

乱れの運動エネルギー輸送方程式を用いた 渦動粘性係数と戻り流れの評価

黒岩正光*・孫 彰培**・野田英明***

1. はじめに

砕波帯内の水理現象は複雑で、未だ完全に把握されたわけではない。砕波帯内に存在する戻り流れは、底質輸送に多大な影響を及ぼすことが知られている。海浜変形を予測するためにもこの戻り流れの評価が重要であり、簡単で精度よい数値モデルの開発が必要である。黒岩ら(1994)は、Svendsen(1984)の戻り流れの鉛直分布の理論を修正し、数値モデルを再構築し、実験結果と比較することによってそのモデルの適用性について検討した。その結果、実験値とほぼ一致することを確認した。しかしながら、戻り流れの鉛直分布を求める際に渦動粘性係数を水深方向に一定と仮定している点に物理的な問題が残されている。従来、砕波帯内の渦動粘性係数は戻り流れの評価のみでなく漂砂の外力となる沿岸流速分布を把握するためにも重要な物理量の一つであるにもかかわらず、評価方法について明確な手法は確立されていない。

土屋ら(1986)は渦動粘性係数を鉛直方向に一定と仮定し波高と波速の関数で表し、戻り流れの鉛直分布を解析的に求めている。岡安ら(1989)は波のエネルギー逸散率と実験結果に基づいて渦動粘性係数の鉛直分布を算定し、戻り流れの鉛直分布を解析的に求めている。また、柴山ら(1994)は、位相平均した Reynolds の方程式を直接数値的に解くことにより砕波帯内の波浪場および乱流流速場を求め、定常流の鉛直分布を求めている。このとき渦動粘性係数は水面変動の変化に応じて時間的に変化させているが、鉛直方向には一定として計算している。

このように、それぞれの戻り流れの数値モデルに応じて渦動粘性係数の算定方法は異なる。また、それぞれの戻り流れの数値モデルは従来の実験結果をほぼ満足しているが、完全なモデルが構築されたとは言いがたい。そこで、本研究では、乱れの運動エネルギー輸送方程式を用いた簡易的な渦動粘性係数の鉛直分布を算定する方法を提案し、その結果を用いて戻り流れの鉛直分布を計算する。

さらに、渦動粘性係数の鉛直分布が戻り流れの鉛直分布に与える影響について調べ、さらに、得られた戻り流れの計算結果と過去の戻り流れの実験結果と比較することによってモデルの適用性について検討しようとするものである。

2. 数値モデル

(1) 砕波帯内の波高

砕波帯内の波高は西村ら(1985)が提案した微小振幅の単一進行波のエネルギー保存則に基づいて計算する。沖から岸向きの水平距離座標を x とすると、エネルギー保存則は次式で表される。

$$\frac{\partial EC_g}{\partial x} + \Gamma = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 E は波のエネルギー密度、 C_g は波の群速度を表す。 Γ は泉宮ら(1983)が求めたエネルギー逸散率を表し、

$$\Gamma = [\sqrt{2}(2n-1)C_f + C_i] \sqrt{\frac{2n-1}{\rho} \left(\frac{E}{d} \right)^3} \quad \dots\dots\dots (2)$$

である。ここに、 n は波の群速度と位相速度の比、 d は平均水位の上昇を考慮した実水深、 C_f は底面摩擦係数、 C_i は砕波帯内の乱れの効果を代表する係数で、波の再生域の存在をも考慮して、次式により与えられる。

$$C_i = 1.8 \sqrt{nE/\rho g d^2} - 0.09 \quad \dots\dots\dots (3)$$

なお、砕波帯外および上式の根号内が負のときは $C_i = 0$ とする。

(2) 渦動粘性係数

本研究では Deigaard ら(1986)が導いた乱れエネルギーの輸送方程式を簡略化し、渦動粘性係数は求めることにするが、まず簡単に彼らの理論について述べる。

底面を原点とする鉛直上向きに y 座標を取ると乱れの運動エネルギー k の輸送方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial k}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\text{PROD}}{\rho} - C_d \frac{k^{3/2}}{l} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 t は時間、 σ_k は定数 ($=1.0$)、PROD は乱れエネルギーの生産量、 C_d は定数 ($=0.08$) である。 ν_t は渦動粘性係数で、

