

有理式近似に基づく緩勾配不規則波動方程式を用いた 波浪場・海浜流場計算法の実務問題への適用性

石井 敏雅*・磯部 雅彦**・渡辺 晃**

1. ま え が き

緩勾配不規則波動方程式は多方向不規則波の一般的な波浪変形を直接時系列的に計算する方法である。この方法は緩勾配方程式 (Berkhoff, 1972) において成分波の周波数の関数である係数を近似式を用いて表すことにより周波数によらない係数のみからなる方程式を緩勾配方程式から誘導したものである。近似式として有理式近似式を用いることによって高い精度で緩勾配方程式中の係数を近似できることが磯部 (1993) によって報告されている。また、多方向不規則波の浅水変形・屈折現象、回折現象、浅水変形・屈折・回折混合現象については同方法による計算結果の妥当性が石井ら (1994) によって検証されている。しかしながら、実務上の問題への適用性については十分に検討されていない。本研究は、まず石井ら (1994) では未検討であった多方向不規則波の統計量の統計的変動性と碎波現象の計算結果の妥当性について検討した後、実務上の問題として人工島周辺の波浪場、海浜流場の計算を行い、実験結果と比較することにより実務問題への適用性について検討したものである。さらに、本研究によりはじめて厳密な解析が可能となったケースとして、入射する多方向不規則波の主波向が人工島に対して斜めの場合の計算を行い、その結果についても検討する。

2. 有理式近似に基づく緩勾配不規則波動方程式の概要

磯部 (1993) により提案された有理式近似に基づく緩勾配不規則波動方程式は次式で与えられる。

$$\nabla^2 \tilde{\phi} - ia_1 \nabla^2 \left(\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} \right) + (b_0 + ic_0) \tilde{\phi} + i(b_1 + ic_1) \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} - b_2 \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

ここに、 $\tilde{\phi}$ は Radder 変換した複素水面変動振幅 $\hat{\phi}$ と次式の関係にある。

$$\tilde{\phi} = \hat{\phi} e^{-i\omega t} \quad (2)$$

$$\omega' = \omega - \bar{\omega} \quad (3)$$

ただし、 $\bar{\omega}$ は代表角周波数、 ω' は $\bar{\omega}$ と成分波の角周波数 ω との差である。また、 t は時間、 ∇^2 は水平 2 方向の微分演算子、 i は虚数単位である。 a_1, b_0, b_1, b_2 は緩勾配方程式を Radder (1979) による変数変換を用いて変形した式 (4) の係数 k^2 (k : 波数) を式 (5) の有理式によって近似した時の係数、 c_0, c_1 は碎波などによるエネルギー減衰を表わす項 (虚数項) を式 (4) に含めた場合にその項を 1 次式によって近似した係数であり、エネルギー減衰係数 f_0 、代表角周波数の波数 $\bar{k}$ および b_1, b_2 から決定される係数である。

$$\nabla^2 \tilde{\phi} + k^2 \tilde{\phi} = 0 \quad (4)$$

$$k^2 = \frac{b_0 + b_1 \omega' + b_2 \omega'^2}{1 - a_1 \omega'} \quad (5)$$

3. 統計的変動性の検討

不規則波の水面波形の分散である $\overline{\eta^2}$ 、あるいはその平方根である標準偏差 η_{rms} の統計的変動性は変動係数によって表される。波形の分散 $\overline{\eta^2}$ の変動係数は一般には波形記録の長さあるいは波の総数の $-1/2$ 乗に比例するが、数値シミュレーションの場合には成分波の個数にも支配される。成分波の個数によって規定される水面波形の分散 $\overline{\eta^2}$ の変動係数は合田 (1977) により次のように示されている。

$$C.V. [\overline{\eta^2}] = \frac{\left[\sum_{m=1}^M S^2(f_m) (\Delta f_m)^2 \right]^{1/2}}{\sum_{m=1}^M S(f_m) (\Delta f_m)} \quad (6)$$

ここで、 $C.V. [\]$ は $[\]$ 内の変数の変動係数を表わす。式 (6) から等エネルギー分割法の場合の変動係数を求めると図-1 が得られ、 $\overline{\eta^2}$ の変動係数は成分波の個数 M の $-1/2$ 乗に比例する。

