

不規則波の波向きに関する研究

木 村 晃*・早 川 幸 子**

1. はじめに

波の基本要素で海中構造物の設計に必用な情報としては波高、周期の他に波の峰の長さ、波向等があげられる。波高・周期等が1点で観測した記録から得られる特性量であるのに対して、これらは平面的な波の形状をもとに定義される2次元の特性量である。このため波高などに比べて多様な定義が可能であることも相まって研究例は少ない。不規則波の波向きについてはわが国で4つの研究が相前後して発表されている(磯部, 1987; 赤井・水口, 1988; 権ら, 1988; 水口ら, 1989)。それぞれは目的が少しづつ異なるものの、1点で測定される水平水粒子速度の方向が波向きとして用いられ、似た結論が得られている。構造物の規模が十分小さい場合にはこの波向きの定義法でも有効と思われるが、ケーソンのように有限な大きさをもつ構造物の場合、構造物への力の作用方向だけでなく幅方向の力の作用時間の遅れまで考慮するためには多方向波の平面形状を考慮した波向きの定義方法が必要となろう。現行の波向きの観測は目視による方法が主で、波の峰線の“平均的な”伝播方向をもって波向きとすることが広く行われている。この研究はこの現行の波向きの定義にできるだけ忠実で、有限な幅をもつ構造物の波圧等の計算にも有効に利用できる定義法を採用し、その確率分布を導くことを目的として行ったものである。

2. 波 向 き

この研究では波向きを以下のように定義する。すなわち、図-1の実線を実際の切れ波の峰線とする。いま、水平方向の座標軸を x および y とし、厳密である必要はないが卓越波向き方向に x 軸を取る。 y 軸上に y_0 の間隔で2つの固定点 y_1 および y_2 をとる。 y_1 は座標原点にとると便利である。図-2の2つの波形を y_1 と y_2 で記録された波の時間記録であるとする。 y_1 および y_2 が離れすぎなければ2点に相前後して現れる極大水位は連続した波の峰のもので、図中の $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots$ は波峰が y_1 を通過

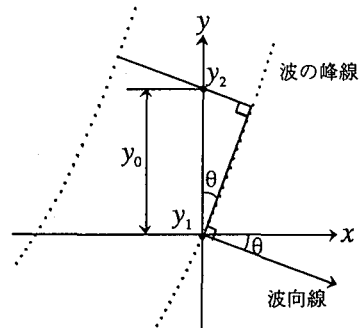


図-1 波向きの定義

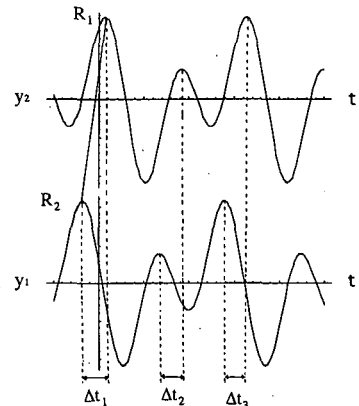


図-2 y_1 および y_2 点での波形と峰の遅れ

する時間から y_2 を通過する時間のおくれと見なすことが出来る。いま

$$\varepsilon_i = 2\pi(\Delta t_i / T_i) \quad (i=1, 2, \dots) \quad (1)$$

のように定義する。ここに T_i はゼロクロス波の周期である。ゼロクロス波の波長、波速は同じ周期をもつ規則波のもので近似することが出来る(岩垣・木村, 1976)ので、 T_i に対応する波の波長を L_i とすると、波の進行方向に向かって右側の峰線と y 軸のなす角 θ は

$$\theta_i = \sin^{-1}\{(\varepsilon_i L_i / 2\pi) / y_0\} \quad (2)$$

のように近似できる。 y_0 が小さければ(2)式は $\theta_i = (\varepsilon_i L_i / 2\pi) / y_0$ とも近似できる。角度を x 軸から時計回り

