

非線形波の内部流速算定法

渡部 靖憲*・細川 裕希**・佐伯 浩***

1. はじめに

海岸構造物にはたらく波力を正確に見積もるためには、波の内部流速をより正確に評価する必要がある。一般的に波の内部流速は数種類の沖波の諸元および地形パラメータで算出されるが、砕波前のような非線形性の強い波に関して正確な流速およびその変化を算定するのは困難であり、より簡単にこれらを評価する手法が望まれる。

一方、波動場の数値シミュレーションをおこなう際、数値波動水槽のような大きな計算領域を必要とするタイプはメモリや計算時間の点であまり能率的な方法とはいえない。着目する計算領域に連続した正確な境界条件、初期条件を与えることができれば上記した点で、大きなメリットがあり実験等との対応もとやすい。

非対称波の流速の計算法として Dean の流れ関数法がよく知られている。この方法で水面波形から内部流速を計算するとき、計算式内に Lagrange の未定乗数を含む形となり若干複雑である。本研究では、波形データをまたは波高計等による水位変動の時系列データを入力し FFT を用いることで比較的容易に非線形波の任意深さにおける内部流速を算定する手法を提案し Stokes 波理論、数値波動水槽及び実験によりその妥当性を検証していく。

2. 実験装置

図-1 に実験水槽の概略を示す。延長 24 m、幅 60 cm の二次元水槽にピストン式造波装置が設置してある。造波装置の前面に 1/10 勾配で延長 1 m の傾斜板を設置し、5 m の水平部をはさみ延長 12 m、勾配 1/60 の斜面を設定し水路終端に透過性消波工を設置している。計測機械として入反射分離のために水平部に容量式波高計 2 本、砕波点近傍に 50 cm 間隔で 6 本の波高計を設置した。また、流速計としてレーザードップラー流速計を用いた。

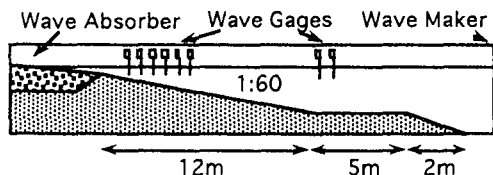


図-1 実験水槽概略図

3. 内部流速算定式

Dean の流れ関数法と同様に波速で移動する水面波一波長分の座標系を考える。この座標系においては等流れ関数線が水面に一致しており運動学的境界条件を厳密に満足する。この時、一波長にわたって波動場が波長及び波高の空間変化が微小と仮定する。この局所空間的定常場の仮定により水面波は空間的に周期的であり移動座標系からみた流れ関数 ψ は次のように Fourier 級数に展開できる。

$$\psi = Cy + \sum_n f_n \sinh(nk(h+y))e^{inkx} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 C , h , k はそれぞれ波速、水深、波数である。また、 f_n は流れ関数に対する Fourier 係数である。

水面 ($y=\eta$) において流れ関数 ψ を 0 と置くと式 (1) より水位変動は次式で表される。

$$\eta = -\frac{1}{C} \sum_n f_n \sinh(nk(h+\eta))e^{inkx} \dots\dots\dots (2)$$

一方、本研究では水位変動は既知としているため次のように書ける。

$$\eta = \sum_n A_n e^{inkx} \dots\dots\dots (3)$$

ここで A_n は水位変動量に関する Fourier 係数である。水面または水面上の等流れ関数線を基準にして考えれば、水面上の双曲線関数は、次のように置き換えることができる。

$$\sinh(nk(h+\eta)) = -\frac{A_n}{f_n} C$$

及び

$$\cosh(nk(h+\eta)) = \sqrt{1 + \frac{C^2 A_n^2}{f_n^2}} \dots\dots\dots (4)$$

* 学生会員 工修 北海道大学大学院 工学研究科
 ** 正 会 員 五洋建設(株) 東北支店
 *** 正 会 員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科

