

陸棚およびバー形地形に対する崩れ砕波の数値モデル

Eric C. Cruz*・青野利夫*

1. ま え が き

砕波帯内の力学モデルを作成する場合、通常、定常状態のエネルギー方程式と運動方程式を連立させる方式がとられる。エネルギー方程式は、砕波点あるいは砕波帯内の任意地点からの波エネルギーの減衰を表現し、運動方程式は、平均水位の変動に関係するラディエーション応力の空間分布の効果を考慮する。これらは、砕波帯内の任意地点を初期値とする初期値境界値問題として解かれる。

砕波によるエネルギー逸散を表す逸散関数に関しては、様々な関数形が提案されている。Peregrine・Svendsen (1978) は、崩れ砕波と段波との類似性からモデルを構築している。また、Mizuguchi (1981) は波の粘性逸散モデルの解析解を用い、分子粘性係数を砕波乱れによる渦動粘性係数に置き換えたモデルを作成している。Izumiya・Horikawa (1984) は、レイノルズ方程式に砕波乱れと底面摩擦に対応する逸散関数を用いている。いずれのモデルも砕波帯内の波浪場の推定に有力な手法である。しかしながら、これらのモデルにはまだ以下のような限界がある。(1)これらのモデルは単一の地形から得られたものであり、バー型地形や現地海浜のように岸沖方向に水深が増加したり減少するような複雑地形に対しては、通常適用できない。(2)時間空間的に砕波点が変わ動する不規則波に対しては適用できない。

本研究では、従来のように波のパラメータをモデル化するのではなく、砕波変形をより直接的な surface roller (Deigaard, 1989; Schäffer ら, 1992) を用いてモデル化する。これは、水面の勾配や変位、水平渦の厚さなどの物理的な量によって表されるものである。各地点の各時間における波浪場が得られれば、波高、エネルギーフラックスなど波のパラメータは容易に算定できる。最終的なモデルは不規則波を対象とした平面2次元のモデルであるが、ここではその第一報として規則波を対象とした1次元モデルについて報告する。

2. 基礎方程式

浅海域の波浪場を精度良く表現するためには非線形性と分散性が要求される。ここでは、これらの要求を満足する方程式として緩勾配の仮定の基に得られる拡張ブウシネスク方程式 (Cruz, 1994) を用いる。固定床に対する1次元の基礎方程式は以下のように表現される。

$$\eta_t + [(h + \eta)u]_x = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$u_t + g\eta_x + \frac{1}{2}(u^2)_x - \left(\frac{1}{3} + \gamma\right)h^2u_{xx} - \gamma gh^2\eta_{xxx} - \left(\frac{1}{2} + \gamma\right)h\eta_x u_x - \gamma gh\eta_x \eta_{xx} - \left(\frac{1}{2} + \gamma\right) \cdot h(h\eta_x)_x - \gamma gh(h\eta_x)_x + F_B + F_e = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 η : 水面変動、 u : 断面平均した水平流速、 h : 局所的な静水深、 g : 重力加速度、 γ : 波速に関する拡張因子、 F_e : 境界での波吸収を表す項、 F_B : 砕波による逸散項である。

式(1)と式(2)の精度は、それぞれ $O(\mu^4)$ と $O(\varepsilon\mu^2)$ である。ここで、 $\varepsilon = a/h_0$ と $\mu = h_0/l$ は非線形性と分散性を表すパラメータである (a : 波振幅、 h_0 : 代表水深、 l : 波長)。また、緩勾配の仮定は次式で表される。

$$O(\mu^2 h_0^2) \ll 1 \quad \dots\dots\dots (3)$$

式(1)と式(2)から水深の2階微分項と非線形項を落とすことにより式(4)と式(5)が得られる。

$$\eta_t + (hu)_x = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$u_t + g\eta_x - \left(\frac{1}{3} + \gamma\right)h^2u_{xx} - \gamma gh^2\eta_{xxx} - h_x[(1 + 2\gamma)hu_x + 2\gamma gh\eta_{xx}] = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(4)と式(5)は、Madsen ら (1992) によって誘導された拡張ブウシネスク方程式と等価である。したがって、式(1)と式(2)は底面勾配に対する精度が高いものとなっている。