に正にとると(2)式の θ が波向きとなる。 y_1 と y_2 の2点の波形から波向を決める場合、波向きが θ の場合と $\pi - \theta$ の場合の区別はつかない。しかし、 $|\theta| > \pi/2$ の波は少なく、上の2つの波が混在する可能性はほぼ無視できる。したがって θ の値は $-\pi$ から π の間で定義して問題はない。

3. 波向きの確率密度関数

一般に多方向不規則波の水面形は

$$\eta(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(u_n x + v_n y + \sigma_n t + \delta_n) \quad \cdots (3)$$

のように近似される。ここに添え字 n は第 n 成分波のものであることを示し、 C_n はその振幅、 u_n, v_n はそれぞれ波数の x および y 方向成分、 σ_n は角周波数、 δ_n は位相角である。(3)式より y_1 点および y_2 点での波形は

$$\left. \begin{aligned} \eta_1(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(\sigma_n t + \delta_n) \\ &= \eta_{c1} \cos \bar{\sigma} t - \eta_{s1} \sin \bar{\sigma} t \\ \eta_2(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(\sigma_n t + \delta_n + v_n y_0) \\ &= \eta_{c2} \cos \bar{\sigma} t - \eta_{s2} \sin \bar{\sigma} t \end{aligned} \right\} \cdots (4)$$

となる。ここに

$$\left. \begin{aligned} \eta_{c1} &= \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos\{(\sigma_n - \bar{\sigma})t + \delta_n\} \\ \eta_{s1} &= \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin\{(\sigma_n - \bar{\sigma})t + \delta_n\} \\ \eta_{c2} &= \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos\{(\sigma_n - \bar{\sigma})t + \delta_n + v_n y_0\} \\ \eta_{s2} &= \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin\{(\sigma_n - \bar{\sigma})t + \delta_n + v_n y_0\} \end{aligned} \right\} \cdots (5)$$

である。ここに $\bar{\sigma}$ は平均角周波数である(Rice, 1944)。中心極限定理より $\eta_{c1}, \eta_{s1}, \eta_{c2}, \eta_{s2}$ は正規分布をする確率変数である。表現の簡単のために $\eta_{c1}, \eta_{s1}, \eta_{c2}, \eta_{s2}$ を順に $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ と表すと、これらの結合確率密度関数は次式で与えられる。

$$p(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4) = \frac{1}{(2\pi)^2 \sqrt{\Delta}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^4 \frac{M_{ij}}{\Delta} \xi_i \xi_j\right\} \quad \cdots (6)$$

ここに Δ は次式で与えられる $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ の共分散マトリクス Θ の絶対値である。

$$\Delta = \det(\Theta) \cdots (7)$$

$$\Theta = \begin{pmatrix} m_0 & 0 & \mu_3 & \mu_4 \\ 0 & m_0 & -\mu_4 & \mu_3 \\ \mu_3 & -\mu_4 & m_0 & 0 \\ \mu_4 & \mu_3 & 0 & m_0 \end{pmatrix} \cdots (8)$$

ここに Θ の要素は

$$\left. \begin{aligned} \langle \xi_1^2 \rangle &= \langle \xi_2^2 \rangle = \langle \xi_3^2 \rangle = \langle \xi_4^2 \rangle = m_0 \\ \langle \xi_1 \xi_3 \rangle &= \langle \xi_2 \xi_4 \rangle = \mu_3 \\ \langle \xi_1 \xi_4 \rangle &= -\langle \xi_2 \xi_3 \rangle = \mu_4 \\ \langle \xi_1 \xi_2 \rangle &= \langle \xi_3 \xi_4 \rangle = 0 \end{aligned} \right\} \cdots (9)$$

のように与えられる。 $\langle \rangle$ は集合平均を意味する。(7)~(9)式の関係を用いて(6)式に代入すると

$$p(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4) = \frac{1}{(2\pi)^2 (m_0 - \mu_3^2 - \mu_4^2)} \times \exp\left\{-\frac{1}{2(m_0 - \mu_3^2 - \mu_4^2)} (m_0 \xi_1^2 - 2\mu_3 \xi_1 \xi_3 - 2\mu_4 \xi_1 \xi_4 + m_0 \xi_2^2 + 2\mu_4 \xi_2 \xi_3 - 2\mu_3 \xi_2 \xi_4 + m_0 \xi_3^2 + m_0 \xi_4^2)\right\} \cdots (10)$$

