

浅海域における海底移動に伴う波浪の発生と変形に関する研究

木井 敦夫*・間瀬 肇**・細田 尚**

1. はじめに

海岸構造物に対する設計外力や海浜流系の起動力の算定に際しては、波浪変形の予測が不可欠である。浅海域での波浪変形を記述する式として、弱い分散性と非線形性を考慮した Boussinesq 方程式があり、任意海底地形に対する式としては Peregrine (1967) のものがある。Peregrine (1967) の式では、海底が移動・変形する場合の波の浅海変形問題を扱うことができない。海外では、湖沼や浅海での地震や地滑り等によって大きな波が発生することが知られており、沿岸部に高波浪が伝わって災害を引き起こした例も報告されている (Kirwan, 1986)。

本研究は海底が移動したり、変形したりする場合を考慮した Boussinesq 方程式を誘導し、海底との相互干渉を考慮した波浪の発生から伝播までの一連の現象を調べるための基礎となるものである。

2. 海底移動を考慮した Boussinesq 方程式

座標系および変数は図-1 のようである。無次元化した波の場の方程式、水表面および海底面における境界条件は、以下のように表される。

$$\mu^2 \nabla^2 \phi + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0; -h \leq z \leq \delta \zeta \dots (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\delta}{2} \left\{ (\nabla \phi)^2 + \frac{1}{\mu^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right\} + \zeta = 0; z = \delta \zeta \dots (2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \delta (\nabla \phi \cdot \nabla \zeta) - \frac{1}{\mu^2} \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0; z = \delta \zeta \dots (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{\mu^2}{\delta} \frac{\partial h}{\partial t} - \mu^2 \nabla \phi \cdot \nabla h; z = -h \dots (4)$$

ここで、 ∇ は水平勾配ベクトル、 ϕ は速度ポテンシャル、 $\mu (=k_0 h_0)$ は波長水深比、 $\delta (=A_0/h_0)$ は振幅水深比である (下付添字の 0 は代表量を表す)。

まず ϕ を次のように振動展開する。

$$\phi(x, y, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \{z + h(x, y, t)\}^n \phi_n(x, y, t) \dots (5)$$

式 (5) を式 (1) および式 (4) に代入することにより、以下の漸化式、式 (6) および式 (7) を得る。

$$\phi_{n+2} = \frac{\left(-\mu^2 \{ \nabla^2 \phi_n + 2(n+1)(\nabla h) \cdot (\nabla \phi_{n+1}) \} + (n+1)(\nabla^2 h) \phi_{n+1} \right)}{(n+2)(n+1)\{1 + \mu^2 (\nabla h)^2\}} \dots (6)$$

$$\phi_1 = \left\{ -\frac{\mu^2}{\delta} \frac{\partial h}{\partial t} - \mu^2 (\nabla h) \cdot (\nabla \phi_0) \right\} \{1 - \mu^2 (\nabla h)^2\} \dots (7)$$

式 (6) および式 (7) により、 ϕ_n は ϕ_0 を用いて表すことができる。1 波長内の水深変化が小さいという仮定

$$\nabla h = O(\mu) \dots (8)$$

と、分散性と非線形性のオーダーは等しいという仮定

$$O(\mu^2) = O(\delta) \dots (9)$$

のもとに、 ϕ は次のように表せる。

$$\begin{aligned} \phi = & \phi_0 + (z+h) \left\{ -\frac{\mu^2}{\delta} \frac{\partial h}{\partial t} - \mu^2 (\nabla \phi_0) \cdot (\nabla h) \right. \\ & + \frac{\mu^4}{\delta} \frac{\partial h}{\partial t} (\nabla h)^2 \left. \right\} + (z+h)^2 \left\{ -\frac{\mu^2}{2} \nabla^2 \phi_0 \right. \\ & + \frac{\mu^4}{\delta} (\nabla h) \cdot \left(\nabla \frac{\partial h}{\partial t} \right) + \frac{\mu^4}{2\delta} (\nabla^2 h) \frac{\partial h}{\partial t} \left. \right\} + (z+h)^3 \\ & \cdot \left\{ \frac{\mu^4}{6\delta} \nabla^2 \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\mu^2}{6} (\nabla h \cdot \nabla) (\nabla^2 \phi_0) + \frac{\mu^4}{3} (\nabla h) \cdot \nabla (\nabla^2 \phi_0) \right\} \\ & + (z+h)^4 \frac{\mu^4}{24} \nabla^2 (\nabla^2 \phi_0) + O(\mu^6) \dots (10) \end{aligned}$$