拡張ブウシネスク方程式に対して、 F_B と F_e の各項と非線形項を落とした場合の、波速や浅水変形などの波浪の基本的な性質に対して線形解析を行った。図-1は、正規化された波速 $[\omega/(kC_0)]$ と浅水変形による振幅勾配 $[\tau = (a_x/a)/(h_x/h)]$ の相対水深に対する変化を示したものである。図中の各曲線は γ による違いを意味する。図-1

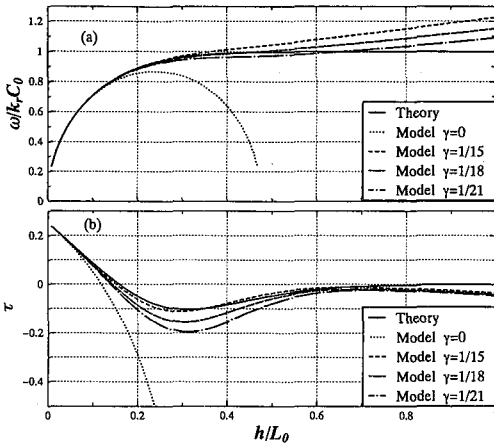


図-1 無次元波速および τ と相対水深の関係

1で $\gamma=0$ の曲線は、本来のブシネスク方程式に対応する。また、図-1より、 $\gamma=1/15$ の場合が $h/L_0 < 0.5$ の領域で分散性と浅水変形に関して線形波理論に最もよく一致するのが認められる。

$F_B = F_c = 0$ の条件で、水深 z における水粒子速度 U は式 (6) で表される。

$$U(z) = u - \frac{1}{2} \left[(z+h)^2 - \frac{h^2}{3} \right] u_{xx} - \left(\frac{h}{2} + z \right) [(h_x u)_x + h_x u_x] \quad \dots\dots\dots (6)$$

これより、非減衰・非砕波の条件では、水平流速の鉛直分布は放物形の分布で規定されることになる。

3. surface roller モデル

崩れ砕波は、波速と同じ速度で進行する roller—乱れた水塊—の存在によって特徴づけられる。この水塊は常に波先に存在するため“surface” roller と呼ばれる。一方、巻き砕波は流体内部における roller の存在と splash の存在によって特徴づけられる。

surface roller モデルは、Deigaard (1989), Schäffer ら (1992) によって提案されている。ここでは、surface roller を鉛直方向に平均化した水平流速 u に基づいた砕波減衰項 F_B の誘導を行う。図-2 は、典型的な崩れ砕波

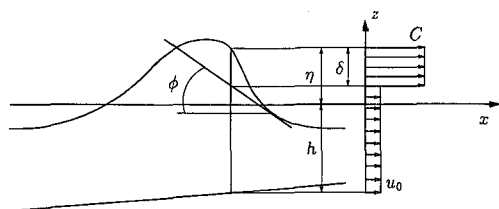


図-2 崩れ砕波の模式図

の模式図である。surface roller は3種類のパラメータによって表現される。すなわち roller の厚さ δ 、速度 C 、roller の先端の角度 ϕ である。また、主流の部分は厚さ $D - \delta = h + \eta - \delta$ であり速度 u_0 となっている。

図-2の流速分布による体積流束 ϕ は式 (7) で表される。

$$\begin{aligned} \phi &\equiv \int_{-h}^{\eta} U(z) dz \\ &= u_0(D - \delta) + C\delta = \phi_0 + (C - u_0)\delta \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここで、

$$\phi_0 = u_0 D \quad \dots\dots\dots (8)$$

である。運動量流束は、式 (9) で表される。

$$\begin{aligned} F &\equiv \int_{-h}^{\eta} \rho U^2 dz = \rho u_0^2(D - \delta) + \rho C^2 \delta \\ &= \rho[u_0^2 D + (C^2 - u_0^2)\delta] \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

roller がいない場合には、 $F = F_0$ となる。ここで、

$$F_0 = \rho u_0^2 D \quad \dots\dots\dots (10)$$

である。砕波条件の下では、式 (2) の F_B は roller の存在によって運動量流束の補正をする必要がある。運動量流束の補正項を ϕ とすると

$$\begin{aligned} \rho D \phi &\equiv \text{momentum flux with roller} \\ &\quad - \text{momentum flux without roller} = F - F_0 \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

式 (8) と (10) を用いると式 (11) は式 (12) と表される。

$$\rho D \phi = F - \rho \left(\frac{\phi_0}{D} \right)^2 D \quad \dots\dots\dots (12)$$

