

不規則波列の波群諸量に及ぼす高次干渉と浅水化の影響

安田孝志*・森 信人**・加藤 茂***

1. 緒 言

現地波浪に見られる波群については、当初、主として統計的観点から波高の時系列に関して注目され、その後係留浮体の長周期動揺や海浜変形、さらに湾水振動の外力として注目されるようになって来た。これに伴って、波群を単に連長で捉えるだけでは不十分となり、不規則波列を構成するフーリエモードの干渉の現れとして捉える波動運動学的な視点からの取り扱いが必要となっている。

大水深海域から浅海に至る伝播過程での波群の空間変化については、既に安田ら (1988) によってうねりのモデル方程式を用いた検討が行われ、波群が浅水化の過程で発達・縮小し、緩勾配 NLS 方程式の下での単一波束と同様な振舞いを示すことが明らかにされた。しかしながら、この方程式では水深変化の影響は評価されているものの、非線形項が長波近似の下での 2 次のオーダーに留まっていたため、波群の形成に関わると考えられる側帯波不安定を伴う 3 次干渉が正しく評価されないという問題があった。最近、種々のタイプの Boussinesq 方程式が提案されているが、3 次以上の非線形干渉の評価に同様の問題を残しているため、これを波群現象の解明に用いることには問題がある。このため、任意のスペクトルの下で 3 次以上の非線形干渉を正しく評価した波群の浅水変化特性の解明は依然として進んでおらず、浅海に伝播して来る不規則波の波群特性の評価・予知法が何ら提示されないままとなっている。

そこで、ここでは波群をフーリエモードの干渉の現れとして捉え、波群特性の解明にはフーリエモードの振舞いを明らかにすることが必須であるとの観点から、不規則波列の包絡線の変動を表わす GF によって波群を評価し、波群特性に及ぼす非線形干渉と浅水化の影響について検討する。

2. 計算手法および初期条件

2.1 計 算 方 法

波群に及ぼす高次の非線形干渉の影響を調べるため、スペクトルバンド幅の制約の無い Dommermuth & Yue (1987) の手法を用い、2 次および 4 次のオーダーまで非線形干渉を考慮した不規則波列の伝播シミュレーションを行う。なお、3 次と 4 次の間で何ら数値解に差異はないため、以下では 3 次以上の干渉を考慮したものを高次 (High-order もしくは $M=4$ と表記)、2 次以下 (2nd と表記) のものを 2 次と略する。

この手法は、一定水深場での非回転波動に対する基礎方程式を周期境界条件の下で解くものであり、水深変化を導入することはできないが、任意水深においてスペクトルバンド幅の制限なしに高次干渉の評価が可能である。この結果、相対水深、スペクトルバンド幅および非線形干渉の次数を任意に変化させた場でのフーリエモードの振舞いおよびその波群特性への影響を解明できる。

2.2 初期条件

初期スペクトルとしては、次式で示される波数空間における Wallops 型スペクトルを与え、代表波形勾配 $k_p a$ は 0.13 に固定し、スペクトルバンド幅パラメータ m を 4, 10, 30, 代表水深 $k_p h$ を ∞ , 2.0, 1.36, 1.0 と変化させ合計 12 ケースを対象とした。

$$S(k)dk = \frac{\alpha}{2} H_{1/3}^2 k^{-\frac{5}{3}} \exp\left(-\frac{m}{4} k^{-2}\right) \times \sqrt{\frac{4\pi^2}{k k_p \tanh kh \tanh k_p h}} \left[1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh}\right] dk \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$k = k \tanh kh / k_p \tanh k_p h \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 k_p は波数スペクトルのピーク波数、 a は $H_{1/3}$ の 1/2、 h は水深、 α は次式を満たす定数である。

$$H_{1/3} = 4.004 \sqrt{\int_0^\infty S(k) dk} \quad \dots\dots\dots (3)$$

計算では、フーリエモードの数 N を 2048、最大波数 $k_{\max}$ をスペクトルのピーク波数 k_p の 4 倍とし波列の長さを $256L_p$ (L_p はピーク波長) とした。

* 正 会 員 工 博 岐阜大学教授 工学部土木工学科
 ** 学生会員 工 修 岐阜大学大学院 工学研究科 (日本学術振興会特別研究員)
 *** 学生会員 岐阜大学大学院 工学研究科

