

一方向波列の碎波率とそれを考慮した波高分布の推定法

安田孝志*・森 信人**・川口浩二***・多田彰秀****

1. 緒 言

一般に、ゼロクロス法によって定義された波高の分布は Rayleigh 分布に従うとして統計理論が展開されている。しかし、これまでの観測結果は波高の高波高部分が Rayleigh 分布では過大評価されることを示す一方、Stansberg (1993) の水槽実験結果は伝播に伴って Rayleigh 分布が過小評価となる場合があることを示している。また安田ら(1994)は、数値シミュレーションによって3次以上の非線形干渉が大きな波高を持つ波の出現頻度を増加させる働きがあることを指摘している。このように、深海域における不規則波の波高分布については、現地観測・水槽実験・数値シミュレーションで異なる結果が示されており、統一的な見解が確立されていない。

一方、Longuet-Higgins や Huang & Long (1980) により、水位変動の確率密度関数が Gauss 分布ではなく低次の Edgeworth 級数で近似できることが示され、Gauss 分布を基に導かれる Rayleigh 分布の適用性には疑問が生じている。実際、Mori & Yasuda (1995) による水位変動を Edgeworth 級数で近似した場合の波高分布は、水位変動の4次モーメントの値が波高の高波高部分の出現確率を支配していることを明らかにしている。

そこで本研究では、まず初めに極狭帯から広帯スペクトルを持つ一方向不規則波を造波し、各測点毎の波形諸量および波高分布との関係を明らかにする。ついで、波高分布におよぼす碎波の影響について調べ、最後に碎波率と波形統計諸量との関係について検討することにより、深海を伝播する不規則波の波高分布とそれに及ぼす碎波の影響について検討を行う。

2. 実験の概要

実験は、西松建設(株)技術研究所に設置された幅1m、高さ2mおよび長さ65mの片面ガラス張りの2次元水

槽内に容量式波高計12台およびビデオカメラ5台を図-1に示すように設置して行った。

碎波の影響を調べるため、初期の代表波形勾配 $k_p a_{1/3}$ の大きさにより伝播過程での碎波率を調整した。ここに、 k_p は線形分散関係から得られるスペクトルのピーク波数であり、 $a_{1/3}$ は有義波高の1/2である。スペクトルのピーク周波数 f_p は1Hzに固定して実験を行い、造波機の仕様により高周波成分については2Hzが上限であるため、最大周波数 $f_{max} = 2f_p$ となった。また、観測のサンプリング周波数は32Hz、観測時間は300sであり、無次元水深 $k_p h = 4.0$ の深海波を対象に実験を行った。

初期スペクトルとして次式の Wallops 型スペクトルを持つ不規則波を水深1.0mの下で造波し、初期の代表波形勾配 $k_p a_{1/3}$ を約0.1、0.13、0.2および0.24、スペクトルバンド幅パラメータ m を5、10、30、60、および100と変化させ、合計20ケースの実験を行った。

$$S(f)df = \alpha H_{1/3}^2 f_p^{-1} \left(\frac{f}{f_p}\right)^{-m} \exp\left[-\frac{m}{4}\left(\frac{f}{f_p}\right)^4\right] df \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2S(f_n)\Delta f} \cos(2\pi f_n t + \varepsilon_n) \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 α は $H_{1/3} = 4.004 \sqrt{\int_0^{\infty} S(f)df}$ を満たす定数、 ε_n は $[0, 2\pi]$ の間で変化する一様乱数列であり、成分波は各成分ごとに自由波として与えられる。スペクトルバンド幅パラメータ m の値により高周波のべき則が変化するが、 $f_{max} = 2f_p$ であるので初期波のスペクトル幅は実質的には狭帯となっている。

