

# 波の継続時間を考慮した波高の極値推定法の一般化

山口正隆\*・大福 学\*\*・畑田佳男\*\*\*

## 1. 緒 言

沿岸構造物の設計では、波高の極値のみならず、波高の極値を含む異常高波の継続時間も同時に考慮する必要があるという観点から、山口ら(1993, 1994)は長期(有義)波高観測資料の統計解析に基づき、長期波高分布、波の継続時間分布、継続時間内の極大波高分布およびその年平均発生数(これらを総称して波候代表量と呼ぶ)の統計的予測法や波の継続時間を考慮した極大波高の再現期間推定法を提案してきた。しかし、波候代表量の予測式は長期波高の標準偏差  $H_\sigma$  および基準波高  $H_c$  を説明変数としているため、外洋や内海のように、水域の空間スケールが異なる場合の適用性は疑問であり、実際に予測式を本論文で使用する外洋波高観測資料に適用しても十分な結果は得られなかった。

そこで、本研究では合計 20 地点における沿岸・外洋・内海波高観測資料の統計解析に基づいて、長期波高の平均値で無次元化した  $H_\sigma$  および  $H_c$  を説明変数とする波候代表量の予測式を作成することにより、長期波高分布、波の継続時間分布およびその出現確率推定法や波の継続時間を考慮した波高の極値推定法の一般化をはかる。

## 2. 波浪観測資料と解析方法

### 2.1 波浪観測資料

第 1 の解析資料は山口ら(1994)が用いた気象庁(3 時間間隔)および運輸省(2 時間間隔)による最長 14 年間の 14 地点長期沿岸波浪観測資料である。

第 2 の解析資料は今回新たに収録した外洋(4 地点)および内海(2 地点)長期波浪観測資料である。外洋波浪観測資料は日本周辺に配置されている 4 基の気象庁海洋観測ブイによる最長 12 年間の深海性波高記録である。各ブイをそれぞれ B 21001(三陸沖ブイ), B 21002(日本海ブイ), B 21004(四国沖ブイ), B 22001(東シナ海ブイ)と呼ぶ。気象庁ブイによる波浪観測資料は 3 時間ごとに得られているが、多くの欠測を含むので、4 時点までの

欠測の場合および 2~3 日間の欠測で波浪追算結果から波高変化があまりないと判断される場合には、前後の資料に対する線形補間によって波高資料を補充したのち、長期の欠測部分に対して長期波浪追算システム(山口ら, 1991)による波高追算結果を埋め込んだ。

内海波浪観測資料は瀬戸内海西部海域九州沿岸に位置する苅田(2 時間間隔)および大分(1 時間間隔)において運輸省などにより取得されたものである。解析では、ブイ波高観測資料の場合と同様の方法で欠測部を補充するが、波高追算資料はパラメータモデルの適用による。

### 2.2 資料解析法

FFT 法の適用によって周期 3 時間以下の短周期変動を除去した長期波高資料を季節別資料および通年資料に分けて、それぞれの平均値  $\bar{H}$  および標準偏差  $H_\sigma$  を算出するとともに、季節別および通年長期波高資料をそれぞれの平均値で無次元化する。まず、無次元長期波高資料に 3 母数 Weibull 分布をあてはめ、3 母数( $k_H, \tilde{b}_H, \tilde{a}_H$ )を最尤法により推定する。ここに、 $\tilde{b}_H = b_H/\bar{H}$ ,  $\tilde{a}_H = a_H/\bar{H}$ ,  $k_H$ : 形状母数,  $b_H$ : 位置母数,  $a_H$ : 尺度母数, であり、以下においても ' $\sim$ ' は季節別あるいは通年平均波高で無次元化された量を表す。

表-1 は波高計水深  $h$ , 資料年数  $N_y$ , 4 時点以内の欠測部を補充した後の測得率  $r$ , 季節別および通年平均波高  $\bar{H}$  と標準偏差  $H_\sigma$  の一覧表である。これから、かなり広範な波高特性をもつ資料が収録されていることがわかる。