一方、波形記録の継続時間による変動係数は Tucker (1957) によって検討されており次のように示されている。

$$C.V. [\overline{\eta^2}] = \frac{\left[(1/T_R) \int_0^\infty S^2(f) df \right]^{1/2}}{\int_0^\infty S(f) df} \quad (7)$$

ここで、 T_R は波形記録の継続時間である。 T_R を平均周波

* 正会員 博(工) 東京電力(株)
** 正会員 工 博 東京大学教授 工学部土木工学科

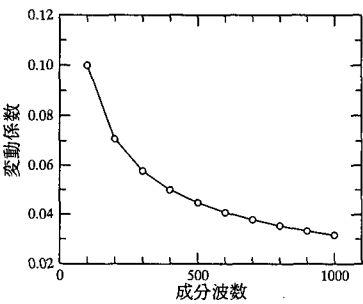


図-1 成分波の個数による η^2 の変動係数 (等エネルギー分割法)

数 $\bar{f}=1/\bar{T}$ および記録中の波の総数 N_0 を用いて $T_R=N_0\bar{T}=N_0/\bar{f}$ と書き直すことによって、式(7)は次のようになる。

$$C.V.[\eta^2]=\alpha(\eta^2)/\sqrt{N_0} \dots\dots\dots (8)$$

$$\alpha(\eta^2)=\frac{\left[\int_0^\infty \bar{f} S^2(f) df\right]^{1/2}}{\int_0^\infty S(f) df} \dots\dots\dots (9)$$

式(9)の右辺の分子と分母はともに長さの2乗の次元を持つので $\alpha(\eta^2)$ は無次元量であり、 η^2 の変動係数は波の総数 N_0 の $-1/2$ 乗に比例する。比例係数 $\alpha(\eta^2)$ は周波数スペクトルによって一義的に与えられ、周波数スペクトルが Wallops 型のときは η^2 の変動係数が次のように解析的に求められる。

$$C.V.[\eta^2]=\frac{2}{\sqrt{N_p}} \frac{\left[\frac{(2/m_s)^{(2m_s-1)/4} \Gamma\left(\frac{2m_s-1}{4}\right)}{(4/m_s)^{(m_s-1)/4} \Gamma\left(\frac{m_s-1}{4}\right)}\right]^{1/2}}{\dots\dots\dots (10)}$$

ただし、 Γ はガンマ関数、 $N_p=T_R f_p$ はピーク周波数 f_p を規準として換算した波の総数である。Bretschneider-光易型の場合は $m_s=5$ であり、これを式(10)に代入した後に式(8)の形に変形すると次のようになる。

$$C.V.[\eta^2]=\frac{1}{\sqrt{N_0}} \cdot 1.0653 \dots\dots\dots (11)$$

式(11)より図-1の変動係数に相当する N_0 を求めた結果を表-1に示す。表-1より等エネルギー分割法で1,000成分波から成る不規則波の成分波個数に等しい変動係数を得るためには有義周期で約1,000 (1,135/1.2=946) 周期の計算を行う必要があることがわかる。

表-1 成分波個数による変動係数に相当する値を得るために必要な波の総数 N_0

成分波個数	100	300	500	800	1000
変動係数 (×10 ⁻²)	10.0	5.77	4.47	3.54	3.16
波の総数 N_0	114	340	567	908	1135

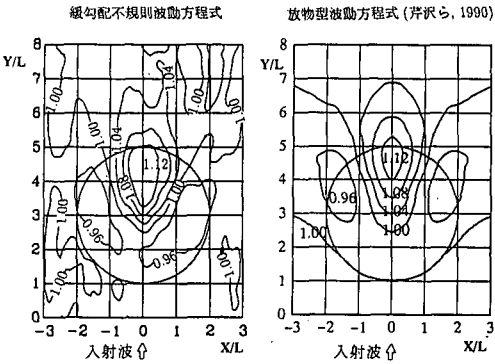


図-2 球面浅瀬近傍の多方向不規則波の有義波高比 ($S_{max}=10$)

また、 η_{rms} の変動係数はその絶対値があまり大きくないことを前提として η^2 の変動係数の $1/2$ と見積られるので表-1より1,000有義波周期の計算を行った場合、約 1.6×10^{-2} であることがわかる。