また、スペクトル幅とも関連するが、基本的に初期波の代表波形勾配 $k_p a_{1/3}$ が0.1および0.13の波列は伝播

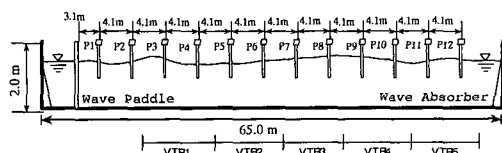


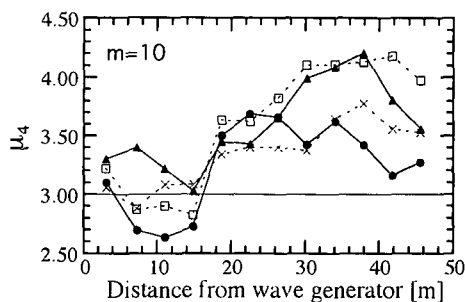
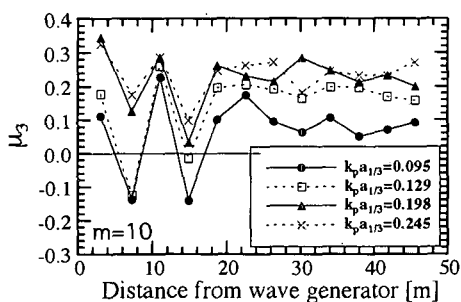
図-1 実験水槽の概略と波高計およびビデオカメラの位置

* 正 会 員 工博 岐阜大学教授 工学部土木工学科

** 学生会員 工修 岐阜大学大学院 工学研究科(日本学術振興会特別研究員)

*** 学生会員 岐阜大学大学院 工学研究科

**** 正 会 員 工修 西松建設(株)技術研究所 技術部海洋技術課

図-2 伝播に伴う μ_3 および μ_4 の値の空間変化 ($m=10$)

中に砕波は見られず、初期の $k_p a_{1/3}$ が 0.20 で最大 10 %、0.24 で 20 % 程度の頻度で砕波が観測された。

3. 波高分布に及ぼす砕波の影響

水位変動が狭帯域・非 Gauss 分布、かつ 5 次以上のキムラントが 0 であるとの仮定の下で、Mori & Yasuda (1995) は Edgeworth 級数を用いて表される Edgeworth-Rayleigh 型の波高の分布関数 $p_{ER}(H)$ を導き、これを基に超過確率 $P_{ER}(H)$ を次式のように表している。

$$P_{ER}(H) = \exp\left(-\frac{H^2}{8}\right) \left[1 + \beta_{41} E_{41}(H) + \beta_{42} E_{42}(H) + \beta_{61} E_{61}(H) + \beta_{62} E_{62}(H) + \beta_{63} E_{63}(H) \right] \quad (3)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \beta_{41} &= \frac{1}{512} (\mu_4 - 3) \\ \beta_{42} &= \frac{1}{256 \times 24576} (\mu_4 - 3)^2 \\ \beta_{61} &= \frac{5}{36864} \mu_3^2 \\ \beta_{62} &= \frac{1}{1024 \times 737280} \mu_3^3 (\mu_4 - 3) \\ \beta_{63} &= \frac{1}{4096 \times 5308416} \mu_3^4 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{41}(H) &= H^2(H^2 - 16) \\ E_{42}(H) &= H^2(H^6 - 96H^4 + 2304^2 - 12288) \\ E_{61}(H) &= H^2(H^4 - 48H^2 + 384) \\ E_{62}(H) &= H^2(H^8 - 160H^6 + 7680H^4 - 1228800H^2 + 4915200) \\ E_{63}(H) &= H^2(H^{10} - 240H^8 + 19200H^6 - 614400H^4 + 7372800H^2 + 23592960) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

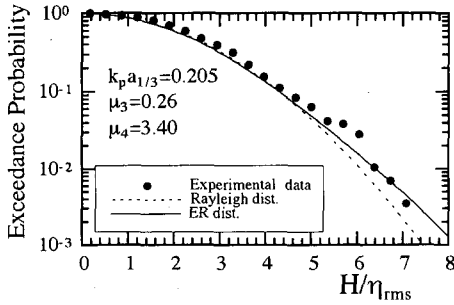
$$\mu_n = \left[\frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \eta^n(t) dt \right] \left[\frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \eta^2(t) dt \right]^{-n/2} \quad (6)$$

ここに、 H は η_{rms} で基準化された波高であり、 T_0 は観測長、 μ_n は水位変動の 2 次モーメントで基準化された n 次

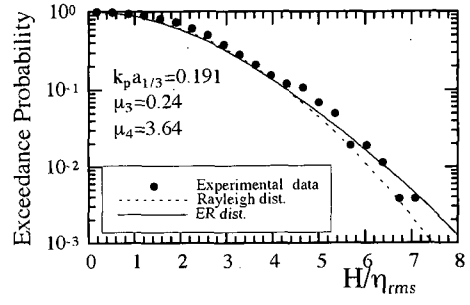
モーメントを意味し、 μ_3 は skewness、 μ_4 は kurtosis と等価である。また、 β および B はそれぞれ μ_3 、 μ_4 および H の関数であり、水位変動が Gauss 分布に従う場合 μ_4 は 3 であり、3 より大きくなるに従い波高分布のピークは低波高側に移り、高波高部分の出現頻度が増加する。また、水位変動の場合とは逆に波高分布に関しては、 μ_3 は基本的に μ_4 より高次の補正項であり、波高の超過確率に関しては μ_3 はその値が 0.5 より小さい場合にはほとんど影響しない。