つぎに、継続時間資料の作成にあたって、各波高資料を折れ線で結ばれる連続波高資料とみなすことにより、無次元基準波高( $\tilde{H}_c = H_c/\bar{H} = 0.6 \sim 4$  まで 0.2 ごと)を越える波高の継続時間資料から、各基準波高ごとの平均継続時間  $\bar{\tau}$  および継続時間の標準偏差  $\tau_\sigma$  を算出するとともに、継続時間( $\tau$ )資料に 2 母数 Weibull 分布をあてはめ、2 母数( $k_\tau, a_\tau$ )を最尤法により推定する。これと同時に、波の継続時間資料(あるいは、極大波高資料)の年平均発生数  $\bar{N}$  を算出する。

また、それぞれの継続時間内の波高資料のうちの最大値を抽出して、基準波高別極大波高資料も同時に作成するとともに、位置母数  $\tilde{b}_e$  を固定した 3 母数 Weibull 分布

\* 正会員 工博 愛媛大学教授 工学部土木海洋工学科

\*\* 愛媛大学技官 工学部土木海洋工学科

\*\*\* 正会員 工修 愛媛大学助手 工学部土木海洋工学科

表-1 波高観測資料の諸元

location	h (m)	N <sub>y</sub> (yrs.)	r	winter		spring		summer		autumn		all years	
				H̄(m)	H <sub>σ</sub> (m)	H̄(m)	H <sub>σ</sub> (m)						
Kiyanmisaki	51	6.9	97.0	0.92	0.40	0.94	0.38	1.19	0.87	1.16	0.71	1.05	0.64
Satamisaki	45	7.1	98.6	0.67	0.30	0.87	0.42	0.87	0.58	0.86	0.47	0.82	0.47
Sakihama	48	12.5	95.3	0.67	0.38	1.01	0.58	0.98	0.59	0.99	0.60	0.92	0.57
Irouzaki	50	13.8	97.4	1.37	0.66	1.18	0.63	1.05	0.60	1.15	0.63	1.19	0.64
Enoshima	57	11.5	95.5	1.17	0.83	1.46	0.80	1.16	0.55	1.25	0.75	1.26	0.75
Shirihamisaki	47	4.8	99.7	1.10	0.67	1.29	0.64	1.17	0.50	1.40	0.70	1.24	0.64
Matsumae	49	10.8	95.7	1.50	0.84	0.96	0.70	0.51	0.42	1.00	0.82	0.98	0.79
Atsumi	45	8.8	96.2	2.01	1.13	0.93	0.82	0.44	0.36	1.17	1.01	1.11	1.03
Wajima	50	8.0	94.6	1.98	0.99	1.00	0.76	0.55	0.35	1.24	0.87	1.18	0.93
Kanazawa	20	8.0	98.3	1.89	1.07	0.85	0.70	0.49	0.35	1.12	0.91	1.08	0.95
Kyougamisaki	47	13.7	99.3	1.90	1.03	0.88	0.76	0.50	0.36	1.17	0.87	1.10	0.94
Tottori	30	8.0	98.6	1.77	0.90	0.93	0.69	0.56	0.37	1.17	0.81	1.10	0.84
Kashima	47	5.8	98.1	1.67	0.93	0.79	0.63	0.51	0.33	1.09	0.80	0.99	0.81
Fukuejima	51	9.8	98.7	1.46	0.89	0.93	0.69	0.71	0.46	1.01	0.72	1.02	0.75
B21001	5490	5.0	50.1	2.51	1.39	2.36	1.39	1.73	0.93	2.18	1.32	2.19	1.31
B21002	2675	12.0	73.5	2.25	1.21	1.25	0.86	0.90	0.62	1.49	1.02	1.47	1.07
B21004	4820	8.0	85.3	1.89	0.96	1.61	0.76	1.60	1.14	2.02	1.28	1.78	1.06
B22001	133	8.0	86.0	1.89	0.99	1.45	0.73	1.45	1.11	1.82	1.10	1.65	1.01
Kanda	8	11.0	83.0	0.37	0.20	0.34	0.19	0.36	0.24	0.37	0.20	0.36	0.21
Ooita	14	6.3	75.7	0.40	0.24	0.34	0.24	0.25	0.16	0.38	0.27	0.34	0.24