この変換によりこの系に対する水面上の流速は次のように x だけの関数になる。

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial y} = C + \sum_n nk \sqrt{f_n^2 + C^2 A_n^2} e^{inkx} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$v = -\frac{\partial \phi}{\partial x} = iC \sum_n nk A_n e^{inkx} \quad \dots\dots\dots (6)$$

移動座標系における水面上の運動学的境界条件は

$$\frac{1}{2}(u^2 + v^2) + g(h + \eta) = Q \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで Q は定数である。

式 (7) を x で微分し式 (5), 式 (6) の関係を用いると

$$\begin{aligned} & Cn^2 k^2 \sqrt{f_n^2 + C^2 A_n^2} - C^2 \Lambda[nk A_n, n^2 k^2 A_n] \\ & + \Lambda[nk \sqrt{f_n^2 + C^2 A_n^2}, n^2 k^2 \sqrt{f_n^2 + C^2 A_n^2}] \\ & + gnk_n = 0 \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$\Lambda[a, b]$ は a と b の convolution sum である。

今回, この convolution sum の計算を, a, b それぞれ一度 Fourier 逆変換し, その積を再度 Fourier 変換し計算した。最終的に f_n は

$$f_n = \sqrt{\left(\frac{C^2 \Lambda_1 - \Lambda_2 - gnk A_n}{Cn^2 k^2} \right)^2 - C^2 A_n^2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= \Lambda[nk A_n, n^2 k^2 A_n], \\ \Lambda_2 &= \Lambda[nk \sqrt{f_n^2 + C^2 A_n^2}, n^2 k^2 \sqrt{f_n^2 + C^2 A_n^2}] \end{aligned}$$

任意深さにおける水平流速, 鉛直流速はそれぞれ

$$u = \sum_n nk f_n \cosh(nk(h+y)) e^{inkx} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$v = i \sum_n nk f_n \sinh(nk(h+y)) e^{inkx} \quad \dots\dots\dots (11)$$

で評価する。

こうして任意深さの流速を算定する。また入力する波形データとして波高計等の時系列データを用いる場合は分散関係もしくは実測の波長を用い波数と角周波数の関係を決定することによって前述した方法と同様に計算できる。

4. 結果と考察

図-2 は Stokes の 2 次近似波の波形を与え本手法によって内部流速を算定し, 解析解と比較したものである。このときの波浪諸元は波高 $H=0.01$ m, 周期 $T=2.0$ sec, 水深 $h=0.5$ m およびアーセル数 $Ur=1.32$ であり, 流速は静水位における値である。本手法により算定した流速は解析解とほぼ一致している。

図-3 は図-2 と同様に $H=0.1$ m, $T=3.0$ sec, $h=0.5$ m, $Ur=32.67$ の Stokes 波について本手法を適用し

た結果を比較したものである。波の谷付近で解析解と若干の差異があるがよく一致しているといえる。

Stokes 波は水面の境界条件を厳密に満足していないため, このアーセル数の領域では適用されないことからこの差が現れているものと考えられる。

以上の結果から本手法は非線形な対称波について十分に内部流速を算定できるといえる。

次に数値波動水槽によって前傾した非線形波の空間波形を入力し本手法の適応性を検証していく。数値波動水槽は境界要素法によるものであり, これに関する妥当性は渡部ら (1995) で証明されている。計算領域は図-4 に示すようにピストン式造波機の前方に $1/20$ 勾配の斜面を設置し再び水平床が続く 2 次元水路である。水路終端ではスポンジ層により波の反射を低減している。斜面を通過し水平床上で安定した波の波形を入力波形として本手法を適用することで空間的定常場の仮定を満足でき

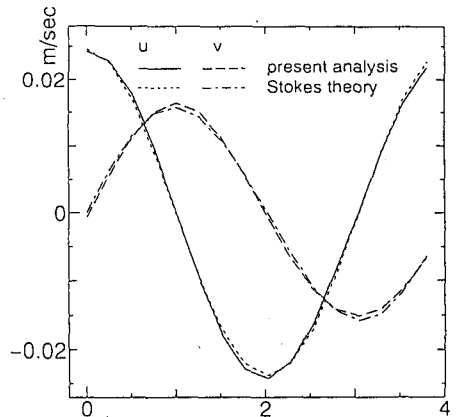


図-2 Stokes 波理論との比較
($H=0.01$ m, $T=2.0$ sec, $h=0.5$ m)