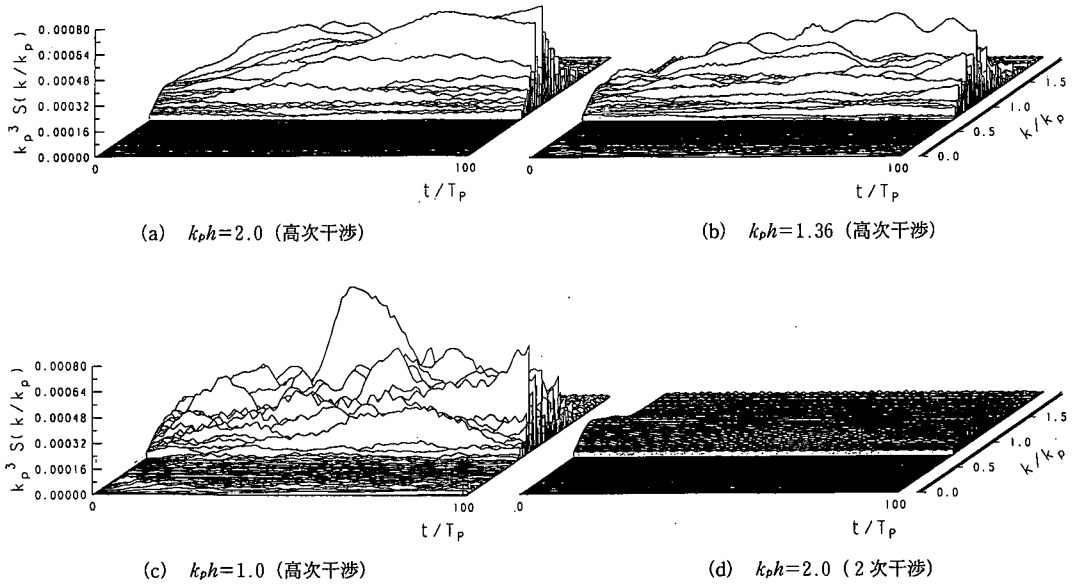


図-1 スペクトルの時間変化に対する高次干渉と浅水化の影響

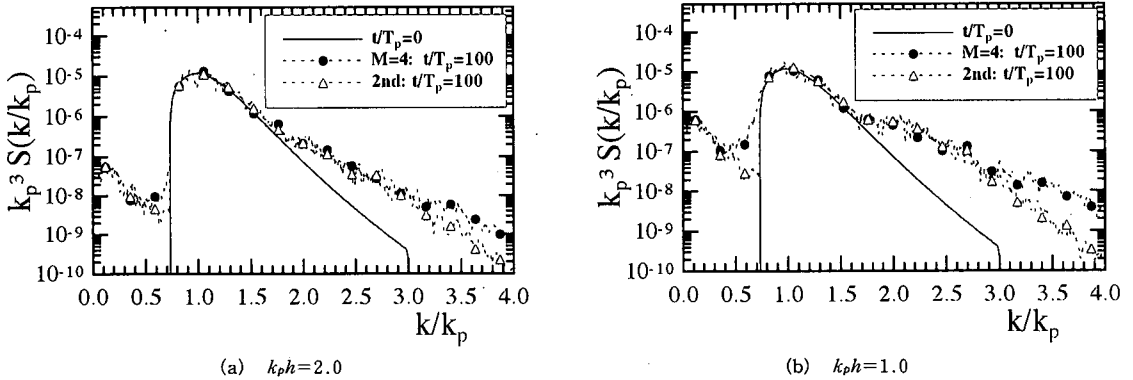


図-2 初期スペクトルと高次干渉 (\$M=4\$) および 2 次干渉 (2nd) で 100 周期伝播後のスペクトルの比較

3. スペクトル変化に及ぼす水深の影響

まず初めに、波数スペクトルの時間発展に及ぼす高次干渉の影響について調べる。図-1 は、初期スペクトルバンド幅 $m=30$ 、相対水深 $k_p h=2.0, 1.36$ および 1.0 における高次および $k_p h=2.0$ での 2 次のスペクトル $S(k/k_p)$ の時間変化を示したものである。2 次干渉では、共鳴が生じないため、モード間のエネルギー輸送がなく、スペクトルに何ら有意な変化は見られない。ところが、高次の場合は $k_p h=1.36$ で変動が小さくなるものの、水深を問わず広い範囲にわたって活発なスペクトルの時間変化が見られる。NLS 方程式の下では、 $k_p h \leq 1.36$ においてはフーリエモードは安定となるが、波列が広帯スペクトルを持ち、かつここで行っているようにすべての 3 次干渉を正しく評価した場合、 $k_p h$ の値に関係なくフーリエ