となる。いまLonguet-Higgins (1957) にならって $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ を

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= R_1 \cos(\bar{\sigma} t + \phi_1) = R_1 \cos(\chi_1) \\ \xi_2 &= R_1 \sin(\bar{\sigma} t + \phi_1) = R_1 \sin(\chi_1) \\ \xi_3 &= R_2 \cos(\bar{\sigma} t + \phi_2) = R_2 \cos(\chi_2) \\ \xi_4 &= R_2 \sin(\bar{\sigma} t + \phi_2) = R_2 \sin(\chi_2) \end{aligned} \right\} \cdots (11)$$

のように表して(10)式を変数変換すると R_1, R_2, χ_1, χ_2 の結合分布が得られる。

$$p(R_1, R_2, \chi_1, \chi_2) = \frac{1}{(2\pi)^2 (m_0^2 - \mu_3^2 - \mu_4^2)} \times \exp\left\{-\frac{1}{2(m_0^2 - \mu_3^2 - \mu_4^2)} (m_0(R_1^2 + R_2^2) - 2R_1 R_2 [\mu_3 \cos(\chi_1 - \chi_2) - \mu_4 \sin(\chi_1 - \chi_2)])\right\} \cdots (12)$$

図一で y_1 に波の峰($\chi_1 = 2n\pi, n=0, 1, 2, \dots$)がある状況を特定するために、 χ_1 が $2n\pi, (n=0, 1, 2, \dots)$ となる確率を求める。まず時間 $t \sim t+dt$ の間に χ_1 が $2n\pi$ の線を上に向かって横切の場合、 $t \sim t+dt$ の間で χ_1 の取得る値の範囲は dt を十分小さいとすれば $2n\pi - \dot{\chi}_1 dt < \chi_1 < 2n\pi$ である。ここに $\dot{\chi}_1 = d\chi_1/dt$ である。 χ_1 は ϕ_1 が急に減少する場合、 $2n\pi$ のレベルを下向きに横切することもある。この場合 χ_1 の取得る範囲は dt が小さければ $2n\pi < \chi_1 < 2n\pi - \dot{\chi}_1 dt$ である。これらをあわせて、時間 $t \sim t+dt$ の間で χ_1 が $2n\pi$ となる確率は次式で求められる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\chi}_1 \geq 0 \\ \int_{2n\pi - \dot{\chi}_1 dt}^{2n\pi} \{p(\chi_1, \dot{\chi}_1) d\dot{\chi}_1\} d\chi_1 \\ = \dot{\chi}_1 dt d\dot{\chi}_1 p(\chi_1, \dot{\chi}_1)|_{\chi_1=2n\pi} \\ \dot{\chi}_1 < 0 \\ \int_{2n\pi}^{2n\pi - \dot{\chi}_1 dt} \{p(\chi_1, \dot{\chi}_1) d\dot{\chi}_1\} d\chi_1 \\ = -\dot{\chi}_1 dt d\dot{\chi}_1 p(\chi_1, \dot{\chi}_1)|_{\chi_1=2n\pi} \end{aligned} \right\} \cdots (13)$$

ここに $p(\chi_1, \dot{\chi}_1)$ は χ_1 と $\dot{\chi}_1$ の結合確率密度関数である。

$p(\chi_1, \dot{\chi}_1)$ は Longuet-Higgins (1957) が波群に含まれる波の数の確率密度関数を導く過程で次のように与えている。

$$p(\chi_1, \dot{\chi}_1) = \frac{(m_0/\mu_2)^{1/2}}{4\pi[1 + (m_0/\mu_2)(\dot{\chi}_1 - \bar{\sigma})^2]^{3/2}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに

$$\mu_2 = \left\langle \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} C_n(\sigma_n - \bar{\sigma}) \cos(\sigma_n t - \bar{\sigma} t + \delta_n) \right\}^2 \right\rangle$$