図-2 は、 $m=10$ の場合の μ_3 および μ_4 の空間変化を初期の $k_p a_{1/3}$ の値ごとにまとめたものである。いずれのケースにおいても、造波板からスペクトルのピーク波長の約 13 波長 (20 m) 付近までは、 μ_3 および μ_4 の値がそれぞれ 0 および 3 の周りで振動しているのに対し、それ以降では比較的落ち着いた値を取るようになる。この時、 μ_3 は初期の波形勾配 $k_p a_{1/3}$ の値に応じて 0.1 から 0.3 程度の値を取り、 μ_4 は $k_p a_{1/3} = 0.13$ および 0.2 の場合 4.0 まで増大するが、 $k_p a_{1/3} = 0.24$ では 3.6 程度までしか大きくならないことがわかる。 μ_4 の値は波高の高波高部分の出現頻度に深く関わっており、初期の $k_p a_{1/3}$ の値が 0.2 以下では非線形干渉により大きな波高を持つ波が発達する。しかし、初期の波形勾配がこれを越える場合には、砕波によって大きな波高を持つ波の出現が抑えられ、その結果 μ_4 の値が小さくなると考えられる。

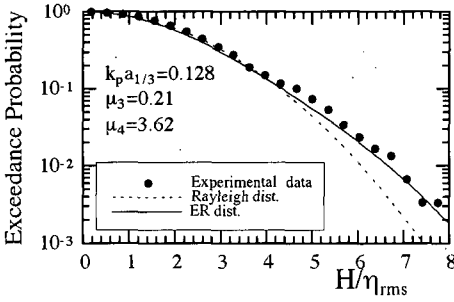
そこで、 μ_4 を通して波高分布に表れる砕波の影響について調べるため、図-3 に $m=10$ 、初期波形勾配 $k_p a_{1/3} = 0.243$ (砕波あり) および 0.129 (非砕波) のケースの各測点における波高の超過確率を Edgeworth-Rayleigh 型 (ER 型) の式 (3) および Rayleigh 分布とともに示す。図-3 の (a) および (b) は初期の波形勾配 $k_p a_{1/3} = 0.243$ 、(c) および (d) は $k_p a_{1/3} = 0.129$ の場合の測点 P5 および P8 での波高の超過確率である。砕波率が 18 % であるような図-3(a) や、12 % である図-3(b) においても式 (3) は実験結果によく対応しており、砕波率に関わらず伝播過程で変化する波高の高波高部分の出現頻度は、水位変動の 3 次および 4 次モーメントを用いた Edgeworth-



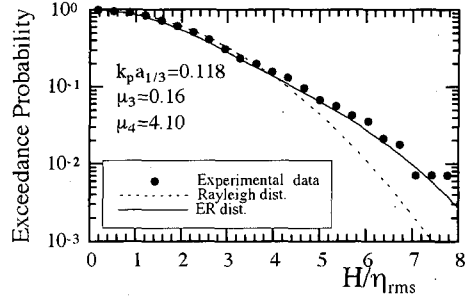
(a) 初期波形勾配 $k_p a_{1/3} = 0.243$, 測点 P5 での碎波率 18 %



(b) 初期波形勾配 $k_p a_{1/3} = 0.243$, 測点 P8 での碎波率 12 %



(c) 初期波形勾配 $k_p a_{1/3} = 0.129$, 非碎波, 測点 P5



(d) 初期波形勾配 $k_p a_{1/3} = 0.129$, 非碎波, 測点 P8

図-3 波高の超過確率に及ぼす碎波, μ_3 および μ_4 の影響 ($m=10$, 表中の数値は各測点での値)

Rayleigh 型波高分布により表されることがわかる。また、導出時の仮定より、式 (3) は μ_4 が 4 以下の場合有効であるが、図-4(d) のような μ_4 が 4 を超える場合においても良く適合することがわかる。