モード間で活発なエネルギーの輸送が行われるものと判断される。

このように、高次干渉まで考慮した場合は 2 次までの結果と比較して、水深を問わず各モード間で活発なエネルギーのやり取りが見られる。このようなモード間の活発なエネルギー輸送をともなう非線形干渉の影響は、スペクトル形状だけでなく不規則波列や波群の形状にも及ぶものと考えられる。

図-2 は、 $k_p h=2.0$ および 1.0 の場合の初期および 100 T_p 伝播した後の波数スペクトルを示す。水深が浅くなるにつれて $2k_p$ 付近に 2 次成分による山が見られるが、非線形干渉の次数による違いは見られない。しかし、 $k/k_p > 3.0$ では明らかに高次は 2 次と比べて緩いスペクトル勾配を持っており、両者の差は水深が浅くなるほど大きくなっている。また、高波数モードだけでなく $k/k_p <$

0.7のような低波数モードについても高次のものは2次に比べて大きなエネルギーを受けとっており、スペクトルの変化が高波数および低波数モードに表れている。

4. GF に及ぼす高次干渉と浅水効果

上述したように波群をフーリエモードの干渉の現われとするなら、個別的には次節で検討するように波高分布や連長への影響として捉えられるが、本来は波列の包絡波形に関して捉えられるべきものである。

図-3は、 $k_p h = 1.0$, $m = 3.0$ の高次干渉下の $t/T_p = 100$ での波形 η とその Hilbert 変換による包絡線 Y , $k/k_p < 0.5$ の低波数成分による波形 η_L , SIWEH E およびゼロダウン波高 H の時間軸上の分布を示したものである。SIWEHは Hilbert 変換による包絡線のようにフーリエモードとは直結していないが、波列の包絡波形の変動や波高の分布と良く対応しているだけでなく、波群に随伴する低波数成分とも良く対応しており、實際上 SIWEH

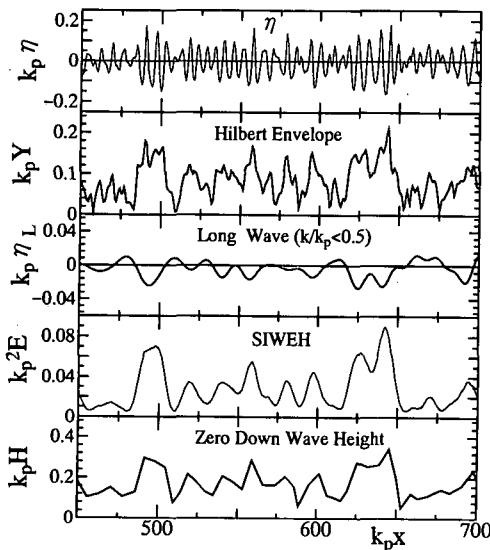


図-3 高次干渉下で100周期伝播後の波形とその Hilbert 変換による包絡線、 $k/k_p < 0.5$ の低波数成分、SIWEH およびゼロダウン波高の空間分布

は波群を適切に捉えていると考えてよい。このことから、SIWEHの変動係数であるGFによって波群特性を評価することの妥当性が裏づけられる。

図-4は、 $m = 4, 10$ および 30 のスペクトル幅を持つ波を2次および高次干渉の下で $k_p h = 2.0, 1.36, 1.0$ の一樣水深場を $t/T_p = 100$ まで伝播させ、その過程でのGFの変化を比較したものである。前述の図-1に示したように高次干渉の下ではスペクトルは $k_p h$ に関係なく伝播の過程で変化した。GFに対する高次干渉の影響は $k_p h$ によって大きく異なっている。 $k_p h = 2.0$ では高次干渉によってGFの値は増加するが、 $k_p h = 1.0$ では逆の傾向となり、高次干渉によってGFの値は減少する。中間の $k_p h = 1.36$ ではスペクトル幅に関係なく高次干渉の影響は消え、2次干渉下の結果との差異は見られなくなる。また、 $k_p h = 2.0$ では高次と2次のGFの差がほぼ一定になるのは $t/T_p \sim 30$ 付近であり、高次干渉の影響が現われるには30周期程度の伝播時間が必要となる。ただし、その影響はスペクトルの広帯化とともに弱まり、 $m = 4$ では高次干渉の影響は無視できることになる。これに対し、 $k_p h = 1.0$ では高次干渉の影響はバンド幅に関係なく10~15周期程度の伝播で現われ、しかも $m = 4$ でも無視できないため、緩勾配海岸を進む不規則波の場合、高次干渉の波群への影響については注意が必要となる。