である。 χ_1 がその正負に関わらず $t \sim t + dt$ で $2n\pi$ のレベルを横切る確率 $H(\chi_1)$ は (13), (14) 式より

$$H(\chi_1) dt = dt \int_0^{\infty} \dot{\chi}_1 p(\chi_1, \dot{\chi}_1) |_{\chi_1=2n\pi} d\dot{\chi}_1 - dt \int_{-\infty}^0 \dot{\chi}_1 p(\chi_1, \dot{\chi}_1) |_{\chi_1=2n\pi} d\dot{\chi}_1 \quad \dots\dots\dots (15)$$

与えられる。ここに

$$\left. \begin{aligned} & \int_0^{\infty} \dot{\chi}_1 p(\chi_1, \dot{\chi}_1) |_{\chi_1=2n\pi} d\dot{\chi}_1 \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{m_2}{m_0} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{m_1}{\sqrt{m_0 m_2}} \right] \\ & \int_{-\infty}^0 \dot{\chi}_1 p(\chi_1, \dot{\chi}_1) |_{\chi_1=2n\pi} d\dot{\chi}_1 \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{m_2}{m_0} \right)^{1/2} \left[1 - \frac{m_1}{\sqrt{m_0 m_2}} \right] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

および,

$$m_n = \int_0^{\infty} S(f) f^n df, \quad (n=0, 1, \dots) \quad \dots\dots\dots (17)$$

である。ここに $S(f)$ は (3) 式の波のエネルギースペクトルである。(16) 式を (15) 式に代入して

$$H(\chi_1) dt = m_1/m_0 dt \quad \dots\dots\dots (18)$$

を得る。(18) 式より χ_1 が単位時間あたり $2n\pi$, ($n=0, 1, 2, \dots$) のレベルを横切る確率は m_1/m_0 となる。

次に χ_1 が $2n\pi$ となる条件下での R_1, R_2, χ_2 の結合確率分布を求める。このためには $\chi_1=2n\pi$ のときの $p(R_1, R_2, \chi_1, \chi_2)$ を $H(\chi_1)$ で割ればよい。まず, $\chi_1=2n\pi$ のときの $p(R_1, R_2, \chi_1, \chi_2)$ は

$$\left. \begin{aligned} & \chi_1 \geq 0 \\ & \int_{2n\pi - \dot{\chi}_1 dt}^{2n\pi} p(R_1, R_2, \chi_1, \chi_2) d\chi_1 \\ &= \{ \dot{\chi} dt p(R_1, R_2, \chi_1, \chi_2) \} |_{\chi_1=2n\pi} \\ & \chi_1 < 0 \\ & \int_{2n\pi}^{2n\pi - \dot{\chi}_1 dt} p(R_1, R_2, \chi_1, \chi_2) d\chi_1 \\ &= \{ -\dot{\chi} dt p(R_1, R_2, \chi_1, \chi_2) \} |_{\chi_1=2n\pi} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

のように計算され, χ_1 の正負の場合をまとめると $\dot{\chi} dt p(R_1, R_2, 2n\pi, \chi_2)$ となる。ここで (11) 式より,

$$\chi_1 = \bar{\sigma} t + \phi_1$$

であり, これを t で微分すると

$$\dot{\chi}_1 = \bar{\sigma} + \dot{\phi}_1 = \sigma(1 + \dot{\phi}_1/\bar{\sigma}) \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここに $\dot{\phi}_1 = d\phi/dt$ である。さらに $\dot{\phi}_1/\bar{\sigma} = \nu$ と近似できて (Longuet-Higgins, 1957), 狭帯域スペクトルを仮定すると $0 < \nu \ll 1$ であるから,