を最尤法に基づいてあてはめ、2母数(k<sub>e</sub>, ā<sub>e</sub>)を推定する。この場合、FFT法の適用に伴う波高減少分を補償するため、極大波高値とその前後の波高値に2次曲線をあてはめ、その最大値をもって極大波高H̄<sub>p</sub>とする。

3母数Weibull分布の非超過確率F(ξ)は次式である。

$$F(\xi) = 1 - \exp[-\{(\xi - b)/(a - b)\}^k] \dots\dots\dots (1)$$

ここに、ξ: 確率変数、であり、b=0とすれば、式(1)は2母数Weibull分布に帰着する。3母数Weibull分布の母平均値mおよび母標準偏差σは確率密度関数の積率計算から次式のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} m &= b + (x_0 - b)\Gamma(1 + 1/k) \\ \sigma &= (x_0 - b)\{\Gamma(1 + 2/k) - \Gamma^2(1 + 1/k)\}^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

ここに、Γはガンマ関数である。

### 3. 波候代表量の新しい予測モデル

#### 3.1 長期波高分布の予測モデル

図-1は季節別および通年波高資料に対する3母数Weibull分布のあてはめから求めた3母数k<sub>H</sub>, b̄<sub>H</sub>, ā<sub>H</sub>と無次元波高分散値H̄<sub>σ</sub><sup>2</sup>=(H<sub>σ</sub>/H̄)<sup>2</sup>の関係を示したものである。図中の○印は気象庁沿岸波高資料、△印は運輸省沿岸波高資料、□印は外洋波高資料、×印は内海波高資料である。位置母数b̄<sub>H</sub>はやや大きいばらつきを示すけれども、いずれも次のべき乗関数によりよく近似される。

$$\left. \begin{aligned} k_H &= 0.978(\bar{H}_\sigma^2)^{-0.372} \\ \bar{b}_H &= 0.094(\bar{H}_\sigma^2)^{-0.639} \\ \bar{a}_H &= 1.03(\bar{H}_\sigma^2)^{-0.047} \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

ただし、3母数は平均値、標準偏差のみならず skewness

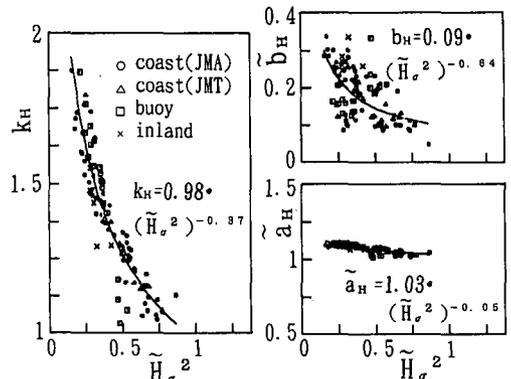


図-1 k<sub>H</sub>, b̄<sub>H</sub>, ā<sub>H</sub>と波高分散値H̄<sub>σ</sub><sup>2</sup>の関係