図-5は、このような高次干渉のGFへの影響の $k_p h$ に対する依存性を明らかにするため、伝播過程でのGFの平均値 $\langle GF \rangle$ と $k_p h$ および m の関係を示したものである。これから、バンド幅に関係なく $k_p h = 1.36$ を転移点として波群に対する高次干渉の影響が浅海と深海で逆転することが確認できる。特に注目すべきは、 $\langle GF \rangle$ に対する高次干渉の影響が深海よりも浅海において卓越し、バンド幅に関係なく高次干渉の波群に対する影響評価が重要となることである。このことは、波群に関わる諸現象を2次干渉のオーダーで扱うことに問題があることを示している。

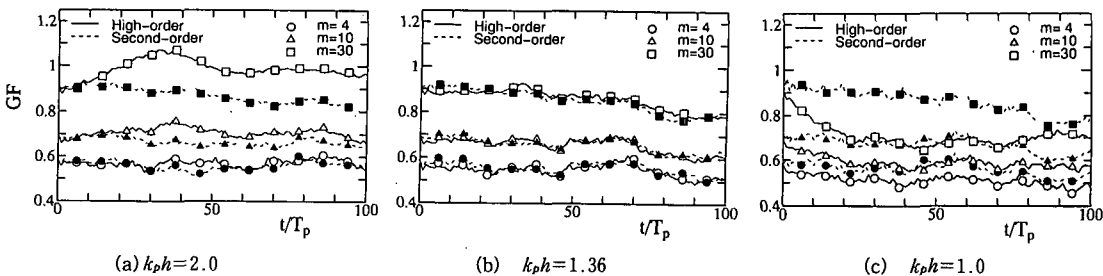


図-4 GFの伝播に伴う変化に及ぼす高次干渉、初期スペクトルバンド幅 m および $k_p h$ の影響

5. 波形統計量に及ぼす高次干渉と浅水化の影響

ここでは波群を波高分布及び連長に関して個別的に捉え、これらの波群特性に及ぼす非線形干渉の次数と浅水化の影響について検討する。

図-6は、 $m=30$ 、 $kph=2.0$ 、 1.36 、 1.0 のケースで $100 T_p$ 伝播時における高次および2次の場合の波高の超過確率である。図中の実線は、高次まで考慮した場合の μ_3 および μ_4 から計算される Edeworth-Rayleigh 型の波高の超過確率 (Mori & Yasuda, 1995) であり、点線は

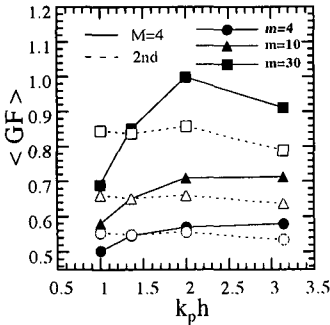


図-5 GF の伝播時間平均 $\langle GF \rangle$ と高次干渉、スペクトルバンド幅 m および kph の関係

Rayleigh 分布から計算される超過確率である。ここに、 μ_4 は、

$$\mu_n = \left[\frac{1}{L_0} \int_0^{L_0} \eta^n(x) dx \right] / \left[\frac{1}{L_0} \int_0^{L_0} \eta^2(x) dx \right]^{n/2} \dots (4)$$

であり、 L_0 は観測長、 μ_n は水位変動の2次モーメントで基準化された n 次モーメントを意味し、 μ_3 は skewness、 μ_4 は kurtosis と等価である。2次干渉では超過確率は水深によらず Rayleigh 分布もしくはそれよりも安全側の分布となっているが、高次干渉下では kph によってに変化し、 $kph=2.0$ では $H/\eta_{rms} > 4$ で Rayleigh 分布より危険側に、 $kph=1.36$ ではほぼ Rayleigh 分布に従い、 $kph=1.0$ ではそれより安全側となっている。また、Edgeworth-Rayleigh 型分布は計算値に比較的良く適合しており、以上の結果よりその基本パラメタである μ_4 の値の変化より波高分布の変化を調べることが可能であることがわかる。