* 正 会 員 工 修 鳥取大学助手 工学部土木工学科

** 学生会員 工 修 鳥取大学大学院工学研究科

*** 正 会 員 工 博 鳥取大学教授 工学部土木工学科

$$\nu_t = \epsilon \sqrt{k} \dots\dots\dots (5)$$

で表され、 ϵ は乱れの長さスケールで、次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= \sqrt[3]{C_d k y} & \text{for } y < \frac{\epsilon_{\max}}{\sqrt[3]{C_d k}} \\ \epsilon &= \epsilon_{\max} & \text{for } y > \frac{\epsilon_{\max}}{\sqrt[3]{C_d k}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $\epsilon_{\max}$ は水深の0.07倍の値をとり、 k は0.4である。PRODは、図-1に示すように、砕波することによって生じる波峰前面の乱れが下方に拡散しながら逸散していくことを考え、次式のように与えられる。

$$\text{PROD} = T \frac{dE_f}{dx} \frac{36}{(H\delta T)^2} z' \left(1 - \frac{z'}{H}\right) t \left(1 - \frac{t}{\delta T}\right) \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 z' は各位相の水面を原点とする鉛直下向きの座標、 dE_f/dx はエネルギー逸散率を表す、 δT はPROD(乱れ生成)の波一周期の間の継続時間を表す。

酒井ら(1989)は、乱れの位相変化について Svendsenら(1987)のモデルと比較することによって Deiggardら(1986)のモデルについて検討している。彼らのモデルは、従来の実験結果をある程度説明はしているが、差分法を用いて繰り返し計算する割には一致度はそれほど良くないことを指摘している。しかし、乱れを計算することにおいては比較的簡単なモデルであると考えられ、著者らはさらに、簡略化した手法で乱れエネルギーおよび渦動粘性係数の算定を試みた。

定常状態における輸送方程式を考えると、(4)式は、

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\overline{\text{PROD}}}{\rho} - C_d \frac{k^{3/2}}{l} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

となる。なお、 $\overline{\text{PROD}}$ は、(7)式を時間および空間的な平均操作を行い求められる。すなわち、

$$\overline{\text{PROD}} = 1/H \int_0^H \cdot 1/T \int_0^{\delta T} \text{PROD} dt dz' \dots\dots\dots (9)$$

で求められ、最終的に、次式のような簡単な式となる。

$$\overline{\text{PROD}} = dE_f/dx/H \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 dE_f/dx には、(1)式の右辺の波のエネルギーの逸散率 Γ を適用し、 $\overline{\text{PROD}}$ はトロフレベル(d_{tr})で与えて計算した。

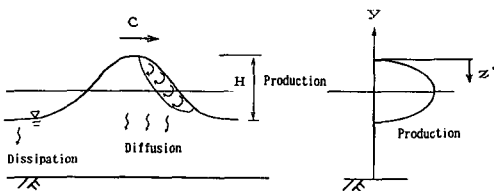


図-1 砕波による乱れの生成および逸散の概要

境界条件は簡単のため以下のように与える。すなわち、底面およびトロフレベルにおいて

$$\left. \begin{aligned} k &= 0 & y &= 0 \\ \partial k / \partial y &= 0 & y &= d_{tr} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

とし、有限差分法を用いて計算した。

乱れの長さスケール ϵ は渦動粘性係数の評価法に応じて、与え方が異なり、一般に水深の0.07~0.35倍程度取られているようであるが、明確な定義は無く、本計算では種々変化させて計算を試みることにし、詳細については後述する。

(3) 戻り流れの鉛直分布

座標系を図-2のように取ると、Svendsen(1984)による戻り流れの鉛直分布の基礎式は、次式で表される。すなわち、

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_t(z) \frac{\partial U}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u_w^2} + gb) \dots\dots\dots (12)$$

であり、右辺は

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u_w^2} + gb) &= c^2 \left(\frac{H}{h} \right)^2 B_0 \\ &\cdot \left[2 \left(\frac{c_x}{c} + \frac{(H/h)x}{H/h} \right) + \frac{B_{0x}}{B_0} \right] + g \frac{\partial b}{\partial x} \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

で表される。ここに、 U は戻り流れ、 ν_t は(8)式から得られる渦動粘性係数、 c は波速、 d_{tr} は底面からトロフレベルまでの距離、 L は波長、 b は平均水位である。添え字の x は微分を表す。また、 B_0 は

$$B_0 = \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{\eta}{H} \right)^2 dt \dots\dots\dots (14)$$

で定義される値で、Hansen(1990)が提案した次式を用いて評価する。すなわち、

$$B_0 = B_{0b} \left[1 - a \left(b - \frac{h}{h_b} \right) \left(1 - \frac{h}{h_b} \right) \right] \dots\dots\dots (15)$$