式 (12) において、体積流束 ϕ は roller の存在に関わらず保存されなければならない。すなわち、式 (12) 中の ϕ_0 を ϕ に置き換え、式 (7) の関係を用いることにより式 (13) が得られる。

$$\rho D \phi = F - \frac{\rho}{D} [u_0 D + (C - u_0)\delta]^2 \quad \dots\dots\dots (13)$$

式 (13) に式 (9) を代入することにより ϕ は式 (14) のように表される。

$$\phi = \frac{(C - u_0)^2 (\delta D - \delta^2)}{D^2} \quad \dots\dots\dots (14)$$

次に、 ϕ を u の関数として表現する。 u は式 (15) で定義される。

$$u = \frac{1}{D} \int_{-h}^{\eta} U(z) dz \quad \dots\dots\dots (15)$$

式 (7) より、次の関係が得られる。

$$u_0 = \frac{u D - C \delta}{D - \delta} \quad \dots\dots\dots (16)$$

式 (16) を式 (14) に代入することにより、 ϕ は u の関数

として以下のように表される。

$$\phi = \frac{(C-u)^2 \delta}{D-\delta} \dots\dots\dots (17)$$

式(2)は加速度で表されていることから、 F_B は式(18)で表されることになる。

$$F_B = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{(C-u)^2 \delta}{h+\eta-\delta} \right] \dots\dots\dots (18)$$

式(18)より、非砕波の場合($F_B=0$)はrollerが存在しない($\delta=0$)ことになる。また、式(18)は、 $(C-u)^2$ の項を含み砕波過程の非線形性を反映している。

4. 砕波点の算定

崩れ砕波においては、rollerは水面の局所的な勾配 $\tan \phi$ が限界勾配 $\phi_{cr} = \tan \phi_B$ を越えることによって発生することになる。この限界勾配はrollerの発達に伴い、rollerが引き延ばされて低下する。バー型地形のように砕波後の波が水深の増大する領域に進行した場合、rollerは完全に消滅する。これは、波先端部の勾配の減少と波峰部の位相速度の増加による。すなわち、砕波が停止する最小の限界勾配 $\tan \phi_0$ が存在することになる。したがって、砕波は $\tan \phi > \tan \phi_B$ の条件で発生し、 $\tan \phi > \tan \phi_0$ で停止する。また、 $\tan \phi_{cr}$ は砕波直後から指数関数的に減少し、その遷移は式(19)で表される。

$$\tan \phi_{cr}(t') = \tan \phi_0 + c_1 e^{-c_2 t'} \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 t' : 砕波開始からの経過時間、 c_1 、 c_2 : 係数である。 $t'=0$ から平均の限界勾配0.5 ($\tan \phi_B + \tan \phi_0$)に達するのに要する時間を t^* と定義することによって式(19)は式(20)のように表される。

$$\tan \phi_{cr}(t') = \tan \phi_0 + (\tan \phi_B - \tan \phi_0) e^{-(\ln 2) t' / t^*} \dots\dots\dots (20)$$

式(20)はSchäfferら(1992)が提案したものである。

図-3は、代表的な遷移曲線を示したものである。

不規則波の場合、砕波点の決定は上の関係を用いることによって自動的に決定することが可能となる。砕波した波の局所的な水面勾配は、rollerの先端部で計算され

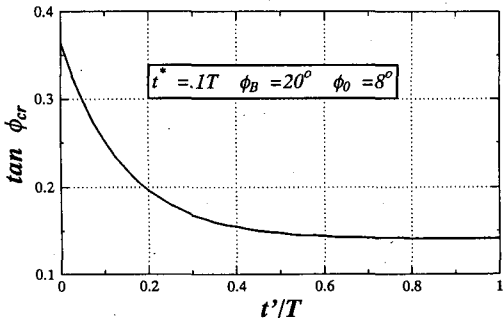


図-3 限界勾配の遷移曲線

る。計算上、その点は自由水面で $x_i = i\Delta x$ として定義され以下の関係を満足する。

$$\tan \phi_{i-j} \geq \tan \phi_{cr} \text{ and } \tan \phi_{i+1} < \tan \phi_{cr} \dots\dots\dots (21)$$