$$\dot{\chi}_1 = \bar{\sigma} + O(\nu) \quad \dots\dots\dots (21)$$

と近似することが出来るので, 最終的に単位時間あたり $\chi_1=2n\pi$ となる条件での $p(R_1, R_2, \chi_1, \chi_2)$ は $\bar{\sigma} p(R_1, R_2, 2n\pi, \chi_2)$ となる。さらにこれを単位時間あたり $\chi_1=2n\pi$ となる確率で割って

$$p(R_1, R_2, \chi_2 | \chi_1=2n\pi) = \frac{\bar{\sigma} p(R_1, R_2, \chi_1, \chi_2)}{H(\chi_1)} \Big|_{\chi_1=2n\pi} \quad \dots\dots\dots (22)$$

を得る。ここで,

$$\bar{\sigma} = 2\pi(m_1/m_0) \quad \dots\dots\dots (23)$$

と置けるので (Rice, 1944), (18), (22) 式より

$$\begin{aligned} p(R_1, R_2, \chi_2 | \chi_1=2n\pi) &= 2\pi p(R_1, R_2, \chi_1, \chi_2) |_{\chi_1=2n\pi} \\ &= \frac{R_1 R_2}{2\pi m_0^2(1-\kappa^2)} \exp \left\{ -\frac{1}{2m_0^2(1-\kappa^2)} [m_0(R_1^2 + R_2^2) \right. \\ &\quad \left. - 2R_1 R_2(\mu_3 \cos(2n\pi - \chi_2) - \mu_4 \sin(2n\pi - \chi_2))] \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (24)$$

となる。ここに

$$\kappa^2 = (\mu_3^2 + \mu_4^2)/m_0^2 \quad \dots\dots\dots (25)$$

である。さらに

$$\chi_2 = 2n\pi + \epsilon \quad \dots\dots\dots (26)$$

とにおいて (24) 式を変数変換すると,

$$\begin{aligned} p(R_1, R_2, \epsilon | \chi_1=2n\pi) &= \frac{R_1 R_2}{2\pi m_0^2(1-\kappa^2)} \exp \left\{ -\frac{(R_1^2 + R_2^2)}{2m_0(1-\kappa^2)} \right\} \\ &\quad \times \exp \left\{ \frac{R_1 R_2 \kappa}{m_0(1-\kappa^2)} \cos(\epsilon - \beta) \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (27)$$

となる。ここに $\beta = \tan^{-1}(\mu_4/\mu_3)$ である。

(27) 式が図-1 の y_1 において水位が極大となったときの y_1 と y_2 での包絡線の振幅 R_1, R_2 と 2 点の水位の位相差 ϵ の条件付き結合確率密度関数である。 $p(R_1, R_2, \epsilon | \chi_1=2n\pi)$ を見ると ϵ の値に対して 2π を単位として同じ関数値が繰り返すが, 最初でも説明したように ϵ は $-\pi \sim \pi$ の範囲だけ考慮すればよい。(27) 式より y_1, y_2 点での包絡線の振幅がそれぞれ R_1, R_2 となる条件下での ϵ の条件付き確率分布は (25) 式を R_1 と R_2 の結合確率分布 $p(R_1, R_2)$ で割れば求められる。これに必要な $p(R_1, R_2)$ は (27) の ϵ を $-\pi \sim \pi$ の範囲で積分して次のように求められる。

$$\begin{aligned} p(R_1, R_2) &= \frac{R_1 R_2}{m_0^2(1-\kappa^2)} \exp \left\{ -\frac{(R_1^2 + R_2^2)}{2m_0(1-\kappa^2)} \right\} I_0 \left\{ \frac{R_1 R_2 \kappa}{m_0(1-\kappa^2)} \right\} \\ &\quad \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

I_0 は 0 次の変形ベッセル関数である。(27) 式を (28) 式

で割って、

$$p(\varepsilon|R_1, R_2) = \exp\left\{\frac{R_1 R_2 \kappa}{m_0(1-\kappa^2)} \cos(\varepsilon - \beta)\right\} / 2\pi I_0\left[\frac{R_1 R_2 \kappa}{m_0(1-\kappa^2)}\right] \dots\dots\dots (29)$$