そこで、図-7に両ケースにおける μ_4 の時間変化を示す。これより、 $kph=2.0$ では高次干渉を考慮した場合、 μ_4 の値は2次の場合に比べて4を超えるような大きな値を取り、 $kph=1.0$ においては高次の結果は2次のものに比べて下回るようになり、その値も Rayleigh 分布に相当する3もしくはそれ以下の値となっている。

これらの波形統計諸量に及ぼす非線形干渉の次数の影響

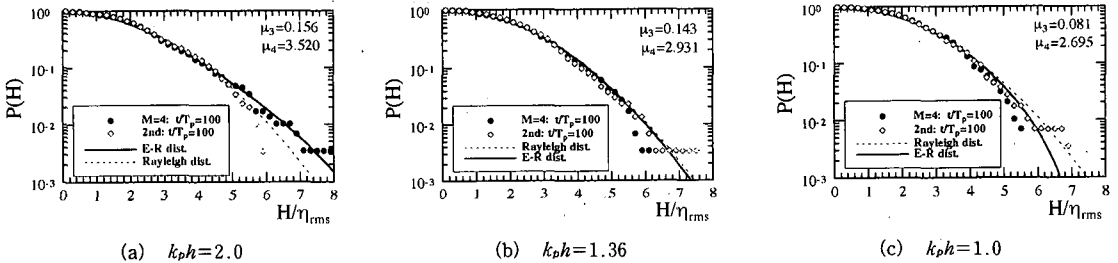


図-6 2次および高次干渉下で100周期伝播した波の波高分布と理論分布との比較

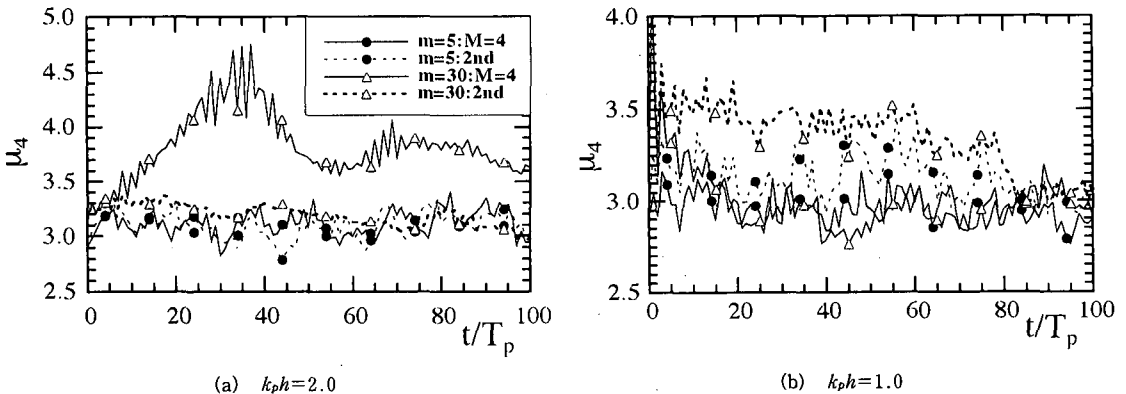


図-7 kurtosis μ_4 の伝播に伴う変化と高次干渉、初期スペクトルバンド幅 m および kph の関係

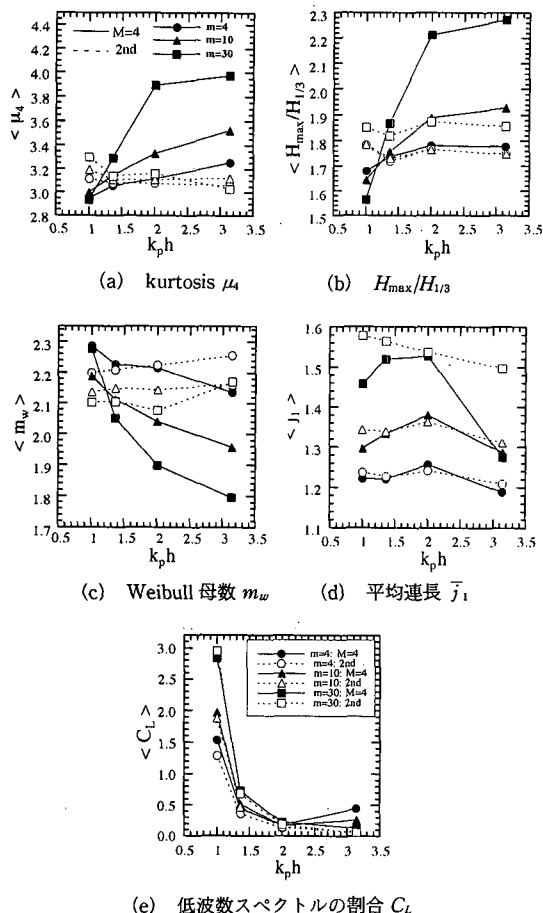


図-8 各種波群統計量と高次干渉, m および kph の関係

響をより定量的に見るために、統計量が安定する伝播時間 $t/T_p = 30 \sim 100$ における μ_4 , $H_{\max}/H_{1/3}$, Weibull 母数 m_w , 平均連長 $\bar{\lambda}_1$ および低波数スペクトルの割合 C_L の時間平均値 $\langle \rangle$ を図-8 に示す。ここで、 C_L は $kph < 0.5$ の低周波数部分のスペクトルの全体に対する割合を示し、次式で定義される。

$$C_L = 100 \int_0^{0.5k_p} S(k) dk / \int_0^{\infty} S(k) dk \quad \dots\dots\dots (5)$$

$\langle \mu_4 \rangle$ の値は、2 次の結果がスペクトル幅に関係無く 3.1~3.3 の間にあるのに対し、高次の結果は $kph > 2.0$ で 2 次の値を上回っており、 $kph = 1.36$ ではほぼ同じ値を、 $kph = 1.0$ まで浅くなると 2 次の結果を下回るようになる。また、2 次の結果が、水深に依らず $\langle H_{\max}/H_{1/3} \rangle$ の値が約 1.7~1.85 であるのに対し、高次までの結果は $kph > 2.0$ でこれを大きく上回り、 $kph = 1.36$ でほぼ同じ値を取り、 $kph = 1.0$ で 1.5~1.7 と 2 次のものを下回るようになる。同様に、 $\langle m_w \rangle$ の値も $kph > 2.0$ で $m = 4$ を除いて 2.0 以下になるのに対し、 $kph = 1.0$ では 2.2 以上