ここで、 i は波進行方向に増加し $j=0, 1, 2, \dots$ である。

5. 数値計算

数値計算は、式(1)と式(2)を差分化して行った。差分格子はstaggeredメッシュを用い、 η とrollerのパラメータは主格子で、また u は副格子で定義した。空間方向は中心差分とし、 u と η を陰的に交互に解いて計算を実行した。各地形に対する計算実行時のパラメータを表-1に示す。ここで、 L_{in} 、 T_{in} は入射波の波長と周期で、 t_{rec} は安定状態になるまでの時間、 N_s 、 N_t は、それぞれ入射波の波長に対する分割数、周期に対する分割数である。

新しいrollerの位置は上の砕波点の決定法を用いて決定される。古いrollerは位置と経過時間の両方が変化するため追跡する必要がある。この追跡手法を以下に示す(図-4参照)。

点aにおける古いrollerの先端の移動距離 ξ は

$$\xi(x_a, t) = \int U(x_a + \xi, t) dt \dots\dots\dots (22)$$

で表される。 ξ が微小であると仮定すると、

$$U(x_a + \xi) \approx U(x_a) = C(x_a) \dots\dots\dots (23)$$

となり、rollerの先端部の新しい位置は式(24)で表される。

$$x_a^{t+\Delta t} \approx x_a^t + \xi(x_a, t) = x_a^t + C(x_a, t) \Delta t \dots\dots\dots (24)$$

これは図-4中の点bに対応する。しかしながら、実際の新しい位置は点cか点dに近い可能性がある。もし条件式(21)が $x_a = i\Delta x$ で満足するならば点dであり、もし $x_c = i\Delta x$ であり x_b で $\tan \phi < \tan \phi_{cr}$ を満足するならば点

表-1 計算パラメータ

Bathymetry	$N_s = L_{in}/\Delta x$	$N_t = T_{in}/\Delta t$	t_{rec}
Shelf	25	40	$60 T_{in}$
Bar	25	60	$32 T_{in}$

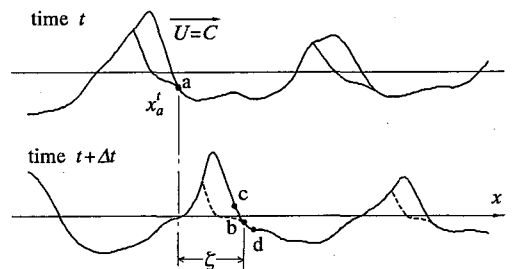


図-4 古いroller先端部の追跡

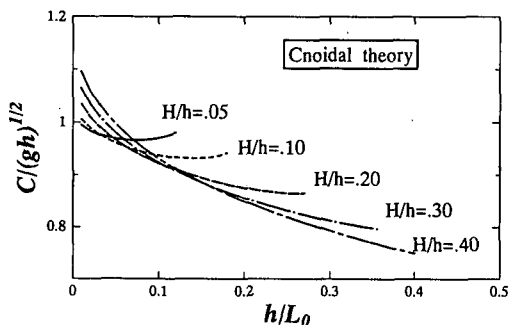


図-5 非線形波理論による波速

cとなる。上の関係が満足されないならば、波は再生することになる。

δ が求められた後、rollerの底面が凸型であることを考慮して補正係数 s ($1 < s < 2$, 通常 $s=1.5$) を乗ずる。

波速に関しては線形波理論によってモデル化する。図-5は非線形性の影響を示したもので、波速は相対水深 $H/h=0.4$ の場合で約10%程度増加する。しかし、本研究では計算の煩雑さを避けるためこの影響を無視した。

