがわかった。100成分とった多方向不規則波の計算を行ったところ, 方向集中度パラメータが小さいほど湾内の短周期波が平滑化されるとともに長周期振動も著しく小さくなることが明らかになった。

参考文献

- 大山 巧・澁岡和夫 (1990): 数値波動水槽における開境界処理のための数値消波フィルターの開発, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 16-20.
- 喜岡 渉・柏原謙爾・岩垣雄一 (1993): 不規則波群に伴う2次長周期波の湾水振動, 土木学会論文集, No. 473/II-24, pp. 55-64.
- 喜岡 渉・石原健司 (1993): 波群の屈折に伴う2次長周期波の伝播変形解析, 土木学会論文集, No. 467/II-23, pp. 75-82.
- 清水琢二・金山 進・服部 武・武藤亮介・高木伸雄・二見耕左 (1994): 漁港内の長周期変動と平均水位上昇に関する現地観測と水理実験, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 76-80.
- 松良精三・渥美洋一・菅沼史典・宮本義憲 (1994): 波群に拘束された長周期波の港内における増幅特性と船体動揺に関する現地観測, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 71-75.
- Morison, M. L. and J. Imberger (1992): Water-level oscillations in Esperance Harbour, J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., Vol. 118, pp. 352-367.
- Nwogu, O. (1993): Alternative from of Boussinesq equations for nearshore wave propagation, J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., Vol. 119, pp. 618-638.
- Okihiro, M., R. T. Guza and R. J. Seymour (1993): Excitation of seiche observed in a small harbor, J. Geophys. Res., Vol. 98, pp. 18201-18211.
- Sand, S. E. (1982): Long waves in directional seas, Coastal Eng., Vol. 6, pp. 195-208.