

浅水域における斜交波の非線形挙動と 3 次近似理論の適用限界

姜 関 求*・富田 孝 史*・岩田好一朗**・倉 田 克 彦***

1. はじめに

非線形な多方向波の基本特性を解明する基礎段階として、2 方向波あるいは 3 方向波などの有限振幅の成分波の非線形干渉を取り扱った研究が今から 50 年以前より行われている。この非線形干渉に関する研究は、深海域を中心に行われており (Phillips, 1960; Longuet-Higgins, 1962; Su, 1982), 浅海域においては、斜め重複波 (Hsu et al., 1979), 同一周期と波高の 2 方向波 (She, 1991; Moriya・Mizuguchi, 1994) などを対象として行われてきている。さらに、著者ら (Kang et al., 1994) は浅海域において異なる周期、波高および方向の 2 つの規則波から成る斜交波の理論を摂動法より 3 次近似まで誘導し、斜交波の非線形特性に関して論議している。

本研究では、浅水域における斜交波の非線形挙動を、著者らの 3 次近似理論と水理実験に基づいて考察するとともに、3 次オーダー近似理論解の適用限界を解析的に検討しようとするものである。

2. 水 理 実 験

東洋建設 (株) 総合技術研究所鳴尾研究所の平面水槽 (長さ 30 m, 幅 21 m, 高さ 1.5 m) で実験を行った。実験では、静水深 h を 50 cm, 斜交波を構成する二つの波のうちの一つの波 (Wave-A) の周期 T_A を 1.1 s, その周期に対して波高 H_A を 2 種類とし、もう一つの波 (Wave-B) の周期 T_B を 2.0, 1.61, 1.3 s の 3 種類、それぞれの周期に対して波高 H_B を 3, 2, 2 種類とした。また、それらの波の交差角 θ は $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ とし、27 ケースの規則波と 30 ケースの斜交波を発生させた。図-1 に示す点 P1 の位置で、水位を電気容量式水位計で計測し、水平水粒子速度 (u, v ; u, v は x と y 方向の水粒子速度) を $z/h = -0.25, -0.5, -0.75$ の深さ (z は上向きを正とした鉛直座標) で超音波式流速計により計測した。計測時間は約 2 分間で、計測したアナログデータを 20 ms で離散化して解析を行った。

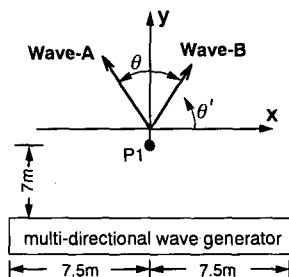


図-1 座標系と水位と水粒子速度の計測位置

3. 斜交波の非線形挙動

Kang et al. (1994) によれば、速度ポテンシャル ϕ , 水面変位 η , ペルヌーイ定数 R と斜交波のうちの 2 つの基本波 Wave-A と Wave-B の角周波数 σ_A と σ_B の 3 次オーダー近似解は、式 (1)~(3) のように、 $\alpha (=2\pi a/L_A)$ と $\beta (=2\pi b/L_B)$ の摂動展開で与えられる。ここで、 a と b は η の 1 次オーダーにおける Wave-A と Wave-B に対応する振幅であり、 L_A と L_B は Wave-A と Wave-B の波長である。

$$F(=\phi, \eta, R) = \alpha F_{10} + \beta F_{01} + \alpha^2 F_{20} + \alpha\beta F_{11} + \beta^2 F_{02} + \alpha^3 F_{30} + \alpha^2\beta F_{21} + \alpha\beta^2 F_{12} + \beta^3 F_{03} \cdots (1)$$

$$\sigma_A = \sigma_{A00} + \alpha\sigma_{A10} + \beta\sigma_{A01} + \alpha^2\sigma_{A20} + \alpha\beta\sigma_{A11} + \beta^2\sigma_{A02} \cdots (2)$$

$$\sigma_B = \sigma_{B00} + \alpha\sigma_{B10} + \beta\sigma_{B01} + \alpha^2\sigma_{B20} + \alpha\beta\sigma_{B11} + \beta^2\sigma_{B02} \cdots (3)$$

ここで、 F_{10}, F_{01} などの係数は水深、波長、交差角などの関数であるが、紙面の制約で記載できないので、詳細な Kang et al. (1994) を参照していただきたい。

まず、斜交波の水面波形の鳥瞰図の一例を図-2 に示す。斜交波の波峰線は斜交波を構成する 2 つの基本波の波峰線から形成される四角形となり、周期の長い Wave-B の波峰線上に周期の短い Wave-A が乗って斜交波の波峰線が周期的に変化する。また、同図の斜交波は 3 次近似の適用範囲の波で、このように高次オーダーの波の場合には、波峰が尖り、波谷が平坦な凹レンズ形になって、波形の上下非対称性が強くなる。

* 正会員 工博 名古屋大学助手 工学部土木工学科

** 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工博 東洋建設(株)総合技術研究所 鳴尾研究所

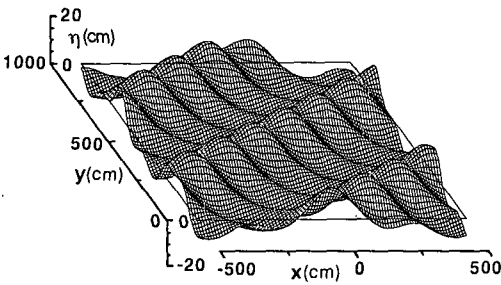


図-2 斜交波の水面波形の鳥瞰図 ($h/L_A=0.326$, $H_A/L_A=0.039$, $h/L_B=0.12$, $H_B/L_B=0.0358$, $\theta=60^\circ$)