図-4 は、 $m=10$, $k_p a_{1/3} = 0.24$ の場合の μ_4 および各区分での碎波率 (B. P.) の変化を示したものである。碎波率が 10 % を超える区間では μ_4 の値が 3.5 以下であるのに対し、碎波率の減少と共に μ_4 の値が増加する傾向が見られ、碎波率と μ_4 の間に何らかの関係があるものと推察される。

そこで、図-5 に伝播過程における μ_3 および μ_4 と $k_p a_{1/3}$ の関係を示す。 μ_3 は伝播初期に現われる負領域以外で $k_p a_{1/3}$ と関連しているのに対し、 μ_4 は非碎波のケースである $k_p a_{1/3} < 0.13$ の領域で $k_p a_{1/3}$ と無関係となっている。ところが $k_p a_{1/3} > 0.15$ になると、 μ_4 の値の増加に伴って $k_p a_{1/3}$ は減少する傾向がある。これは、波列における $k_p a_{1/3}$ の値が大きい場合には μ_4 の値が抑えられることを意味し、後に示すように $k_p a_{1/3}$ が碎波率と深く関連していることから、 μ_4 の値は代表波形勾配の大きさを通して碎波と間接的に関わっていることを示している。

図-6 は μ_4 と碎波率の関係を示す。非碎波の場合 μ_4 の値は 2.5 から 5.5 の間を広く分布するのに対し、碎波率の増加とともに μ_4 の上限値は低下し、3.0 に収束する傾向にあることがわかる。また、図-7 には、 μ_4 と GF および $H_{\max}/H_{1/3}$ の関係を示す。 GF の定義は、

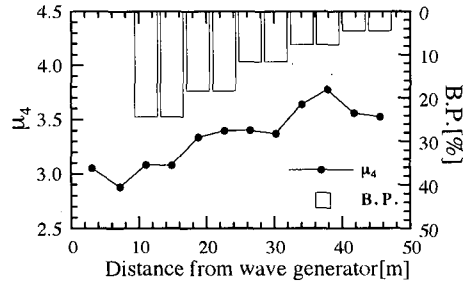
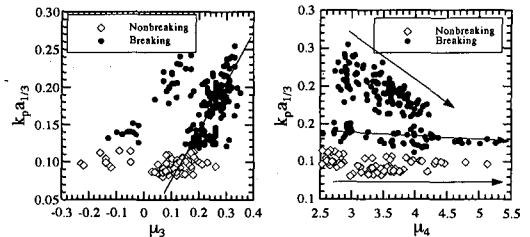


図-4 伝播に伴う μ_4 および碎波率 (B. P.) の空間変化



(a) μ_3 と $k_p a_{1/3}$ の関係 (b) μ_4 と $k_p a_{1/3}$ の関係

図-5 μ_3 および μ_4 と代表波形勾配 $k_p a_{1/3}$ の関係

$$GF = \sqrt{\frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} [E(t) - \bar{E}]^2 dt / \bar{E}} \dots \dots \dots (7)$$

$$E(t) = \int_{-T_p}^{T_p} \eta^2(t + \tau) (1 - |\tau|/T_p) d\tau \dots \dots \dots (8)$$

であるから、式(8)中の三角フィルターを、デルタ関数 $\delta(t-\tau)$ に置き換えると、

$$GF = \sqrt{\mu_4 - 1} \dots\dots\dots (9)$$

となり、 η^2 の平滑化を行わない場合には GF と μ_4 は一義的に結び付けられる。従って、図-7(a)に見られるように、 μ_4 と GF には強い相関があり、関本ら(1990)が示したような Weibull 母数 m_w と GF の関係は、式(9)により関連づけられる μ_4 と GF の関係を経験的に置き換えたものであることがわかる。また、図-7(b)に示したように、波高の極大値である最大波 $H_{max}/H_{1/3}$ と μ_4 の間には、ばらつきがありながらも一定の関係があり、 μ_4 の値が大きな波高を持つ波の出現に深く関わっていることがわかる。

4. 波形統計量に及ぼす砕波の影響

前節までに、砕波の有無に関わらず波高の超過度数分布は Edgeworth-Rayleigh 型波高分布により記述できることを明らかにした。ここでは波形諸量に及ぼす砕波の影響およびその頻度の推定法について検討を行う。

図-8に示すのは、ゼロダウン法で定義した1波ごとの見掛けの波形勾配 ka (代表波形勾配 $k_p a_{1/3}$ とは異なる)