この結果を用いて水深15mの一樣水深中に直径160m、頂部水深5mの球面浅瀬がある場合の多方向不規則波の波浪変形について1,000有義波周期分の水面波形の標準偏差 η_{rms} から有義波高を求め、芹沢ら(1990)の放物型波動方程式による計算結果と比較したものを図-2に示す。多方向不規則波の入射有義波高は1m、有義波周期は5.1s、最大方向集中度 S_{max} は10である。また、図-2の座標軸の分母 L は有義波周期に対応する一樣水深部の波長である。図-2では芹沢ら(1990)の結果と比較するため有義波高比を小数第2位までの細かい数値で表現している。このため石井ら(1994)が示したように100有義波周期分の統計量より有義波高を求めると統計的変動の影響が大きく、芹沢ら(1990)の結果との一致が必ずしも明瞭となっていなかった。本研究においては1,000有義波周期分の統計量を用いていることから統計的変動が小さく、有義波高比の等高線は芹沢ら(1990)の結果とよく一致していることがわかる。このことから球面浅瀬による多方向不規則波の浅水変形・屈折・回折の混合現象が有理化近似による緩勾配不規則波動方程式により精度よく計算されていることを確認することができる。

4. 砕波の検討

一樣勾配の平行等深線地形モデルを設定し、沖から一方向不規則波を入射した場合について計算した。このモデルによる一方向不規則波の砕波は合田(1977)により有義波高の算定図表が求められている。また、砕波減衰モデルとしては磯部(1986)のモデルを用いている。

一方向不規則波の条件は有義波周期 $T_{1/3}=8.0$ s、沖波有義波高は沖波波形勾配 $H_0/L_0=0.02$ と 0.04 に相当す

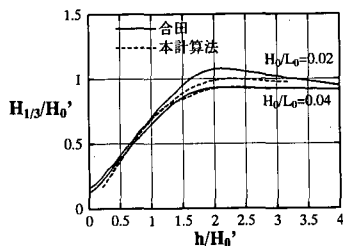


図-3 碎波波高の合田 (1977) の碎波変形計算結果との比較

る $H_0=2.0$ m と 4.0 m の 2 種類の波を用いた。海底勾配は $1/50$ ，計算格子間隔は 1.5 m，計算時間間隔は 0.08 s とした。有義波高について本計算法による結果と合田 (1977) の結果を比較した図を図-3 に示す。 H_0' は換算沖波波高である。図中の実線が合田 (1977) による計算値，点線が本計算法による値である。波形勾配 $H_0/L_0=0.04$ の有義波高に関しては両計算値はよく一致している。波形勾配 $H_0/L_0=0.02$ の有義波高に関しては， $h/H_0=2.0$ 付近で本計算値は 10% 程度合田の計算値より小さくなっている。これは合田の計算では浅水変形の非線形性を考慮しているのに対して本計算では基礎方程式が線形であるためである。波の非線形性の影響は，波形勾配の小さな波で強く現われるため，波形勾配の小さな波で両計算値の差が大きくなったものである。しかしながら，波高の変化傾向はよく一致しており，妥当な計算結果が得られているといえる。また，合田の計算では $h/H_0=0$ の時 $H_{1/3}/H_0=0$ とはならないのに対して本研究の計算結果は $H_{1/3}/H_0$ に近づく。これは合田の計算では wave set-up を考慮しているのに対して本研究では考慮していないためである。

5. 人工島周辺の波浪場・海浜流場への適用性の検討

実務上の問題として人工島周辺の波浪場，海浜流場の計算を行い，池野ら (1993) の実験結果と比較することにより実務問題への適用性について検討した。

(1) 波浪場の検討

計算条件は実験条件とほぼ同じとして計算を行った。多方向不規則波は沖波有義波高 ($H_{1/3}$)₀ を 9.2 m，入射位置は実験の造波機位置と同じとしており，その位置での有義波高 ($H_{1/3}$)_i を 8.55 m，有義波周期 $T_{1/3}$ を 14.33 s，周波数スペクトルは Bretschneider-光易型，方向関数は光易型を用い，最大方向集中度 S_{max} を 25 としている。多方向不規則波は実験ではエネルギー等分割法によるダブル・サメーション法を用いて周波数成分 512 個×波向 90 個の成分波を合成して作成しているが，本研究ではシングル・サメーション法を用いて 512 成分の成分波から作成している。側方境界は入射境界とせずに完全反射条件