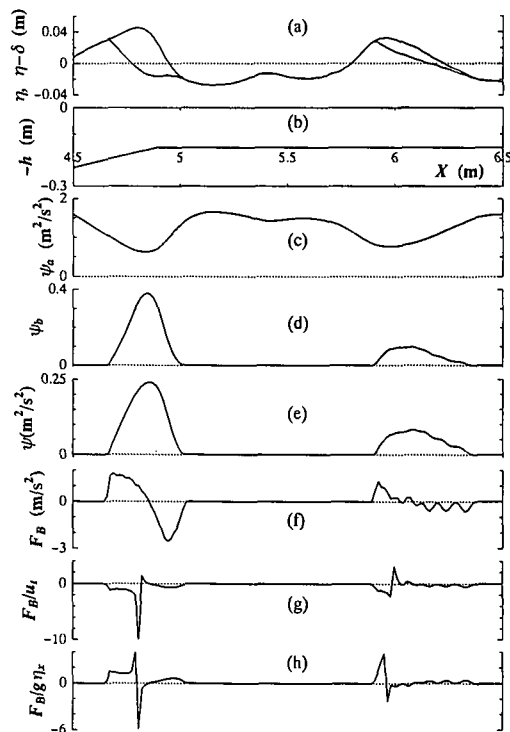


図-7 rollerの各パラメータの特性

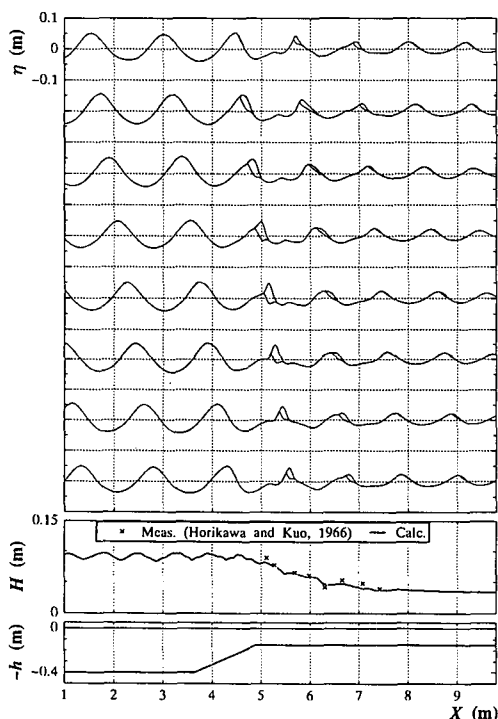


図-6 陸棚における崩れ砕波の計算結果 ($H=0.10$ m, $T=1.0$ s, $H_0/L_0=0.065$, $\phi_B=20^\circ$, $\phi_0=10^\circ$, $t^*=0.1T$, $s=1.5$)

6. 陸棚およびバー型地形に対する計算

本研究で示したモデルを検証するため、(1)陸棚、(2)バー型の各地形に対する砕波変形計算を行った。岸側境界の処理は、境界での吸収項 $F_c = \epsilon u$ を導入することによって行う。ここで、 ϵ : 局所吸収係数であり式(2)において数値吸収と一体になるものである (Cruz・Isobe, 1994)。砕波の停止角度 ϕ_0 に対するものを除いて、両地形に対する砕波のパラメータは同一のものをを用いた ($\phi_B=20^\circ$, $t^*=0.1T$, $s=1.5$)。

図-6は、Horikawa・Kuo (1966) による実験結果に対する本モデルの適応性を示したものである。図には各時刻毎の水面波形の空間分布が示され、間隔は $T/8$ である。また、最初の波形は計算開始より $61T$ 経過している。図-6より、rollerの先端部が最初に現れるのは $x=4.68$ mで、それから急激に発達する。その後、rollerは薄く平らになり陸棚の法肩部から $3L$ の地点で消滅する。また、各地点の計算波高値と実験結果とは良く一致している。

図-7は、図-6の最初の2個の砕波波峰に対するrollerパラメータの空間分布を示したものである。 ψ_a と ψ_b は、それぞれ ψ の成分である $(C-u)^2$ と $\delta/(D-\delta)$ に対応している。最大の逸散は、波峰部ではなく波峰部からrollerの先端部の間で発生している。図-7(g)と(h)に見られるように、波峰部とその背後では F_B が局所項

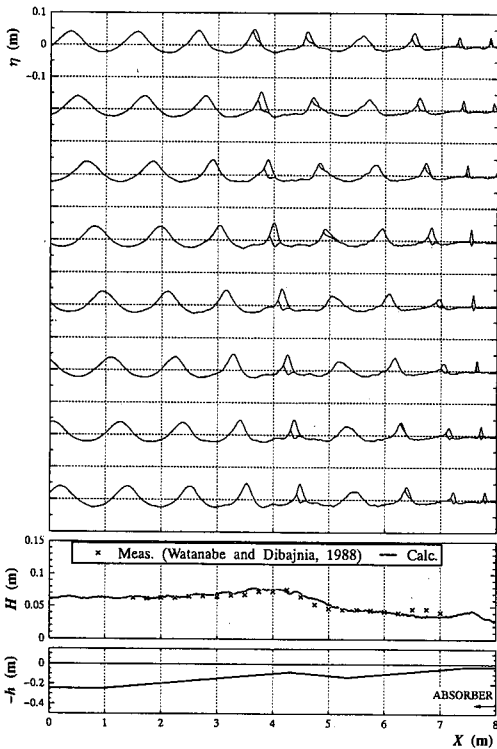


図-8 バー型における崩れ砕波の計算結果 ($H=0.064$ m, $T=0.94$ s, $H_0/L_0=0.05$, $\phi_a=20^\circ$, $\phi_0=8^\circ$, $t^*=0.1$ T, $s=1.5$)