に依存するから、式(3)はあくまで近似的な関係を表す。

#### 3.2 波の継続時間および年平均発生数の予測モデル

図-2は無次元基準波高H̄<sub>c</sub>ごとの、波の継続時間の平均値τ̄、標準偏差τ<sub>σ</sub>、2母数Weibull分布の母数k<sub>τ</sub>, a<sub>τ</sub>および継続時間資料の年平均発生数N̄とH̄<sub>c</sub>の関係をブイB22001の通年資料について図示したものである。いずれの地点においても、τ̄, τ<sub>σ</sub>, k<sub>τ</sub>およびa<sub>τ</sub>のH̄<sub>c</sub>に伴う挙動はべき乗関数、

$$\bar{\tau} = a(\bar{H}_c)^{-b}, \quad \tau_\sigma = c(\bar{H}_c)^{-d} \dots\dots\dots (4)$$

$$k_\tau = e(\bar{H}_c)^f, \quad a_\tau = g(\bar{H}_c)^{-h} \dots\dots\dots (5)$$

によって、一方、N̄とH̄<sub>c</sub>の関係はH̄<sub>c</sub>>0.6では指数関数、

$$\bar{N} = p \cdot \exp\{-q\bar{H}_c^{1.5}\} \dots\dots\dots (6)$$

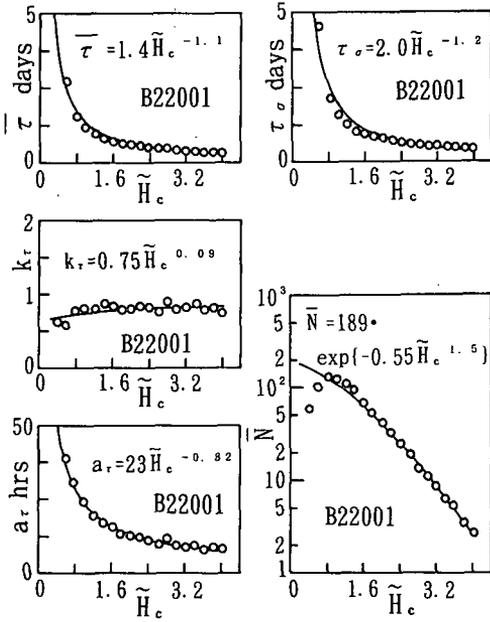


図-2  $\bar{\tau}$ ,  $\tau_\sigma$ ,  $k_r$ ,  $a_r$ ,  $\bar{N}$  の基準波高  $\tilde{H}_c$  に伴う変化

によって近似される。

図-3 は各地点の季節別および通年波高資料から得られた日単位の  $\bar{\tau}$  および  $\tau_\sigma$  に関する係数 ( $a, b, c, d$ ),  $k_r$  および時間単位の  $a_r$  に関する係数 ( $e, f, g, h$ ),  $\bar{N}$  に関する係数 ( $p, q$ ) と無次元波高分散性  $\tilde{H}_\sigma^2$  との関係を示したものであり、各係数はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} a &= 1.18(\tilde{H}_\sigma^2)^{0.058}, & b &= 0.624(\tilde{H}_\sigma^2)^{-0.580} \\ c &= 1.49(\tilde{H}_\sigma^2)^{0.021}, & d &= 0.831(\tilde{H}_\sigma^2)^{-0.517} \end{aligned} \right\} \dots\dots (7)$$

$$\left. \begin{aligned} e &= 0.835(\tilde{H}_\sigma^2)^{0.030}, & f &= 0.167(\tilde{H}_\sigma^2)^{-0.275} \\ g &= 26.7(\tilde{H}_\sigma^2)^{0.230}, & h &= 0.544(\tilde{H}_\sigma^2)^{-0.424} \end{aligned} \right\} \dots\dots (8)$$

$$p = 120(\tilde{H}_\sigma^2)^{-0.631}, \quad q = 0.268(\tilde{H}_\sigma^2)^{-0.722} \dots\dots (9)$$

によって近似される。図-3 および前述の図-1 の結果は、長期波高分布、波の継続時間分布および年平均発生数が粗い近似では相似構造をもち、これらが海域の水平スケールおよび季節によらず、 $\tilde{H}_\sigma^2$  および  $\tilde{H}_c$  によりほぼ規定されることを意味する。なお、以上の資料を季節別資料あるいは通年資料に分けて図示すれば、資料のばらつきが少ない結果が得られるのは言うまでもない。