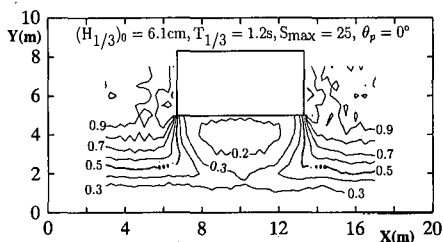


図-4 人工島周辺波浪場の水理模型実験結果

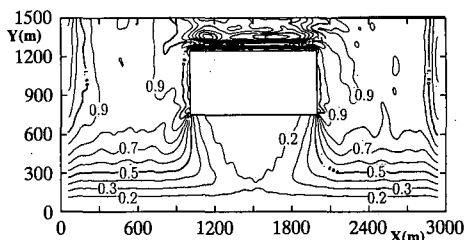


図-5 緩勾配不規則波動方程式による人工島周辺波浪場の計算結果

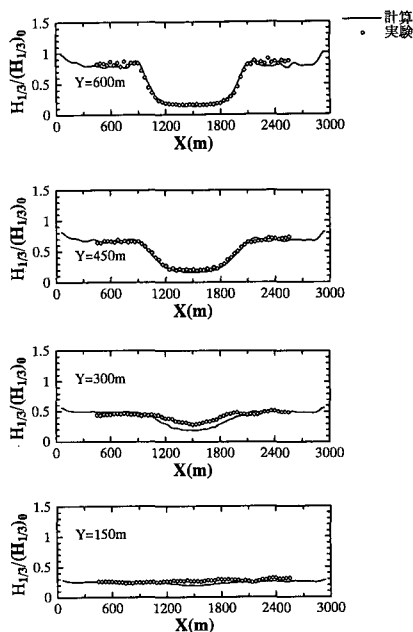


図-6 人工島周辺波浪場の計算結果と実験結果の比較

を用い，多方向不規則波は沖側の造波機と同じ位置からのみの入射としている。また，人工島に対する境界条件としては直立護岸の場合の実験結果を比較対象とするため完全反射条件を用いている。

池野ら (1993) の実験結果を図-4 に，本研究の計算結果を図-5 に，有義波高の沖波有義波高に対する比の平面分布図として示してある。有義波高は 100 有義波周期分の水面波形の標準偏差 η_{rms} から求めている。また，人

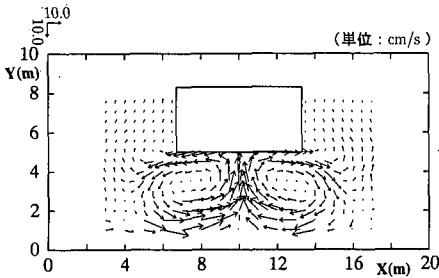


図-7 水理実験による人工島背後の海浜流の平面分布

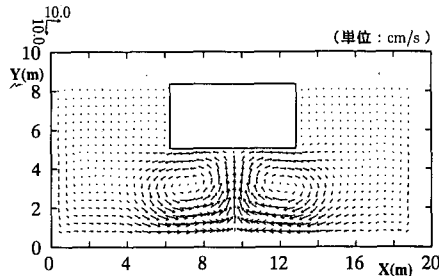


図-8 数値計算による人工島背後の海浜流の平面分布

工島背後の代表測線について実験結果と計算結果の断面図を比較したものを図-6に示してある。これらの図を見ると計算結果と実験結果はよく一致しており、有理式近似による緩勾配不規則波動方程式により人工島周辺の波浪場が精度よく計算されていることがわかる。これにより有理式近似による緩勾配不規則波動方程式が浅水変形、屈折、回折、反射、碎波のすべての波浪変形現象を同時に精度よく計算できることが確認され、十分に実用的な計算法であることが示された。なお、人工島背後の有義波高比0.2の等高線と $Y=300, 150$ mの断面図の中央付近で見られる実験値と計算値の違いは後述する流れ(図-7)の影響によるものである。これらの領域では主波向に対して流れが逆行しているために群速度が遅くなり、有義波高が流れのない状態に比べて大きくなる。本研究の計算では流れの影響を考慮していないために上記の理由により計算値と実験値に差が生じている。