を得る。ただし煩雑であるので条件の $\chi_1 = 2n\pi$ は省略した。(29) 式が点 y_1 に水位の極大値が現れ、点 y_1, y_2 の包絡線の振幅が R_1, R_2 となる条件で、点 y_2 の波の位相が ε となる条件付き確率密度関数である。

(25) 式のパラメータ κ について検討するため (9) に (5) 式を代入して計算を進めると

$$\left. \begin{aligned} \mu_3 &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n^2 \cos(v_n y_0) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} E(u, v) \\ &\quad \times \cos(v y_0) du dv \\ \mu_4 &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n^2 \sin(v_n y_0) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} E(u, v) \\ &\quad \times \sin(v y_0) du dv \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

となる。いま y_0 を波長に比して小さくとれば、

$$\left. \begin{aligned} \cos(v_n y_0) &\doteq 1 - (v_n y_0)^2 / 2 \\ \sin(v_n y_0) &\doteq v_n y_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

のように近似できるのでこれを (30) 式に代入すると、

$$\left. \begin{aligned} \mu_3 &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n^2 \left\{ 1 - \frac{(v_n y_0)^2}{2} \right\} = m_{00} - \frac{y_0^2}{2} m_{02} \\ \mu_4 &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n^2 v_n y_0 = y_0 m_{01} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

ここに、

$$m_{ij} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(u, v) u^i v^j du dv \dots\dots\dots (33)$$

であり、 $E(u, v)$ は (3) 式の波形から計算される方向スペクトルである。(25), (32) 式より、

$$\begin{aligned} \kappa^2 &= (\mu_3^2 + \mu_4^2) / m_0^2 \\ &= \{m_{00}^2 + y_0^2(m_{01}^2 - m_{00}m_{02}) + O(y_0^4)\} / m_0^2 \\ &\doteq \{1 - y_0^2(\mu_{02} / \mu_{00})\} \dots\dots\dots (34) \end{aligned}$$

ただし、

$$\mu_{ij} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(u, v) (u - \bar{u})^i (v - \bar{v})^j du dv \dots\dots\dots (35)$$

および、定義より $m_{00} = m_0$ である。ここに $\bar{u}, \bar{v}$ はそれぞれ x および y 軸方向の平均波数である。さらに Longuet-Higgins (1957) の Long crestedness パラメータ γ は

$$\gamma^2 = \mu_{02} / \bar{u}^2 \mu_{00} \dots\dots\dots (36)$$

と定義されるので (34) 式は、

$$\kappa^2 \doteq 1 - y_0^2 \bar{u}^2 \gamma^2 \dots\dots\dots (37)$$

のように表される。このパラメータを用いると (27) 式は、

$$\begin{aligned} p(R_1, R_2, \varepsilon) &= \frac{R_1 R_2}{2\pi m_0^2 y_0^2 \bar{u}^2 \gamma^2} \\ &\quad \times \exp\left\{-\frac{1}{2m_0 y_0^2 \bar{u}^2 \gamma^2} (R_1^2 + R_2^2)\right\} \\ &\quad \times \exp\left\{\frac{R_1 R_2}{m_0 y_0^2 \bar{u}^2 \gamma^2} \sqrt{(1 - y_0^2 \bar{u}^2 \gamma^2)} \cos(\varepsilon - \beta)\right\} \dots\dots (38) \end{aligned}$$

となる。いま新たに多方向不規則波浪場における無次元距離パラメータ

$$y_* = y_0 \bar{u} \gamma \dots\dots\dots (39)$$

を定義すると、(38) 式は

$$\begin{aligned} p(R_1, R_2, \varepsilon) &= \frac{R_1 R_2}{2\pi m_0^2 y_*^2} \exp\left\{-\frac{1}{2m_0 y_*^2} (R_1^2 + R_2^2)\right\} \\ &\quad \times \exp\left\{\frac{R_1 R_2}{m_0 y_*^2} \sqrt{(1 - y_*^2)} \cos(\varepsilon - \beta)\right\} \dots\dots\dots (40) \end{aligned}$$