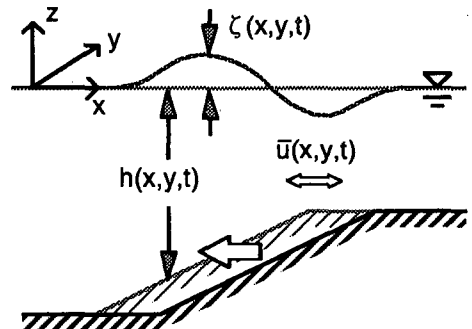


図-1 座標系と変数

* 正会員 工修 五洋建設(株)

** 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学科

式 (10) を式 (2) に代入し、その勾配をとった後、式中の $\nabla \phi_0$ を断面平均流速

$$\bar{u} \equiv \frac{1}{h + \delta \zeta} \int_{-h}^{\delta \zeta} \nabla \phi dz \quad \dots\dots\dots (11)$$

を用いて書き換えることにより、次の連続式を得る。

$$\frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial t} (h + \delta \zeta) + \nabla \cdot ((h + \delta \zeta) \bar{u}) = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

さらに、式 (10) を式 (3) に代入し、断面平均流速を用いて表すと、以下の運動方程式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \delta \bar{u} \cdot \nabla \bar{u} + \nabla \zeta \\ &= -\frac{\mu^2}{2\delta} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ (h + \delta \zeta) \nabla \frac{\partial h}{\partial t} \right\} + \mu^2 (\nabla \zeta) \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \\ &+ \mu^2 \left\{ \frac{1}{2} h \nabla \left(\nabla h \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \right) + \frac{1}{2} h \nabla h \left(\nabla \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \right) \right. \\ &+ \frac{1}{3} h^2 \nabla \left(\nabla \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \right) \left. \right\} - \mu^2 \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial h}{\partial t} \nabla (\nabla h \cdot \bar{u}) \right. \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial h}{\partial t} \nabla h (\nabla \cdot \bar{u}) + \frac{1}{3} h \frac{\partial h}{\partial t} \nabla (\nabla \cdot \bar{u}) \left. \right\} \\ &+ \mu^2 \left\{ h \nabla \left(\bar{u} \cdot \nabla \frac{\partial h}{\partial t} \right) - \frac{1}{2} h \left(\nabla \frac{\partial h}{\partial t} \right) (\nabla \cdot \bar{u}) \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (13)$$

式 (12) および式 (13) が海底移動を考慮した Boussinesq 方程式である。これらの式において h の時間微分項を 0 とすれば Peregrine (1967) の式になる。

3. 数値計算法

離散化にあたっては、空間的・時間的に中央差分とした。微分項 $\partial F / \partial x$ の離散化に中央差分を用いると数値分散項が生じる。Taylor 展開

$$F^{i+1} \approx F^i + (\Delta x) F_x^i + \frac{1}{2} (\Delta x)^2 F_{xx}^i + \frac{1}{6} (\Delta x)^3 F_{xxx}^i \quad \dots\dots\dots (14)$$

により、微分項 F_x は

$$F_x^i = \frac{F^{i+1} - F^{i-1}}{2\Delta x} - \frac{1}{6} \Delta x^2 F_{xxx}^i \quad \dots\dots\dots (15)$$

と表現できるが、式 (15) の右辺第 2 項は、Boussinesq 方程式中の運動方程式における分散項と同一の形である。そのため中央差分によって生じる数値分散項を取り除くために式 (15) を利用する。実際には 1 次のオーダーの関係式を用いて x の 3 階微分を x の 2 階微分と t の 1 階微分に変形する。また、運動方程式における時間微分項の差分化においても数値分散項を同様に考慮する。