u_t や圧力項 $g\eta_x$ の主要な項よりもオーダーが大きくなっている。これは、主要な項が小さくなることに起因している。また、roller 内では F_B とこれらの主要項はほぼ同一のオーダーとなっている。

図-8 は、バー型地形に対する Watanabe・Dibajnia (1988) による実験結果との比較で、各図は図-6 と同様である。ただし、最初の波形は計算開始より $32T$ 後のものである。砕波は、 $x=3.78$ m で発生し、バーの頂部 ($x=5.2$ m, $H/h=0.4$) に達するまで roller は発達する。その後、roller が消滅し波の再生が始まり、再び砕波する $x=6.34$ m の地点まで続く。波高値は、計算値と実験値とで概ね良好な一致を示しているが、計算値における波の再生が若干早く完了する傾向が見られる。これは、計算上岸側境界を開境界としたためであると考えられる。

7. 結 論

本研究で得られた結論は、以下の通りである。

- ① 砕波によるエネルギー逸散を考慮した非線形分散波方程式を構築し、崩れ砕波の変形計算によってモデルの妥当性を明らかにした。
- ② 砕波逸散項は、水平方向の運動量を再配分することによって導いた。逸散項は、surface roller のパラメータによって変化するが、逸散機構とは独立している。
- ③ 砕波モデルは、初期角度 ϕ_a 、砕波の停止角度 ϕ_0 、砕波時間 t^* および形状係数 s の 4 種のパラメータから構成される。
- ④ 本モデルを陸棚およびバー型地形に対する崩れ砕波の変形に適用し、計算結果と実験結果との良好な一致を見た。

参 考 文 献

- Cruz, E. C. (1994): Modelling of nonlinear dispersive wave transformation around submerged porous breakwaters. Doctoral dissertation, Univ. of Tokyo.
- Cruz, E. C. and M. Isobe (1994): Numerical wave absorbers for short and long wave modelling. Proc., Int. Symp. on Waves -- Phys. and Num. Modelling. Univ. of British Columbia, pp. 992-1001.
- Deigaard, R. (1989): Mathematical modelling of waves in the surf zone. Progress Rep. 69, ISVA, Tech. Univ., Lyngby, Denmark, pp. 47-59.
- Galvin, C. J. (1968): Breaker type classification on three laboratory beaches. J. Geophys. Res., 73 (12), pp. 3651-3659.
- Horikawa, K. and C. T. Kuo (1966): A study on wave transformation inside surf zone. Proc., Int. Conf. Coastal Eng., pp. 217-233.
- Izumiya, T. and K. Horikawa (1984): Wave energy equation applicable in and outside the surf zone. Coastal Eng. Japan, Vol. 27, pp. 119-137.
- Madsen, P. A. and O. R. Sorensen (1992): A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, Part 2: A slowly-varying bathymetry, Coastal Eng., 18, pp. 278-289.
- Mizuguchi, M. (1981): An heuristic model of wave height distribution in surf zone. Proc., Int. Conf. Coastal Eng., pp. 278-289.
- Peregrine, D. H. and I. A. Svendsen (1978): Spilling breakers, bores and hydraulic jumps, Proc., Int. Conf. Coastal Eng., pp. 540-550.
- Schäffer, H. A., R. Deigaard and P. A. Madsen (1992): A two-dimensional surf zone model based on the Boussinesq equations. Proc., Int. Conf. Coastal Eng., pp. 576-589.
- Svendsen, I. A. and P. A. Madsen (1984): A turbulent bore on a beach. Jour. Fluid Mech., Vol. 148, pp. 73-96.
- Watanabe, A. and M. Dibajnia (1988): A numerical model of wave transformation in surf zone. Proc., Int. Conf. Coastal Eng., pp. 578-587.