のよう表すことができる。

4. 波向きの確率密度関数

ε と波向き θ には (2) 式のような関係がある。これを用いて変数変換すると (40) 式は、

$$\begin{aligned} p(R_1, R_2, \theta) &= \frac{R_1 R_2 f(\theta)}{2\pi m_0^2 y_*^2} \exp\left\{-\frac{1}{2m_0 y_*^2} (R_1^2 + R_2^2)\right\} \\ &\quad \times \exp\left\{\frac{R_1 R_2}{m_0 y_*^2} \sqrt{(1 - y_*^2)} \cos\left(\frac{2\pi y_0}{L_*} \sin \theta - \beta\right)\right\} \dots\dots\dots (41) \end{aligned}$$

のようになる。ただし、

$$f(\theta) = \frac{2\pi y_0}{L_*} \cos \theta \dots\dots\dots (42)$$

であり、 L_* は σ に対応する波長で近似する。さらに R_1, R_2 なる条件のもとでの θ の確率分布は、(29) 式を変数変換して、

$$\begin{aligned} p(\theta|R_1, R_2) &= f(\theta) \exp\left\{\frac{R_1 R_2}{m_0 y_*^2} \sqrt{1 - y_*^2}\right. \\ &\quad \times \cos\left(\frac{2\pi y_0}{L_*} \sin \theta - \beta\right)\Big\} / 2\pi I_0\left[\frac{R_1 R_2 \sqrt{1 - y_*^2}}{m_0 y_*^2}\right] \dots\dots\dots (43) \end{aligned}$$

のように求められる。 θ が 0 付近に集中する場合には、

$$\begin{aligned} p(\theta|R_1, R_2) &= \frac{y_0}{L_*} \exp\left\{\frac{R_1 R_2}{m_0 y_*^2} \sqrt{1 - y_*^2}\right. \\ &\quad \times \cos\left(\frac{2\pi y_0}{L_*} \theta - \beta\right)\Big\} / I_0\left[\frac{R_1 R_2 \sqrt{1 - y_*^2}}{m_0 y_*^2}\right] \dots\dots (44) \end{aligned}$$

と近似できる。 y_* は (30), (33) 式を用いて

$$y_* \doteq \sqrt{1 - \kappa^2} = \sqrt{1 - (\mu_3^2 + \mu_4^2) / m_0^2} \dots\dots\dots (45)$$