(2) 海浜流場の検討

図-5の多方向不規則波浪場の計算結果から窪ら(1992)の方法を用いて人工島周辺の海浜流場の計算を行った。側方境界は池野ら(1993)の実験や本研究の波浪場の計算と同じく壁境界としている。また、本研究の計算では摩擦係数 C_f は0.01とし、渦動粘性係数 ε は無次元定数 $N=0.01$ として池野ら(1994)の提案した式を用いて求めている。計算時間間隔は0.04 s、計算格子間隔は15 mである。

図-7には池野ら(1993)による水理実験結果を、図-8には本研究による計算結果を示してある。実験結果と

計算結果を比較すると人工島背後に生じる対称な2つの循環流の中心位置、循環流の規模をおおむね再現している。しかし実験結果に見られるような循環流の円周付近での速い流れは再現されていない。ここで用いた海浜流計算法の限界ではないかと考えられる。

6. 人工島に対して主波向が斜めの場合の波浪場・海浜流場・地形変化の検討

これまで水理実験や他の波浪変形計算法では厳密な解析が実施されておらず、本研究の方法を用いることによってはじめて厳密な解析が可能となったケースとして、海底勾配1/50の平行等深線地形において、入射する多方向不規則波の主波向が人工島に対して斜めの場合の人工島周辺の波浪場・海浜流場・地形変化の計算を行った。計算モデルは、人工島の規模等の条件は上述の計算と同じとして計算対象領域を沿岸方向6 km、岸沖方向1.5 kmの範囲としている。沿岸方向の距離を長く設定したのは海浜流計算における側方境界の影響を考慮したためである。多方向不規則波の条件としては沖側入射位置での有義波高 $(H_{1/3})_i$ を8.55 m、有義波周期 $T_{1/3}$ を14.33 s、主波向は人工島に対して垂直となる方向から 30° 、最大方向集中度 $S_{\max}$ は池野ら(1993)の実験結果を参考に50としている。また、海浜流の計算における側方境界は周期性境界としている。

波浪場の計算結果として人工島周辺の沿岸方向3 kmの範囲について入射有義波高に対する有義波高比の等高線を図-9に示す。人工島側面での波の反射の影響が主

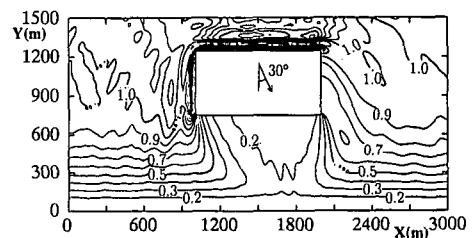


図-9 主波向が斜め方向の場合の波浪場の計算結果

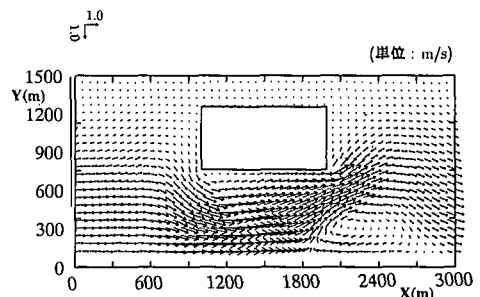


図-10 主波向が斜め方向の場合の海浜流場の計算結果

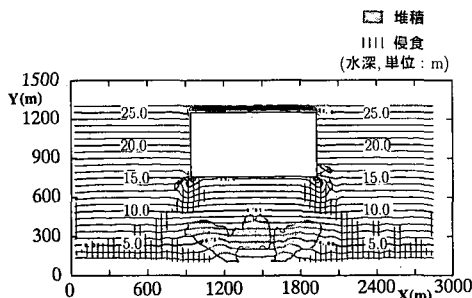


図-11 地形変化の計算結果 (24 時間後)

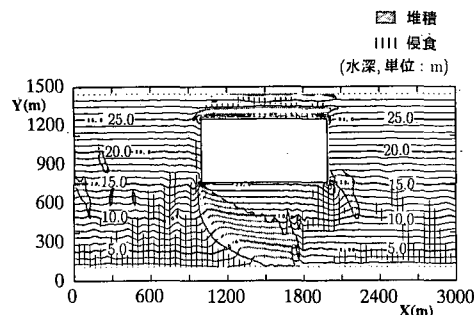


図-12 主波向が斜め方向の場合の地形変化の計算結果 (24 時間後)