海底移動の時間変化を

$$O\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right) = O(\mu) \quad \dots\dots\dots (16)$$

とすると、断面 2 次元の場合以下の式になる。

$$\frac{\partial}{\partial t} (h + \zeta) + \frac{\partial}{\partial x} ((h + \zeta) u) = 0 \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ &= \frac{1}{2} h \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial^2 (hu)}{\partial x^2} - \frac{1}{6} h^2 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ &- \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ h \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial h}{\partial x} \right\} - \frac{5}{6} h \frac{\partial h}{\partial t} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

ただし、次元量で表している。離散化した式は 3 重対角マトリックスの連立方程式に帰着される。

開境界条件は、Sommerfeld 条件を用いた。沖側境界は、入・反射波を考慮すると、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} - c \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 2 \frac{\partial \zeta}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (19)$$

であり、岸側境界は透過波のみを考慮すると、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + c \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (20)$$

である。ここで、 ζ は入射波である。沖側境界では格子点 $i=0$ での前進差分、岸側境界では $i=M+1$ での後退差分を用いた。

4. 数値計算結果

まず、海底地盤を固定し、規則波および孤立波を入射

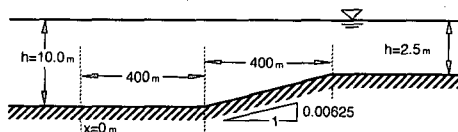
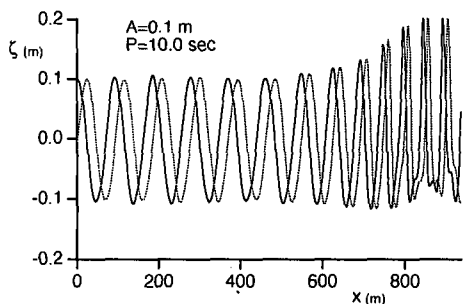


図-2 規則波の伝播変形の計算結果

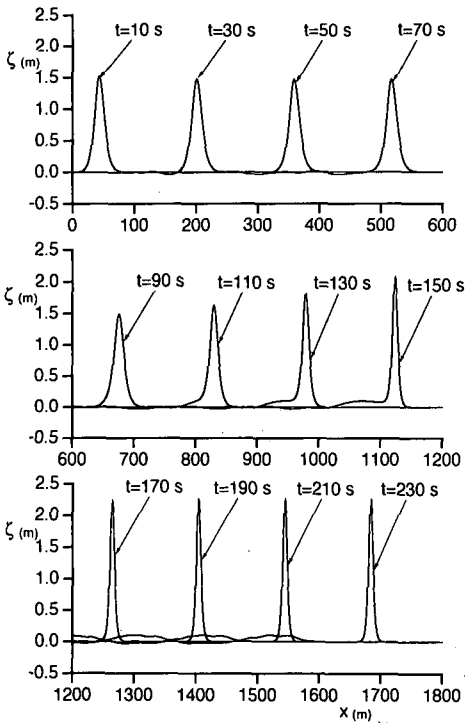


図-3 孤立波の伝播変形の計算結果

してその伝播変形を調べ、計算スキームをチェックした。海底地形は沖側および岸側の水深の異なる一様水深を傾斜面をつなげたものである。

規則波の伝播計算結果について図-2に示す。波は傾斜面上で非線形化し、また平均水深が上昇する。孤立波の伝播計算結果を図-3に示す。孤立波が沖側一様水深を変形することなく伝播し、傾斜面上で非線形化とそれに伴うソリトン分裂が現われた後、岸側一様水深で再び変形することなく伝播する様子がうまく表せている。

次に、海底が剛体的に平行移動する場合の水面波の発生と伝播変形を計算した。ただし、海底移動の時間変化は $O(\mu)$ とする。

傾斜面が水平移動する場合についての計算例を図-4に示す。海底地形は一様水深 5.0 m と 2.0 m を 1/100 勾配の傾斜面で結んだものである。傾斜面の移動速度 V_b は 0 から正弦的に増大させ、最大速度 2.0 m/s に達する 60 s 後に停止させる。計算は移動が停止した後 60 s まで行なった。傾斜面の移動に伴い盛り上がった水面は、海底が停止した後分裂し、沖側・岸側の両方向に伝播していく。沖側へ伝播する波は岸側のそれよりやや波高が大