であり、ここに、

$$a = (15 \xi_{00})^{-1} \dots\dots\dots (16)$$

$$b = 1.3 - 10(\xi_0 - \xi_{00}) \dots\dots\dots (17)$$

$$\xi_0 = h_x / \sqrt{H_0/L_0} \dots\dots\dots (18)$$

$$\xi_{00} = h_x / \sqrt{0.142} \dots\dots\dots (19)$$

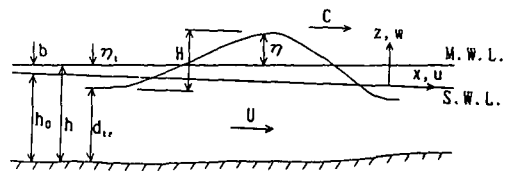


図-2 座標系

$$B_{0b} = 0.125 \tanh(11.40/\sqrt{U_{rb}}) \dots\dots\dots (20)$$

で、 U_{rb} は砕波点におけるアーセル数である。また、トロフレベル d_{tr} は次の式で求められる。

$$d_{tr} = h - 0.5H \tanh(4.85/\sqrt{U_r}) \dots\dots\dots (21)$$

境界条件は以下に示すように、トロフレベル上では、岡安ら (1987) が実験結果から次元解析的に求めたせん断力、

$$\frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{y=d_{tr}} = \frac{0.0016C^2}{\nu_t} \dots\dots\dots (22)$$

を与え、一方、底面では佐藤ら (1990) の戻り流れ流速評価式に基づく黒岩ら (1994) の底面流速、

$$U_b = A_b \cdot \frac{H^2}{Th} \tanh\left(\frac{h}{h_b} - 1\right) \dots\dots\dots (23)$$

を与える。ここに、 H は波高、 T は波の周期、 h は実水深、 h_b は砕波水深である。 A_b は無次元定数で、2.6 程度の値を用いた。

Svendsen (1984) は渦動粘性係数を鉛直方向に一定と仮定して、解析的に (12) 式から戻り流れの鉛直分布を求めているが、本研究では、(8) 式を用いて数値的に渦動粘性係数を求めるため、それは鉛直方向の簡単な関数では評価できない。したがって、(12) 式を解析的に解くことは困難であるので、差分することによって解を求めることにする。

3. 数値計算結果

(1) 乱れの運動エネルギーと渦動粘性係数

先にも述べたように、渦動粘性係数は乱れエネルギー k に乱れの長さスケール l を乗じた形で表されるが、 l は渦動粘性係数の評価モデルによってその与え方は異なる。例えば、Svendsen (1987) は水深の 0.2 倍程度で与え、乱れの運動エネルギーの位相変化を計算している。Svendsen ら (1987) は戻り流れの計算において渦動粘性係数を計算する際に、鉛直方向に一定とし、 $l = 0.25 \sim 0.35$ の範囲の値を取ると報告している。Deiggard ら (1986) は前述した (6) 式を用いて計算し、 $l_{\max}$ は水深の 0.07 倍としているし、Deiggard ら (1991) は戻り流れの鉛直分布の評価も含めたモデルにおいて $l_{\max}$ は水深の 0.105 倍としている。

Svendsen (1987) は Deiggard ら (1986) が求めた時間平均された k の鉛直分布は従来の実験結果より計算結果の方がその勾配が急であり、実験値との一致度があまり良くなく、その原因は鉛直方向の移流の影響を無視していることであることを指摘している。それに基づいて酒井ら (1989) は鉛直下向きの移流が卓越していると考え、Deiggard ら (1986) のモデルの拡散項による効果と実験

室で実際起こり得るような移流に関する効果との比較を行った結果、ほぼ同程度の値が得られることを確認している。しかしながら、砕波帯内全域において定常的な鉛直下向きの流れが存在しているとは考えづらく、 l の与え方が乱れエネルギー k の鉛直分布に影響を与えと思われる。そこで、まず、(8) 式において l の鉛直方向の形状を種々変えて乱れエネルギー k および渦動粘性係数 ν_t の鉛直分布について調べた。図-3 および 4 は、それぞれ、黒岩ら (1994) の実験条件 ($H = 13.1$ cm, $T = 1.01$ sec) を用いて計算した k および ν_t の鉛直分布を表したものである。各図中に示す実線は l を鉛直方向に一定とした場合 (水深の 0.15 倍)、一点鎖線は鉛直方向に一次的に変化させた場合 ($l = 0.15y$)、点線は Deiggard ら (1986) による $l(l_{\max} = 0.15h)$ に対する結果を表す。図-