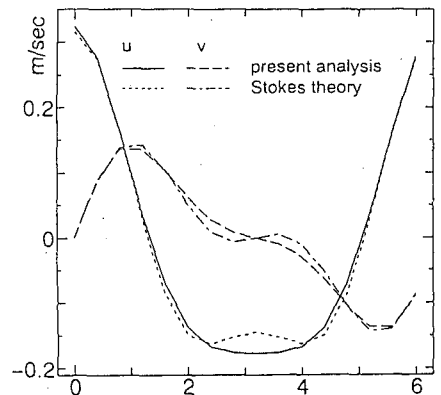


図-3 Stokes 波理論との比較
($H=0.01$ m, $T=2.0$ sec, $h=0.5$ m)

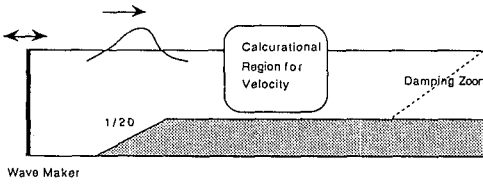


図-4 数値波動水槽の計算領域

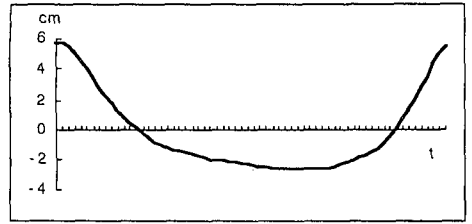


図-7 入力水位変動の時系列

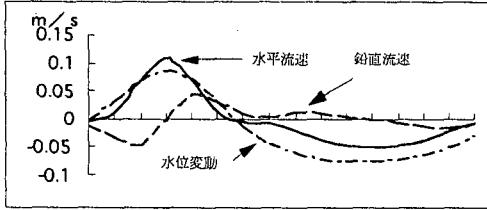


図-5 算定流速の空間分布

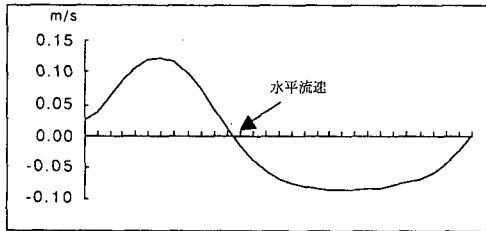


図-6 境界要素法による水平流速分布

る。境界要素法の計算ノード間の値は線形補完することで水平軸に対して等間隔の水位変動量を決定した。

またこの時の波浪諸元は実験室規模で、沖波波高 $H=5$ cm, 周期 $T=1.6$ 秒, 水深 $h=22.5$ cm である。また造波開始後5波目の波形を入力データとしている。

図-5 に示す本手法による算定流速は実験室規模で静水位から7.5 cmの深さの位置を表している。図中に示した水位変動の空間変化から分かるように、入力波形は若干前傾化した非線形波である。図-6 は数値波動水槽から数値的に速度ポテンシャルを計算し差分法でほぼ同じ位置における流速を表したものである。本手法によって算定された流速は定性的、定量的に一致しているといえるが、水位変化の変曲点付近で流速の高波数成分が現われている。この流速算定法の大きなポイントは波速または波長をどう見積もるかであるといえる。数値波動水槽の離散データを正確にそれらに結びつけられていない可能性及び計算ノードを線形補完した影響がが出現する可能性があり、この相違の原因として考えられる。