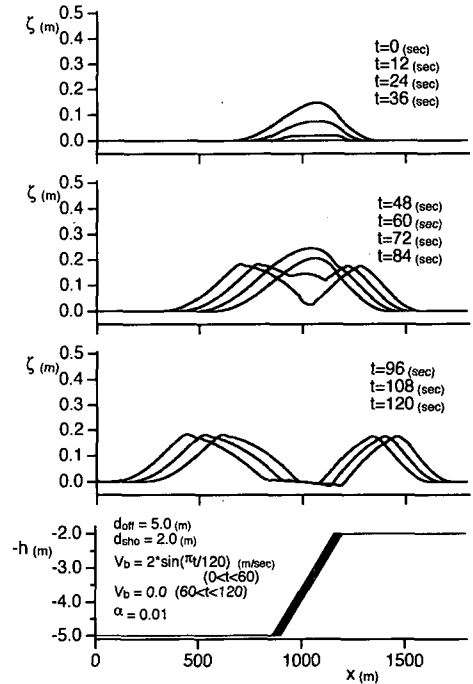


図-4 傾斜面の水平移動による波の発生

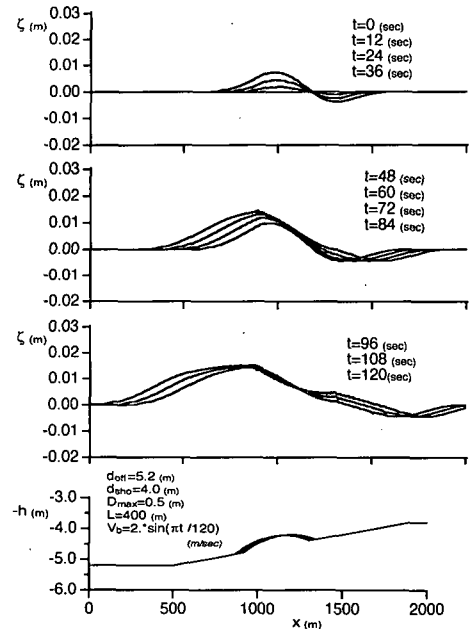


図-5 傾斜面上の剛体滑りによる波の発生

きい。波高は約 20 cm である。その他種々の条件で計算を行い、以下の結果を得た。傾斜面の勾配を大きくすると、発生する波の波高はほとんど変わらないが、波形はより前後非対称となる。最大移動速度を大きくすると、

大きな波が発生する。岸側水深を浅くして傾斜面を長くすると、波高が大きくなり、かつ波形は前傾化する。

地滑りモデルとして、一定勾配の傾斜面上を放物型の剛体が滑るものを考えた。その計算例を図-5に示す。斜面勾配は0.001、剛体は長さ $L=400$ m、最大厚 $D_{max}=0.5$ mとした。移動速度 V_0 は0から正弦的に増加させ、120 s後にピーク値2.0 m/sになるようにした。

5. 海底面上の泥塊の移動に伴う波浪

地滑りが生じると、堆積に転じるまでの間、泥塊は流体に近い挙動を示す。したがって、地滑りの運動は剛体的ではなく流体的に解く必要がある。Jiang and LeBlond (1992)は、この点に着目して断面2次元における傾斜面上での地滑りと波との干渉の数値解析を行なった。

泥流は移動の開始から終端速度への加速段階(I)、一定流速の流れが生じている段階(II)、堆積が起こる段階(III)の3つの段階に分けられ、それぞれは様相が異なる。段階(I)および(III)では泥流の状態が不安定なため取り扱いが難しいが、段階(II)では比較的安定な層流となっており、理論的解析が容易である。ここでは、段階(I)の期間は非常に短く、流れは移動開始後直ちに段階(II)の状態へ移行するものと仮定して、以下段階(II)に限定して話を進める。