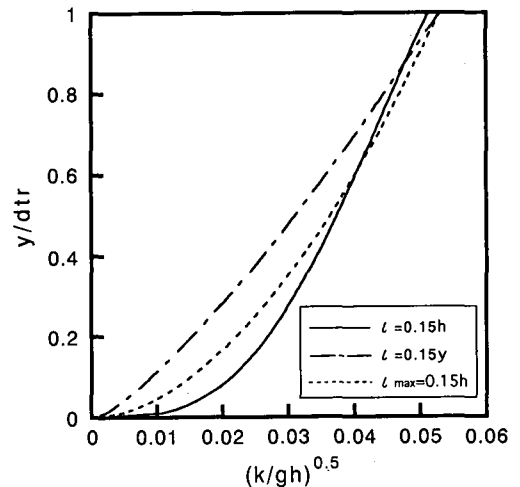


図-3 乱れエネルギーの鉛直分布の数値計算例

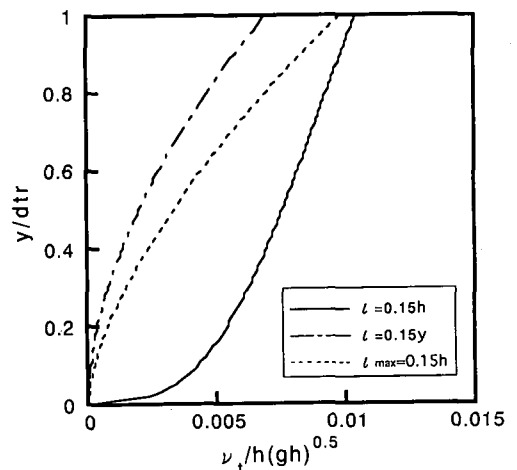


図-4 渦動粘性係数の鉛直分布の数値計算例

3 から, l を鉛直方向に変化させた場合(一点鎖線および点線)の k の結果は一定とした場合の計算結果(実線)のそれと比較して, 鉛直分布は異なり, 勾配も急であることがわかる。また, 図-4 を見ると渦動粘性係数の計算結果は l の鉛直方向分布の影響が顕著に現れていることがわかる。すなわち, l を一定とした場合と変化させた場合では明かに傾向が異なり, l の仮定が戻り流れの鉛直分布に影響を及ぼすことが予想される。

つぎに, 本計算で得られた渦動粘性係数と従来の算定方法によるその鉛直分布を比較した結果が図-5 で, 著者らが昨年報告した実験結果に基づいて計算した渦動粘性係数の鉛直分布の一例を表したものである。図中に示す実線 (a) および破線 (b) はそれぞれ水深方向に一定 ($l=0.15h$) とした結果および l を鉛直方向に一次関数的に変化させて計算した結果 ($l=0.4y$) である。また, (c) および (d) はそれぞれ岡安ら (1987) および土屋ら