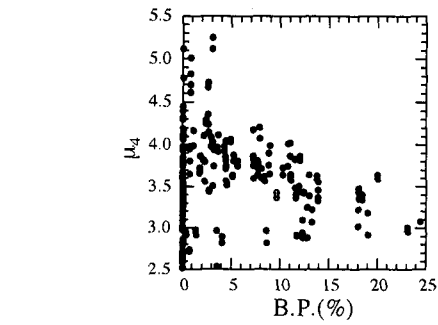
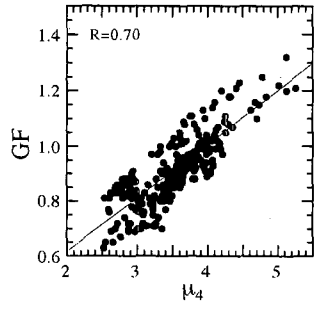
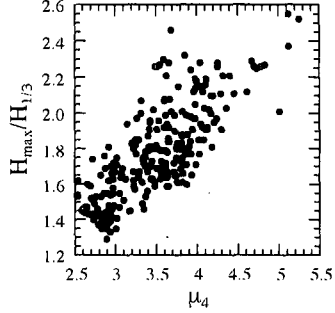


図-6 μ_4 と砕波率 (B. P.) の関係

る)の確率分布と各標本中に占める砕波している波の割合である。ここに、 k はゼロダウン周期 T_D から線形分散関係を用いて得られる波数、 a はゼロダウン波高 H_D の $1/2$ である。これより、 ka の値が 0.2 を超える波の 10% 、 0.3 を超える波の半数は砕波していることがわかる。また、表-1に示すのは、全体および砕波している波の $H_D/H_{1/3}$ 、 $T_D/T_{1/3}$ 、 ka の平均値および標準偏差であり、周期については全体と砕波している波にほとんど違いはないが、砕波している波の平均波高および平均波形勾配については波列全体の平均より約2倍大きい値となっている。この結果は、Weissman ら(1984)の現地観測結果が

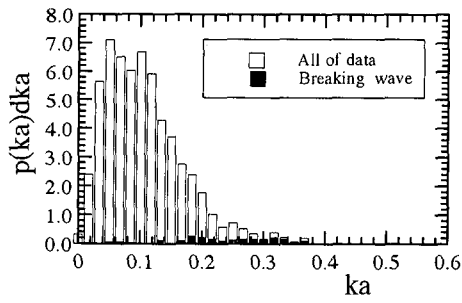


(a) μ_4 と GF の関係

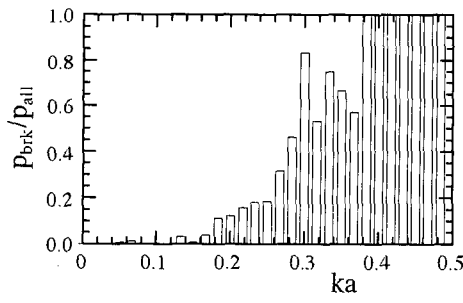


(b) μ_4 と $H_{max}/H_{1/3}$ の関係

図-7 μ_4 と GF および $H_{max}/H_{1/3}$ との関係



(a) ゼロクロス法で定義された波形勾配 ka の確率分布



(b) 波形勾配 ka の確率分布に占める砕波の割合

図-8 ゼロクロス法で定義された波形勾配 ka の確率分布 ($m=10$)