$k_r$  および  $a_r$  は式 (5) および式 (8) によるほか、式 (4) および式 (7) から得られる  $\bar{\tau}$  および  $\tau_\sigma$  と式 (2) を利用して算出できるし、逆に  $\bar{\tau}$  および  $\tau_\sigma$  は式 (4) および式 (7) によるほか、式 (5) および式 (8) から得られる  $k_r$  および  $a_r$  と式 (2) を利用して推定可能である。しかし、継続時間分布推定モデルとしての整合性を保つためには、いずれか一方の回帰式を用いる方が好ま

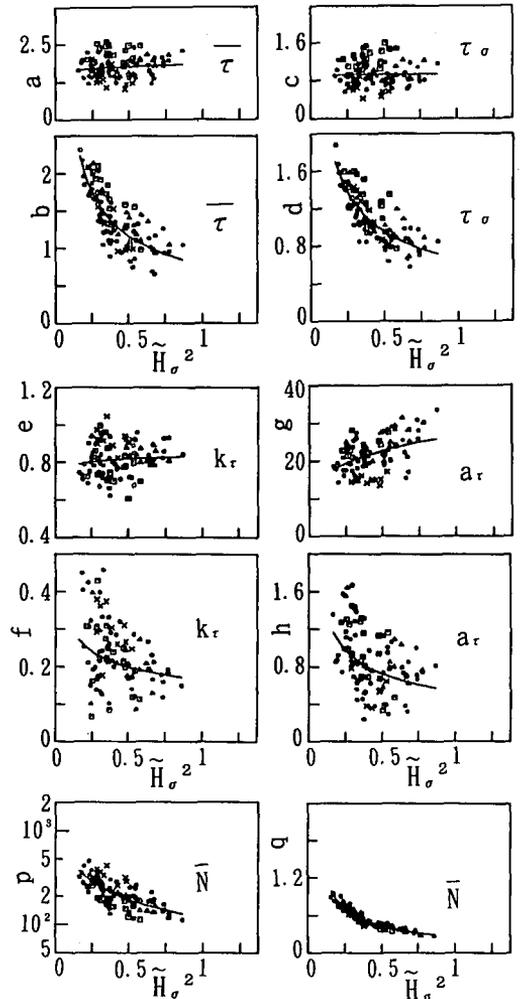


図-3 各ベキ係数と波高分散性  $\tilde{H}_\sigma^2$  の関係

しい。図-3 によれば、個々の資料のばらつきが小さいことから、波の継続時間の平均値および標準偏差に対する回帰式が Weibull 分布の母数に対する回帰式より良好な推定精度をもつと考えられるので、本論文では  $\bar{\tau}$  および  $\tau_\sigma$  による方法を採用する。また、基準波高  $\tilde{H}_c$  の継続時間資料に対する 2 母数 Weibull 分布と年平均発生数の積によって、指定基準波高を上回る特定の波の継続時間に対する再現期間  $R_r$  (年) を評価する。

$$1/R_r = \bar{N}(\tilde{H}_c)\{1 - F(\tau; \tilde{H}_c)\} \dots\dots\dots (10)$$

3.3 極大波高分布の予測モデル

図-4 は 3 母数 Weibull 分布の 3 母数のうちの 2 母数  $k_e, \bar{a}_e$  の  $\tilde{H}_c$  による変化をパイ B 22001 の通年資料について示したものであり、これらはいずれもベキ乗関数、

$$k_e = a(\tilde{H}_c)^b, \quad \bar{a}_e = c(\tilde{H}_c)^d, \quad \bar{a}_e = e(\tilde{H}_c)^f \dots\dots (11)$$