泥塊の流体的挙動の解析に用いる座標系および変数を図-6のようにする。泥流の流速分布として、泥層と水との境界にはせん断力が0であるという条件、および海底斜面が不透水性であるという条件を満足する放物型分布

$$U_m(x, z, t) = V(x, t) \left\{ 2 \left(\frac{z + h_s}{D(x, t)} \right) - \left(\frac{z + h_s}{D(x, t)} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (21)$$

を仮定する (Jiang and LeBlond, 1992)。ここで、 $V(x, t)$ は泥層表面流速、 h_s は傾斜面までの静水深、 D は泥層厚である。泥流の連続式は流量フラックス $q(x, t)$ を用いて

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (22)$$

と表される。式(21)の積分により、 D と V で連続式を以下のように表す。

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} (DV) = 0 \dots\dots\dots (23)$$

次に、Navier-Stokes式

$$\rho_2 \left(\frac{\partial U_m}{\partial t} + U_m \frac{\partial U_m}{\partial x} \right) = (\rho_2 - \rho_1) g \tan \theta - \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 U_m}{\partial x^2} \dots\dots\dots (24)$$

において、泥層内の圧力分布を静水圧分布と仮定し、 z 方向に積分すると、 V に関する運動方程式として次式を

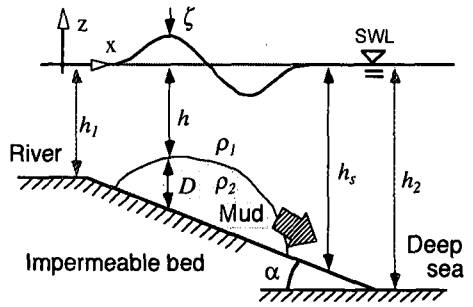


図-6 泥流についての座標系と変数

得る。

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} \rho_2 D \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{1}{3} \rho_2 V \frac{\partial D}{\partial t} + \frac{8}{15} \rho_2 V D \frac{\partial V}{\partial x} \\ & + \rho_2 V^2 \left(\frac{1}{2} \frac{\partial h_s}{\partial x} - \frac{7}{30} \frac{\partial D}{\partial x} \right) \\ & = (\rho_2 - \rho_1) g D \left(\tan \theta + \frac{\partial h_s}{\partial x} - \frac{\partial D}{\partial x} \right) \\ & - \rho_1 g D \frac{\partial \zeta}{\partial x} - 2 \nu \frac{\partial V}{\partial D} \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

式(25)には圧力項に由来する $\partial \zeta / \partial x$ が含まれている。この項を含めたまま泥流に関する式(23)と式(25)を解いて D および V を得ようとすればどの値が必要となる。

このときは水面波の Boussinesq 式を解いて得られる量である。一方、泥層とまわりの水が攪乱されずに流れる場合には、式(17)および式(18)を解くときの静水深を h_s から泥層厚 D を差し引いた値として与える。このとき用いる D は泥流の支配方程式を解いて得られる量である。すなわち、水面波の式と泥流の式は連成しており、波が泥層に圧力変化として影響し、泥層の変形が海底変化として波に影響する。

Jiang and LeBlond (1992) は相互干渉を考慮して解く場合を fully coupling model、 $\partial \zeta / \partial x$ を省略して泥流を独立的に解く場合を one-way coupled model として解析した。その結果、両者の相違は泥の密度が小さく、水深が浅い場合に大きく現れるとしている。

今回は主として one-way coupled model を用いる。式(25)の $\partial D / \partial t$ は式(23)を用いて $-(2/3) \{ \partial (DV) / \partial x \}$ で置き換える。

沖側・岸側の一様水深が一定勾配の緩斜面でつながっている海底地形に、正弦型の初期形状を有する泥塊を置く。ただし、非常に緩勾配のため泥はこのままでは自立的に滑らない。そこで泥層厚に比例するように斜面流下方向へ初速度を与えて、強制的に移動させる。泥塊の変形は初速度を与えたことにより、斜面流下方向に泥層の頂点が移動する形で現れる。しかし斜面勾配が緩やかなため流れとしては持続せず、以下の計算においては24 s後には泥の動きはほぼ止まってしまい、泥流の発生まで