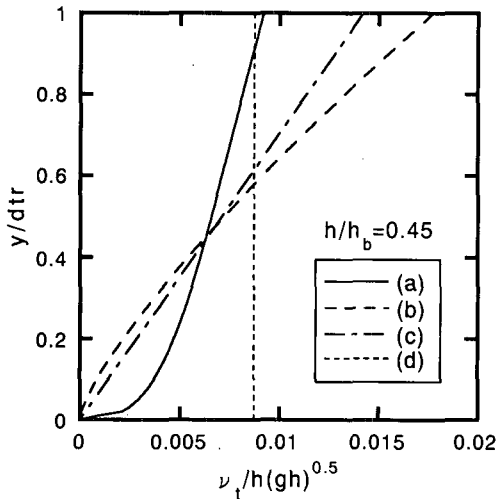


図-5 渦動粘性係数の鉛直分布の比較

(1986) による渦動粘性係数の鉛直分布である。この図から本計算において算定された渦動粘性係数の分布は従来のそれらと異なるがほぼ同オーダを取ることがわかる。

(2) 戻り流れの鉛直分布

ここでは, 得られた渦動粘性係数を用いて戻り流れの鉛直分布を計算し, 過去の実験結果と比較することによりモデルの適用性について検討する。

a) 黒岩ら (1994) の実験ケース

黒岩らは長さ 23 m, 幅 50 cm の水槽の一端に 1/15 勾配の斜面を設置し, LDA を用いて実験を行った。波浪条件は一様水深部 ($h=40.0$ cm) の波高が 13.1 cm, 周期 T が 1.01 sec であり, 砕波形式は Spilling 型であった。図-6(a)~(c) は前述した戻り流れの計算結果と実験結果を比較したものである。各図はそれぞれ, h/h_b が 0.37, 0.45 および 0.85 の地点における結果で, 図中に示す実線は乱れの長さスケール l を一定にして計算された渦動粘性係数を用いて求めた戻り流れの鉛直分布, 破線は l を鉛直方向に変化させて求めた渦動粘性係数を用いて計算した結果である。また, ●印は実験値を表す。これらの図から砕波点付近 ($h/h_b=0.84$) を除いた $h/h_b=0.37$ および 0.45 では, 破線 ($l=0.4y$) の方が実験結果の傾向を良く再現している。一方, $h/h_b=0.84$ 位置における底面付近においては l を一定とした方が実験結果にほぼ一致するが, 上層部においては両者とも一致度はよくないことがわかる。

b) Hansen ら (1984) の実験ケース

Hansen らは 1/34.25 勾配斜面を用いて, 実験を行っている。水粒子速度の測定には超小型プロペラ流速計を用いている。波浪条件は一様水深部 ($h=36$ cm) の波高が 12 cm, 周期が 2.0 sec であった。

図-7(a)~(c) はそれぞれ h/h_b が 0.378, 0.469, 0.738 の位置における計算結果と実験結果を比較したものである。図中の実線, 破線および ●印は図-6 のものと同様で

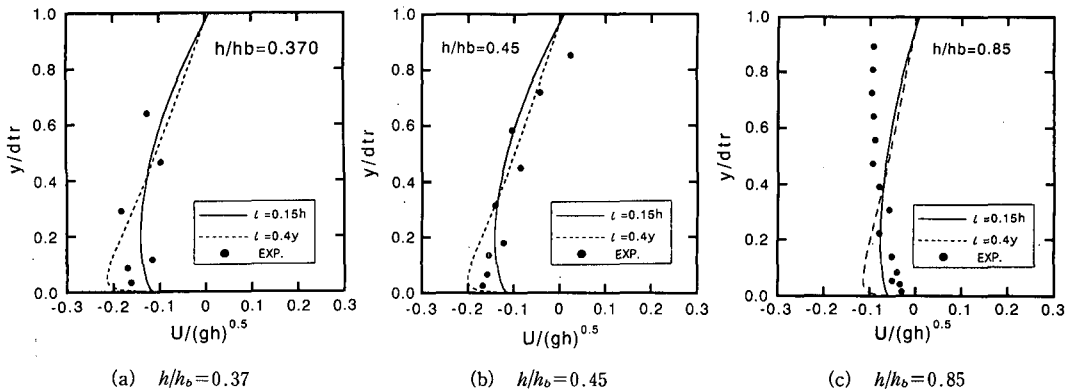


図-6 戻り流れの鉛直分布の数値計算結果と実験結果との比較

($H=13.1$ cm, $T=0.01$ sec, $i=1/15$, 黒岩ら (1994) の実験条件)

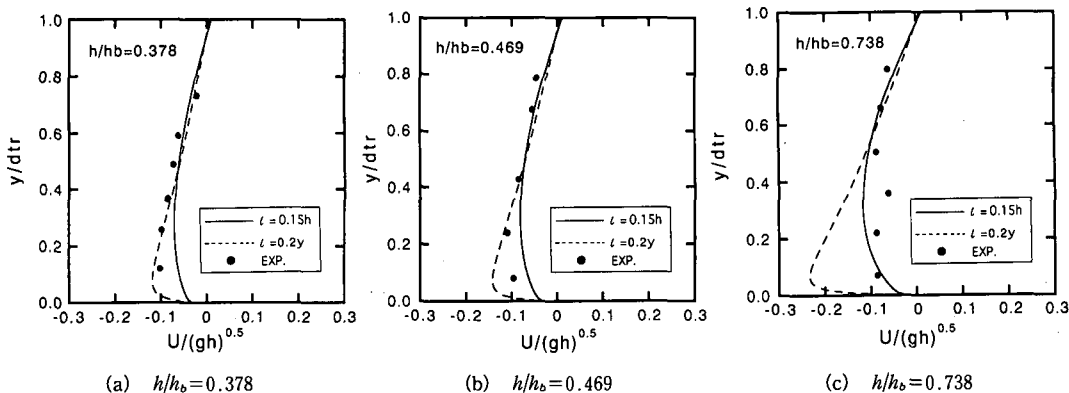


図-7 戻り流れの鉛直分布の数値計算結果と実験結果との比較

(H=12.0 cm, T=2.0 sec, $i=1/34.25$, Hansen ら (1984) の実験条件)