波向が垂直の場合と比べて大きくなるのがわかる。

また、海浜流の計算結果は図-10 に示すとおりである。沿岸方向の流れが卓越し、主波向が人工島に対して垂直の場合に見られた人工島背後の 2 つの対称な循環流はなくなり 1 つのみとなるのがわかる。

地形変化については窪ら (1992) と同じ方法を使用しており、主波向が人工島に対して垂直の場合は図-5 と図-8 の結果を用いて計算した 24 時間後の地形変化を図-11 に、斜め入射の場合については図-9 と図-10 の結果を用いて同様に計算した結果を図-12 に、20 cm 以上の堆積、侵食箇所を示してある。主波向が垂直の場合には人工島背後の隅角部周辺が侵食され、人工島背後の水深の浅い所で堆積することがわかる。これは、2 つの対称な循環流が人工島背後の岸側で左右方向からの流れが衝突して流速が弱くなるため運ばれてきた砂が堆積するからである。主波向が斜めの場合は、沿岸方向の流れによって運ばれてきた砂が人工島背後の岸近くの循環流により流れが弱められるため人工島背後に堆積する様子が示されており、この循環流の存在が地形変化において堆積現象に大きく寄与していることがわかる。

7. あとがき

多方向不規則波の統計量の統計的変動性について検討し、球面浅瀬の場合について 1,000 有義波周期分の波形記録から統計量を求め、芹沢ら (1990) の結果と比較することにより計算方法の妥当性を確認した。碎波については一方向不規則波の碎波の計算結果の妥当性について合田 (1977) の結果と比較することにより確認した。また、実務上の問題として人工島周辺の波浪場、海浜流場の計算を行い、池野ら (1993) の実験結果と比較することにより妥当な計算結果が得られていることを確認した。さらに、本研究によってはじめて多方向不規則波に対する従来より厳密な計算が可能となったケースとして、入射波の主波向が人工島に対して斜めの場合の人工島周辺の波浪場、海浜流場、地形変化の計算を行い、主波向が人工島に対して垂直の場合と比較することによりこれらの特徴を示した。

本研究において (財) 電力中央研究所には貴重な水理模型実験のデータを提供して頂きました。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 池野正明・鹿島遼一・松山昌史・榊山 勉・窪 泰浩 (1993): 人工島式発電所背後の波浪場・海浜流場に関する実験的研究: 海岸工学論文集第 40 巻, pp. 621-625.
- 池野正明・鹿島遼一・鶴岡亮行・清水琢三・秋葉 徹・窪 泰浩 (1994): 多方向不規則波浪場計算法の人工島背後海域への適合性比較: 海岸工学論文集第 41 巻, pp. 121-125.
- 石井敏雅・磯部雅彦・渡辺 晃 (1994): 有理式近似に基づく緩勾配不規則波動方程式を用いた平面 2 次元波浪場計算: 海岸工学論文集第 41 巻, pp. 6-10.
- 磯部雅彦 (1986): 放物型方程式を用いた不規則波の屈折・回折・碎波変形の計算法: 第 33 回海岸工学講演会論文集, pp. 134-138.
- 磯部雅彦 (1993): 有理式近似に基づく非定常緩勾配不規則波動方程式: 海岸工学論文集第 40 巻, pp. 26-30.
- 窪 泰浩・小竹康夫・横木裕宗・磯部雅彦・渡辺 晃 (1992): 非定常緩勾配不規則波動方程式を用いた波浪場・海浜流場・海浜地形変化の予測モデル: 海岸工学論文集第 39 巻, pp. 201-205.
- 合田良実 (1977): 港湾構造物の耐波設計: 鹿島出版会.
- 芹沢真澄・小沢和男・三船修司・磯部雅彦 (1990): 実務における屈折・回折・碎波計算への放物型方程式の適用性: 海岸工学論文集第 37 巻, pp. 26-30.
- Berkhoff, J. C. W. (1972): Computation of combined refraction-diffraction: 13th ICCE, pp. 471-490.
- Radder, A. C. (1979): On the parabolic equation method for water-wave propagation: J. Fluid Mech., Vol. 95, Part 1, pp. 159-176.
- Tucker, M. J. (1957): The analysis of finite-length records of fluctuating signals: British Jour. Applied Physics, Vol. 8, pp. 137-142.