より計算する。

5. データとの比較

ここでは理論式の適合性を検証する。不規則波として

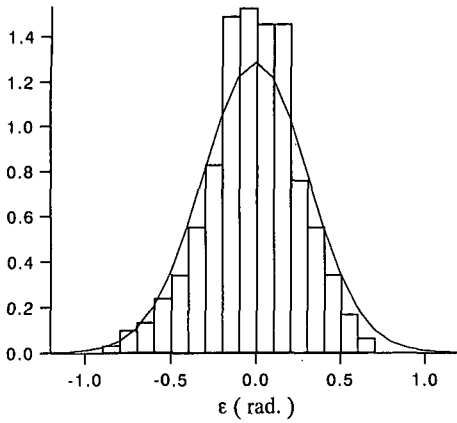


図-3 波峰の位相遅れの頻度分布

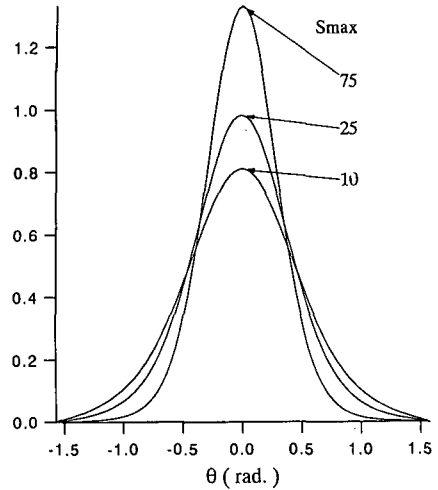
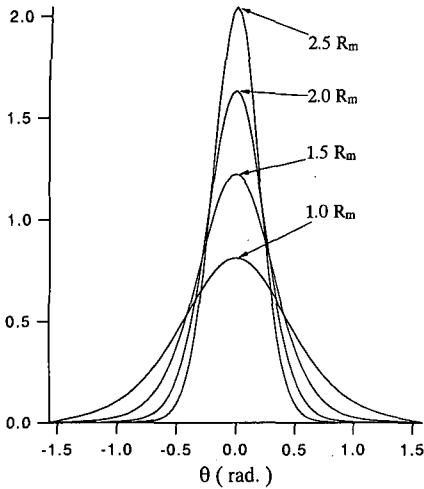
図-5 $S_{\max}$ による波向きの分布の変化

図-4 波の振幅と波向きの確率密度関数

は深海条件下にある光易型方向分布関数(合田・鈴木, 1975)をもつ Bretschneider-光易スペクトルのものを用いた。不規則波の卓越進行方向は x 軸方向とし、 y_1 を座標原点、 y_2 を y 軸上原点より平均波の波長の $1/10$ だけ離れた点に取った。データとの比較は解析の簡便さを考慮して ε と(29)式について行った。 ε は次のように定義した。まず y_1 に波の峰が現れた時刻で y_2 の波が y_1 点のものと対応していることを確認する。次に対応する y_2 の波形に対してゼロダウンクロス法で波を定義し、 y_1 の波の峰と y_2 の波の峰の現れる時間の差 Δt 、 y_2 の波の峰の高さ R_2 ならびにその周期 T を読みとる。 Δt と T を(1)式に代入して ε を決める。 y_1 の波の峰の高さ R_1 もあわせて読みとる。図-3は R_1, R_2 がともにその平均値 R_m 付近の300個のデータについて理論(実線)とデータを比較したものである。ただし不規則波は $S_{\max}=10$ のもの

を用いた。

図-4は図-3の波の条件で R_1, R_2 をともに R_m の1.0倍から2.5倍まで変化させた場合の $p(\theta/R_1, R_2)$ を示したものである。 y_1, y_2 の間隔は図-3と同じである。振幅の値が大きくなるにつれて分布の幅が狭まっているものの、各分布ともかなり大きな分布幅をもっている。図-5は $S_{\max}$ にともなう θ の分布形状の変化を示したもので、 $S_{\max}=10, 25, 75$ の3つのケースで R_1, R_2 ともに R_m に等しい値を用いた場合の結果である。 y_1, y_2 の間隔は図-4と同じである。

参考文献

- 赤井鈴子・水口 優 (1988): 多方向不規則波における波高、周波数、波向きの結合確率分布, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 143-147.
- 磯部雅彦 (1987): 多方向不規則波の波別解析法に関する理論的考察, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 111-115.
- 岩垣雄一・木村 晃 (1976): 波別解析法に基づく不規則波浪の波長・波速に関する研究, 第23回海岸工学講演会論文集, pp. 406-409.
- 合田良実・鈴木康正 (1975): 光易型方向スペクトルによる不規則波の屈折・回折計算, 港湾技術資料, No. 230, 45 p.
- 権 正・石本晴義・出口一郎 (1988): 波高、周波数、波向きの結合確率特性, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 148-152.
- 水口 優・金子紀行・赤井鈴子 (1989): 狭帯域周波数スペクトルのもとの波高、周波数、波向きの結合確率分布, 第36回海岸工学論文集, pp. 144-147.
- Longuet-Higgins, M. S. (1957): The statistical analysis of a random, moving surface, Phil. Trans. Royal Soc. of London, No. 966, Vol. 249, pp. 325-343.
- Rice, S. O. (1944): The mathematical analysis of random noise, Selected papers on Noise and Statistical Processes, Dover, 1954, pp. 133-294.