ある。なお、 l はそれぞれ $l=0.15h$, $l=0.2y$ とした。これらの図から $h/h_b=0.378$ および 0.469 の位置では鉛直方向に変化させて計算した方が実験値と良く一致することがわかる。一方、砕波点付近 ($h/h_b=0.738$) では l を水深方向に一定として計算した方が一致度が良いことがわかる。

図-6 および 7 の両図における実線および破線で示される計算結果は底面付近では明らかに分布形状が異なり、渦動粘性係数の鉛直分布が大きく影響していることがわかる。

4. おわりに

本研究では、乱れエネルギーの輸送方程式を用いて渦動粘性係数を計算し、得られた結果を用いて、戻り流れの鉛直分布を計算した。さらに、実験結果と比較することにより本計算モデルの適用性について検討した。得られた結果を要約すると次のようである。

1) 波の一周期に渡って時間平均した輸送方程式を用いて渦動粘性係数を算定し戻り流れの鉛直分布を計算した。その結果戻り流れの鉛直分布は過去の実験結果とよく一致することがわかった。

2) 乱れの長さスケール l を鉛直方向に変化させることによって、渦動粘性係数の分布は異なり、戻り流れの鉛直分布に影響を与えることがわかった。特に、砕波点付近では l を鉛直方向に一定とすることによって実験結果とほぼ一致することがわかった。

本研究では簡単な手法で渦動粘性係数ならびに戻り流れの鉛直分布を求めたが、乱れエネルギーの算定時に於いて底面の粗度による乱れエネルギーの生成や、流れの存在による乱れエネルギーの生成等について考慮しておらず、実現象とは多少異なると点があり、今後、さらに、モデルの検討が必要である。

参考文献

- 泉宮尊司・堀川清司 (1983): 砕波帯における波のエネルギー式のモデリング, 第30回海岸工学講演会論文集, pp. 15-19.
- 岡安章夫・柴山知也・堀川清司 (1987): 砕波帯内定常流速場の鉛直分布に関する研究, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 31-35.
- 岡安章夫・磯部雅彦・渡辺 晃 (1989): 砕波帯におけるエネルギー収支と戻り流れのモデリング, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 31-35.
- 黒岩正光・野田英明・広川啓 (1994): 砕波帯内における砂移動機構および戻り流れに関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第41巻 (1), pp. 146-150.
- 酒井哲郎・多田幸夫・尾花英次郎 (1989): 砕波帯の乱れの位相変化, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 26-30.
- 佐藤慎司・光信紀彦 (1990): 不規則波による海浜断面地形変化の数値計算, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 309-313.
- 柴山知也・Nguyen The Duy (1994): 乱流方程式を用いた砕波帯内乱流場の数値モデル, 海岸工学論文集, 第41巻 (1), pp. 151-155.
- 土屋義人・山下隆男・植木 実 (1986): 砕波帯における戻り流れについて, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 31-35.
- 西村仁嗣・砂村継夫 (1985): 二次元海浜変形の数値シミュレーション, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 340-343.
- Deiggard, R., J. Fredsoe and I. B. Hedggard (1986): Suspended Sediment in the surf zone, J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, Vol. 112, No. 1, pp. 115-128, 1986.
- Deiggard, R., P. Jusetesen and J. Fredsoe (1991): Modelling of undertow by a one-equation turbulence model, Coastal Engineering, 15, pp. 431-458.
- Hansen, J. B., I. A. Svendsen (1984): A theoretical and experimental study of undertow, Proc. 19th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 2246-2262.
- Hansen, J. B. (1990): Periodic waves in the surf zone Analysis of experimental data, Coastal Eng., Vol. 14, pp. 19-41.
- Svendsen, I. A. (1984): Mass flux and undertow in a surf zone, Coastal Eng., Vol. 8, pp. 347-363.
- Svendsen, I. A. (1987): Analysis of surf zone turbulence, J. Geophys. Res., Vol. 92, No. C5, pp. 5115-5124.
- Svendsen, I. A., Hemming A. Schaffer, and J. B. Hansen (1987): The interaction between the undertow and the boundary layer flow on a beach, J. Geophys. Res., Vol. 92, No. C11, pp. 11845-11856.