図-8 は水槽実験で得られた波高計の水位変動時系列

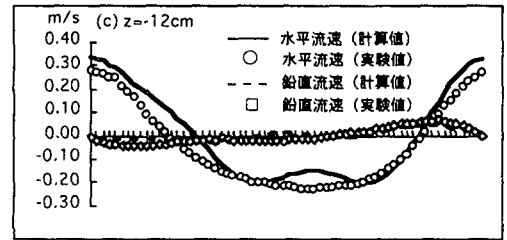
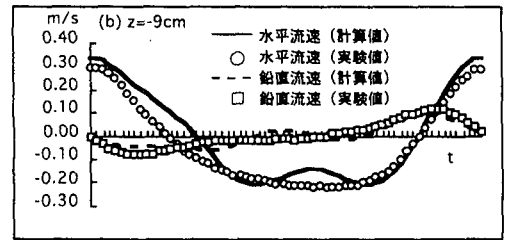
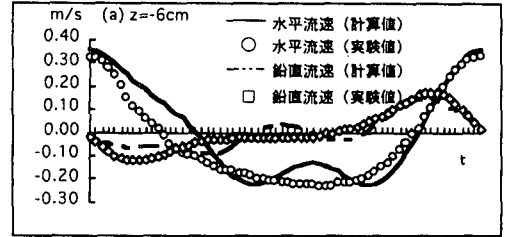


図-8 実験値と算定値の比較

データ(図-7)を入力波形として本手法を適用し実験値と比較した一例である。第一近似として線形の分散関係を用いて時間変化に対する算定式として扱っている。この時の波浪諸元は、沖波波高 $H_0=7$ cm, 周期 $T=1.6$ 秒, 水深 $h=15$ cm であり碎波直前の非線形の強い波である。レーザードップラー流速計により実測した流速は位相平均を行い、波高計データはローパスフィルターにより基本周期の4倍周波数を越える周波数を削除しノイズを低減している。(a), (b), (c) はそれぞれ静水位から-6 cm, -9 cm, -12 cmの深さにおける結果を示している。

水面に近い測点に対応する本手法の算定流速は最大流速および流速の定性的な傾向は程々にあっているが高周波数成分によって揺らいでいる。これは本手法の仮定が空間的な定常場を仮定しているにも関わらず浅水変形が進行している途中の波を入力波形として扱っているため波速及び水位変動の空間変化の影響がでている可能性がある。また、本手法で考えていない水槽内の戻り流れ等の流れや反射波の効果による波の変形の影響もでていると考えられる。測点が深くなると高周波成分の影響が小さくなり実験値とよく一致する傾向が見られる。

このように本手法を時間方向に展開することによって水位変動の時系列を入力し算定した内部流速は、砕波点の極近傍の強非線形波に対しても妥当なものとして評価できる。

5. 結 論

空間波形を入力することによって非線形波の内部流速を算定する手法を提案し Stokes 波の解析解、数値波動水槽、造波水槽実験によって検証しその妥当性を確かめた。

この手法は FFT を用いることで比較的簡単に波動内部流速を評価できる。

計算時間は一周期当たり 64 点の計算点を与えた場合、ワークステーションクラスの計算機で約 10-20 秒程度である。

巻き波砕波の様に水平軸に対して 2 価関数となる波に関してはこの手法を適用することはできない。

入力波の波速または波長を正確に見積もることが非常に重要であり、流速評価の精度に大きく関わる。

本手法により比較的簡単に得られる水位変動の時系列データだけから非対称な波の任意の深さにおける流速を算定できるので、透過性の海岸構造物にはたらく波力推定のためのより正確な流速分布の算定や波動場の数値計算の初期条件、境界条件として必要な連続した流速分布の決定などに応用できると思われる。

参 考 文 献

- 岩垣雄一・酒井哲郎 (1974): Stream Function Theory による斜面上の砕波の水粒子速度の表現について, 第 21 回海岸工学講演会論文集, pp. 27-32.
- 桂川哲行・服部昌太郎 (1988): 浅水変形波動場の計算法, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp. 73-77.
- 渡部靖憲・細川裕希・佐伯 浩 (1995): 砕波時の内部流速機構に関する考察, 土木学会北海道支部論文報告集, pp. 298-299.
- Dean, R. G. and R. A. Dalrymple: Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists, World Scientific, 353 p.