によってよく表される。

図-5 は通年資料について得られた式 (11) における各

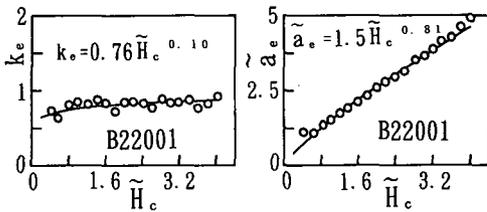


図-4  $k_e, a_e$  の基準波高  $\bar{H}_c$  に伴う変化

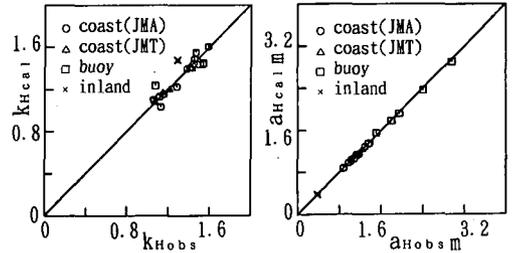


図-6 長期波高に関する回帰式の精度

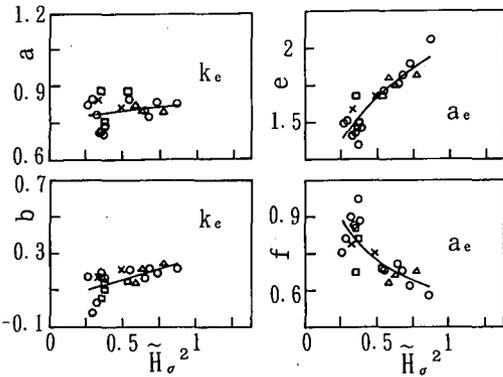


図-5 各ベキ係数と波高分散値  $\bar{H}_c^2$  の関係

係数 ( $b_e$  の係数を除く) と  $\bar{H}_c^2$  との関係である。式 (11) の各係数はベキ乗関数あるいは 1 次式、

$$\left. \begin{aligned} a &= 0.825(\bar{H}_c^2)^{0.039}, & b &= 0.227(\bar{H}_c^2) + 0.046 \\ c &= 1.00(\bar{H}_c^2)^{-0.001}, & d &= 0.999(\bar{H}_c^2)^{-0.002} \\ e &= 2.02(\bar{H}_c^2)^{0.279}, & f &= 0.588(\bar{H}_c^2)^{-0.302} \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

により近似される。同様の関係は季節別および通年資料に対する結果をまとめた図においても見出されるけれども、冬季資料に対する結果はかなりのばらつきを示す。また、極大波高分布は確率波高の評価に用いられるので、対象とする資料を通年資料に限定した。

### 3.4 各予測モデルの適用性

図-6 は式 (3) の回帰式に基づき全地点の通年資料に対して求めた長期波高分布に関する母数  $k_H, a_H$  の計算値と観測値の相関図を示す。 $k_H$  に関して若干のばらつきが見られるが、両者の全般的な対応はかなり良好である。

図-7 は波の継続時間に関する平均統計量  $\bar{\tau}, \tau_\sigma$  および母数  $k_r, a_r$ 、極大波高に関する母数  $k_e, a_e$ 、これらの年平均発生数  $\bar{N}, H_c \geq 4m$  に対する波の継続時間分布および極大波高分布に対する観測値と式 (4)~式 (9)、式 (11)、式 (12) の回帰式および式 (1) の Weibull 分布に基づく計算値の比較をブイ B22001 について図示したものである。回帰式は資料の平均的傾向を表すから、計算値と観測値の隔たりが目立つ地点もあるけれども、図に一例を示すように、多くの地点で比較的良好な対応が得られることから、本回帰式の有効性が確認される。