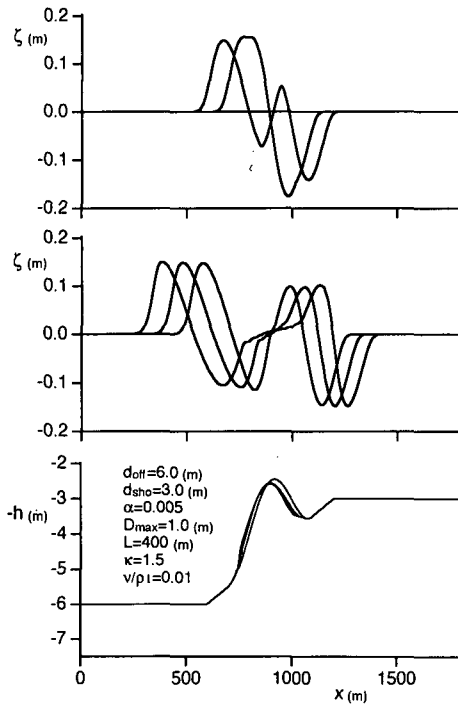


図-7 泥流による波の発生

には至らなかった。

沖側水深 6.0 m, 岸側水深 3.0 m, 斜面勾配 0.005 の海底地盤上に、密度比 $\rho_2/\rho_1=1.5$, 最大層厚 1.0 m, 長さ 400 m の泥塊をおいた場合の計算結果を図-7 に示す。泥の粘性係数は $\nu/\rho_1=0.01$ とする。泥塊の上方には不規則な波形の水面変動が生じるが、泥塊の停止後は岸・沖両側へ伝わっていく。発生した波の最大水位は約 15 cm である。波は斜面部で浅水変形をし、一様水深部では変形することなく伝播する。

計算条件として、泥塊の初期形状としてその長さを長くして平坦化させると、発生する波は最大水位が低く、波長は長くなる。斜面勾配を急にすると泥塊の変形が大きくなり、前傾化して前後非対称な波が発生する。水面波と泥流の相互干渉を考慮したものとしなかったものの

結果にはほとんど差異が見られなかった。

Jiang and LeBlond (1992) は、大きな波が発生する条件として、水深が浅いこと、泥の密度が大きいこと、泥の粘性が小さいことを挙げている。また one-way coupled model と fully coupling model に大きな差異が見られる条件として、水深が浅いことと、泥の密度が小さいことを挙げている。ここでの差異というのは、泥流前面が到達する距離のことで相互干渉を考慮した方が速く流下することを指す。

6. あとがき

本研究は、海底が移動・変形する場合を考慮した Boussinesq 方程式を誘導した。この方程式を用い、海底が剛体的に移動する場合、海底で泥流が発生する場合といった状況を想定し、波浪の発生・伝播についての数値シミュレーションを行った。今後、海底変動のオーダーを $O(\mu)$ と仮定しない一般の場合、また fully coupling model に基づいた詳細な計算モデルを作成するとともに、平面 2 次元への拡張を行いたい。

参考文献

- Abbott, M. B., Petersen, H. M. and Skovgaard, O. (1978): On the numerical modelling of short waves in shallow water, *Jour. of Hydraul. Res.*, Vol. 16, No. 3, pp. 173-204.
- Jiang, L. and LeBlond, P. H. (1992): The coupling of a submarine slide and the surface waves which it generates, *Jour. Geophys. Res.*, Vol. 97, No. C8, pp. 12, 731-12, 744.
- Kirwan, A. D. (1986): Time-dependent hydrodynamic models of turbidity currents analyzed with data from the Grand Banks and Orleansville events, *Jour. Sediment. Petrol.*, Vol. 209, No. 3, pp. 379-386.
- Madsen, P. A. and Sørensen, O. R. (1992): A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2. A slowly-varying bathymetry, *Coastal Engineering*, Vol. 18, pp. 183-204.
- Peregrine, D. H. (1967): Long waves on a beach, *Jour. Fluid Mech.*, Vol. 27, No. 4, pp. 815-827.
- Villeneuve, M. and Savage, S. B. (1993): Nonlinear, dispersive, shallow-water waves developed by a moving bed, *Jour. Hydraulic Res.*, Vol. 31, No. 2, pp. 249-265.