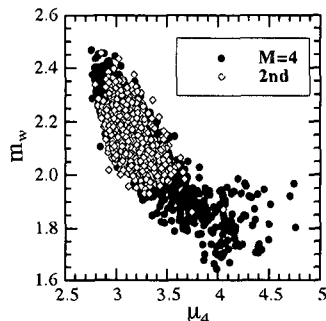


図-9 高次および 2 次干渉による Weibull 母数 m_w と kurtosis μ_4 の関係

と Rayleigh 分布に比べて安全側となる。

ついで、平均連長 $\bar{\lambda}_1$ と水深の関係について見たものが図-8(d) であり、 $kph > 2.0$ で高次の非線形干渉まで考慮した場合の平均連長が短くなっているのに対し、 $kph = 2.0$ で 2 次とほぼ同じ値を取り、それより浅くなると再び連長は短くなっている。また、次式で定義される低波数成分の割合 C_L は図-8(e) に示すように、水深が浅くなるにつれて増大し、 $kph = 1.0$ では 3 パーセントを超えるようになる。 C_L については、2 次と 4 次の差は 5 パーセント程度であり、長周期成分については高次の非線形干渉の影響はそれほど顕著ではない。最後に、図-9 に全伝播過程における μ_4 および m_w の関係について示す。これより、スペクトルバンド幅の影響もあるが、 μ_4 と m_w は水深に関係無くかなり良好な関係を持っており、3 次以上の非線形干渉が深海域では m_w の値を下げ、浅海域では逆に増大させる働きのあることがわかる。

6. 結 語

高次干渉をを考慮した場合、2 次までの結果に比べ、スペクトルのピークモード周辺において活発なエネルギー輸送が見られ、スペクトルの形状に変化が表れることを示した。また、高次の非線形干渉は水深が $kph < 1.36$ となる場合、波群の発達を抑える働きがあり、その影響は初期のスペクトルバンド幅が狭いほど顕著に表れることを明らかにした。

参 考 文 献

- 安田孝志・田中光広・鶴飼亮行・土屋義人 (1988): 現地波浪の波群の空間変化とそのモデル方程式による記述, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp. 93-97.
- Dommermuth, D. G. and D.K.P. Yue (1987): A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves, Jour. Fluid Mech., vol. 184, pp. 267-288.
- Mori, N. and T. Yasuda (1995): Non-Gaussian model of wave height distribution for nonlinear random waves, (in preparation)