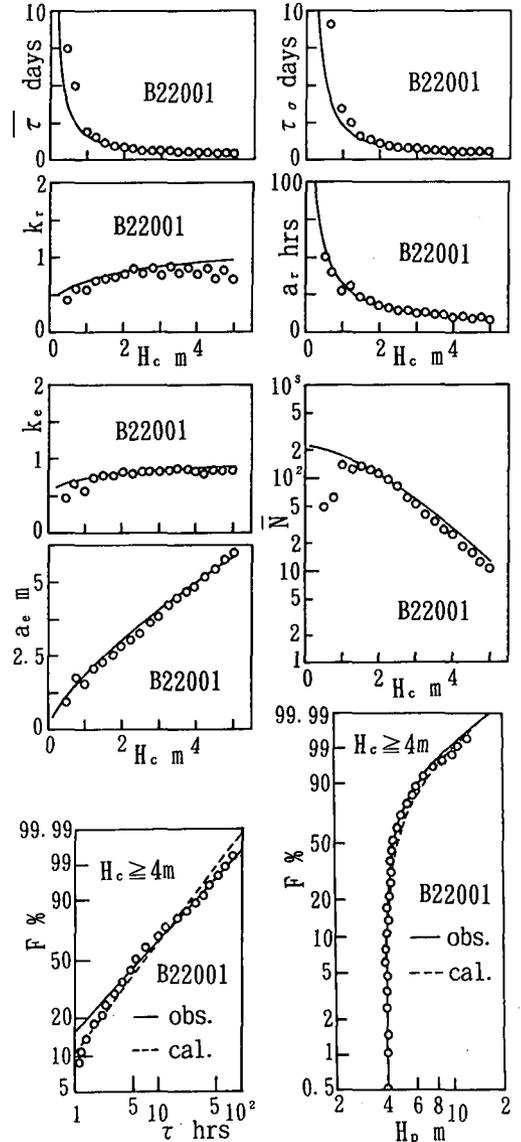


図-7 継続時間および極大波高に関する回帰式の精度

表一2 継続時間を考慮した極大波高の再現期間

location	$\bar{H}_c$	$\bar{H}_c^2$	$\bar{N}$	$R_r$	$R_H$	$R_{rH}$
Irouzaki	2.53	.29	18.8	1.06	4.16	82.5
Enoshima	2.39	.35	28.4	0.39	2.06	23.0
Atsumi	2.70	.87	35.1	0.15	2.35	12.6
Tottori	2.72	.58	28.6	0.27	3.39	26.5
Kashima	3.03	.68	23.5	0.34	11.6	92.4
Fukuejima	2.95	.55	21.5	0.47	9.12	91.7
B21001	2.28	.35	32.8	0.30	0.62	6.0
B21002	3.41	.54	12.6	1.21	14.7	223
B21004	2.81	.36	16.2	1.16	2.56	48.3
B22001	3.03	.38	12.7	1.80	4.70	107
Kanda	2.78	.33	15.2	0.30	13.1	60.2
Ooita	2.97	.49	18.8	0.18	19.9	68.7

3.5 継続時間を考慮した波高の極値の再現期間の推定

通年波高資料の平均値  $\bar{H}$  および標準偏差  $H_\sigma$ , 基準波高  $H_c$ , 波の継続時間  $\tau$  および極大波高  $H_p$  が与えられるとき, 基準波高  $H_c$ , 継続時間  $\tau$  に対する極大波高  $H_p$  の再現期間  $R_{rH}$  (年単位) は,

$$1/R_{rH} = \bar{N}(\bar{H}_c)\{1 - F(\tau; \bar{H}_c)\}\{1 - F(\bar{H}_p; \bar{H}_c)\} \dots\dots\dots (13)$$

により求められる。

表一2 は, 沿岸波高資料では  $H_c=3\text{ m}$ ,  $\tau=24\text{ hrs}$ ,  $H_p=7\text{ m}$ , 外洋波高資料では  $H_c=5\text{ m}$ ,  $\tau=24\text{ hrs}$ ,  $H_p=10\text{ m}$ , 内海波高資料では  $H_c=1\text{ m}$ ,  $\tau=12\text{ hrs}$ ,  $H_p=2.5\text{ m}$  とした場合の, 代表地点における  $\bar{H}_c$ ,  $\bar{H}_c^2$ ,  $\bar{N}$ ,  $R_r$  (年),  $R_H$  (年) および  $R_{rH}$  (年) の一覧表を示したものである。ここに, 極大波高に対する再現期間  $R_H$  は,

$$1/R_H = \bar{N}(\bar{H}_c)\{1 - F(\bar{H}_p; \bar{H}_c)\} \dots\dots\dots (14)$$