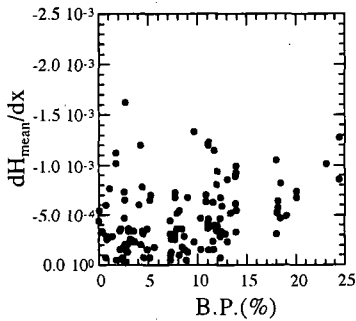


図-9 平均波高 H_{mean} の伝播による減衰率と碎波率の関係

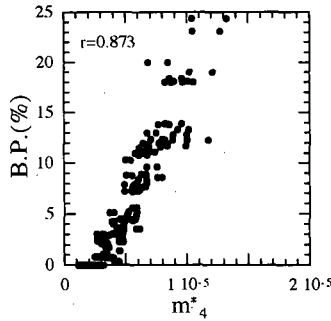


図-10 碎波率 (B. P.) とスペクトルの 4 次モーメント m_4^* の関係

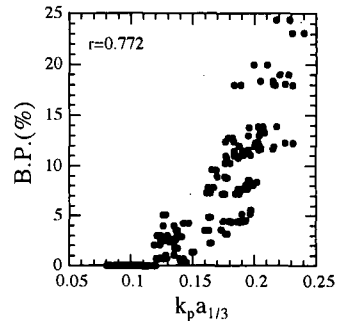


図-11 碎波率 (B. P.) と代表波形勾配 $k_p a_{1/3}$ の関係

表-1 観測波全体および碎波している波の $H_0/H_{1/3}$, $T_0/T_{1/3}$ および ka の平均および標準偏差

Classification	Type of wave	Mean	S. V.
$H_0/H_{1/3}$	Total	0.764	± 0.444
	Breaking waves	1.555	± 0.499
$T_0/T_{1/3}$	Total	0.966	± 0.176
	Breaking waves	0.957	± 0.155
ka	Total	0.117	± 0.075
	Breaking waves	0.261	± 0.095

観測全体の平均波形勾配 0.055, 碎波している波の平均が 0.103 と両者の比は約 2 倍となっており, 今回の実験と定性的には一致する。

ついで, 碎波が及ぼす波列のエネルギー減衰について調べるために, 次式で定義される各測点間における平均波高の減少率および碎波頻度の関係を図-9 に示す。

$$\frac{dH_{mean}}{dx} = \frac{H_{mean}|_{p_i} - H_{mean}|_{p_{i-1}}}{x_{p_i} - x_{p_{i-1}}} \dots \dots \dots (10)$$

ここに, x_{p_i} は測点 p_i における造波板からの距離である。これより, 碎波率の増加に伴い平均波高の減少率も増加する傾向があることがわかるが, 現地ではこれに風からのエネルギー移流があるため, 風速に応じた補正が必要となることが予想される。また図-10 および 11 に, 碎波率とスペクトルの 4 次モーメント m_4^* および $k_p a_{1/3}$ の関係を示す。サンプリングの影響を除くため, スペクトルの 4 次モーメント m_4^* はピーク周波数の 3 倍以上の高周波は除去して計算してある。従来言われているように, m_4^* が碎波率と良く対応しているのに加え, m_4^* よりも観測条件による影響を受けにくい $k_p a_{1/3}$ も碎波率と良好な関係を持っていることがわかる。

5. 結 語

以上, 2 次元水槽実験結果を基に波高分布および波形

統計量に及ぼす碎波の影響について検討を行った。その結果, 碎波の有無に関わらず, 波高の超過確率は Edgeworth-Rayleigh 型の波高分布で記述可能であり, 基準化された水位変動の 4 次モーメント μ_4 の値により Rayleigh 分布からのずれが評価できることを明らかにした。また, μ_4 の値は波列の代表波形勾配 $k_p a_{1/3}$ の値によって変動の上限が与えられ, $k_p a_{1/3}$ の値が 0.15 を超えると 4.0 以下に抑えられることを示した。さらに, 代表波形勾配から碎波率を推定可能であることを明らかにし, 碎波率により変化する平均波高の減少率を予測することができることを示した。

最後に, 実験を行うに当たりご協力を頂いた西松建設(株)技術研究所 技術部海洋技術課の福本 正, 西田秀紀氏, 高村浩彰氏に感謝するとともに, 本研究が文部省科学研究費一般 C(06650559) および特別員研究費による成果であることを付記し, 深謝する。

参 考 文 献

- Huang, N. D. and S. R. Long (1980): An experimental study of the surface elevation probability distribution and statistics of wind-generated waves, J. Fluid Mech., Vol. 101, pp. 179-200.
- Mori, N. and T. Yasuda (1995): Non-Gaussian model of wave height distribution for nonlinear random waves, (in preparation).
- Stansberg, C. T. (1993): Propagation-dependent spatial variations observed in wavetrains generated in a long wave tank, MARINTEK Data Report, No. 490030. 01.
- Weissman, M. A., S. S. Atakürk and K. B. Katsaros (1984): Detection of breaking events in a wind-generated wave field, J. P. O., Vol. 14, pp. 1608-1619.
- 関本恒治・鶴銅亮行・今井搭雄・寺田賢二 (1990): 波群性を考慮した最高波高の出現確率に関する研究, 海岸工学論文集, 第 37 巻, pp. 111-115.
- 安田孝志・森 信人・川口浩二・多田彰秀 (1994): 一方向波列の波高分布に及ぼす非線形干渉と碎波の影響について, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp. 31-35.