により計算される。これによると, 再現期間  $R_{rH}$  は,  $\bar{H}_c$  が大きく,  $\bar{H}_c^2$  が小さい地点ほど長い。  $\bar{H}_c$  が大きい地点は, 周辺地形の影響によって平均波高  $\bar{H}$  が小さい地点であり, 同一の  $H_c$ ,  $\tau$ ,  $H_p$  に対して再現期間  $R_H$ ,  $R_{rH}$  は当然長くなる。一方,  $\bar{H}_c^2$  の小さい地点は, 季節変化が大きく極大波高が相対的に低い日本海側よりむしろ, 季節変化が小さく極大波高が大きい太平洋側の地点に対応する。台風により高波が生起する太平洋岸西南部 (石廊崎) では, 低気圧や冬型気圧配置に伴う強風を高波の発生要因とする太平洋岸北東部 (江ノ島) や日本海沿岸 (温海) に比べて, 高波の継続時間に対する再現期間  $R_r$  が長い

し, 周辺地形の影響を受ける日本海沿岸の鹿島や東シナ海沿岸の福江島では, 極大波高に対する再現期間  $R_H$  が大きい。この結果, 石廊崎や鹿島, 福江島では, 継続時間を考慮した極大波高の再現期間  $R_{rH}$  はそれぞれ別の要因によって相対的に長くなる。

また, 外洋についてみると, 日本海では高波の継続時間は長い, 極大波高が 10 m を越える確率はかなり低いから, 再現期間  $R_{rH}$  は大きい, 平均波高および高波の継続時間の大きいブイ B 21001 (三陸沖) では, 再現期間  $R_{rH}$  は短い。上述した特徴は内海波高資料についても見られる。

なお, 各回帰式は誤差を含むので, その相乗効果によって再現期間が過大あるいは過小評価される場合も十分生じうることに注意する必要がある。

4. 結 語

本研究で得られた結果はつぎのようである。

(1) 海域の水平スケールや季節によらず, 特定海域における波候代表量は無次元波高分散値  $\bar{H}_c^2$  と無次元基準波高  $\bar{H}_c$  を説明変数とする回帰式に, そこでの平均波高  $\bar{H}$ , 波高標準偏差  $H_\sigma$  および基準波高  $H_c$  を入力することによって精度よく推定できる。これは波候代表量が粗い近似では相似構造をもつことを意味する。

(2) 平均波高  $\bar{H}$ , 波高標準偏差  $H_\sigma$ , 基準波高  $H_c$ , 波の継続時間  $\tau$  および極大波高  $H_p$  を指定すれば, わが国周辺の任意の海域における, 継続時間を考慮した極大波高の再現期間が各回帰式の乗算によって求められる。

最後に, 波浪観測資料を借用させて戴いた気象庁海洋気象部海上気象課および運輸省港湾局に謝意を表するとともに, 本研究は文部省科学研究費による研究成果の一部であることを付記する。

参 考 文 献

山口正隆・畑田佳男・稲垣孝佳・旭置武志 (1991): 東シナ海沿岸での波候推定に対する長期浅海波浪推算システムの適用性, 自然災害科学 J. JSNDS, 10-3, pp. 187-199.  
 山口正隆・大福 学・畑田佳男 (1993): 高波の継続時間の統計的特性とその推定法, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 116-120.  
 山口正隆・大福 学・畑田佳男・荒井雅人 (1994): 波の継続時間を考慮した波高の極値推定法, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp. 197-200.