次に、斜交波の時間波形におけるゼロアップクロス法に基づく最大波の波高 H_{max} と最大水面変位 η_{max} の変化の一例を、それぞれ $\sqrt{H_A^2 + H_B^2}$ と H_{max} に対する無次元量で図-3 と 4 に示した。この際、2つの基本波の初期位相差を0として計算した。図中で、 R_L は L_B/L_A 、 R_{ws} は Wave-A と Wave-B の波形勾配の比である。まず、図-3 によれば、 $H_{max}/\sqrt{H_A^2 + H_B^2}$ は交差角が 0° に近いところで最も大きい。さらに、 R_L が1から大きくなるほど、また R_{ws} が大きくなるほど交差角の変化にともなうこの変化は大きくなるが、図-3 の計算条件範囲では5%以内である。 η_{max}/H_{max} は、図-4 によれば、 R_L が1に近くなると交差角の変化に伴って若干変化し、 $\theta=90^\circ$ のときに最も小さくなるが、その変化はそれほど大きくない。一方、 R_L が1から離れるほど η_{max}/H_{max} の変化の度合はさらに小さくなることから、このことから、波形の上下の非対称性には交差角がそれほど強く影響しないことが推察される。しかし、 R_L が大きくなるほど η_{max}/H_{max} が増大し、波形の上下非対称性が強くなることが認められる。

つぎに、水粒子運動の観点より斜交波の挙動特性を調べる。図-5 は線形理論(1次オーダー)、非線形理論(3次オーダー) および水理実験より得られた $z/h=-0.25$ での斜交波の水粒子速度ベクトルの平面軌跡を示したものである。図中の軌跡は2つの基本波の周期の最小公倍数の時間の間のデータである。波峰と波谷近傍の位相の斜交波の最大水粒子速度の方向の差は、線形理論では 180° となる。しかし、非線形理論の場合には、波峰の位相の最大水粒子速度の方向は水粒子速度の大きい Wave-B の方向に偏向し、波谷の位相では水粒子速度の小さい Wave-A の方向に偏向して、それらの方向の差は 180° にならない。図-5 に示したケースの実験値と計算値の時間波形の比較を示した図-6 から1次近似理論値より3次近似理論値と実験値の一致度がよいことが再確認できる。

また、図-7 によれば、波峰と波谷の近傍の位相ともに

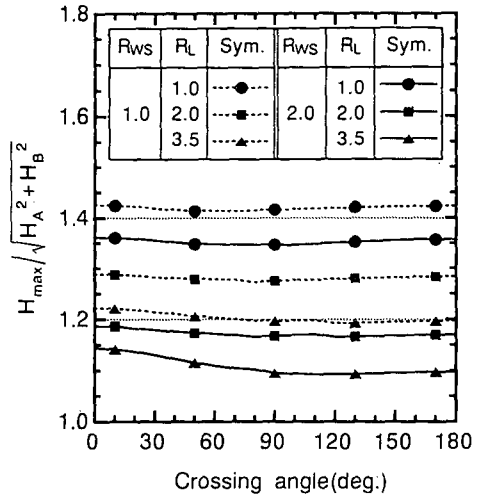


図-3 交差角、 R_L および R_{ws} の変化にともなう $H_{max}/\sqrt{H_A^2 + H_B^2}$ の変化 ($h/L_A=0.4$, $H_A/L_A=0.025$)

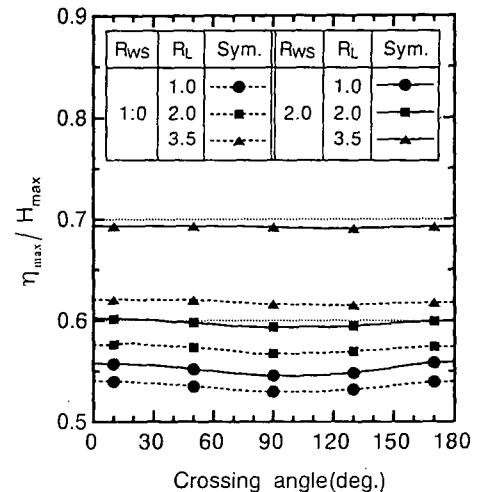


図-4 交差角、 R_L および R_{ws} の変化にともなう η_{max}/H_{max} の変化 ($h/L_A=0.4$, $H_A/L_A=0.025$)

斜交波の最大水平水粒子速度ベクトルの方向 (θ : 図-1 参照) は、底面では水粒子速度ベクトルの大きな基本波の水粒子速度ベクトル方向に近いが、表面に近づくほどもう一方の基本波の影響を受け、水粒子速度の向きは2つの基本波の水粒子速度の方向の間となり、偏向の度合が強くなる。これは2つの基本波が異なった水深波長比を持つので、水面と水底では斜交波の水粒子速度に及ぼす2つの基本波の寄与が異なることに起因する。さらに、このような水粒子速度ベクトルの偏向の程度は交差角 θ が大きいほど大きくなり、波峰よりも波谷の位相で強くなることが理論と実験から確認された。このように、非線形な斜交波あるいは多方向不規則波の場合には、非線

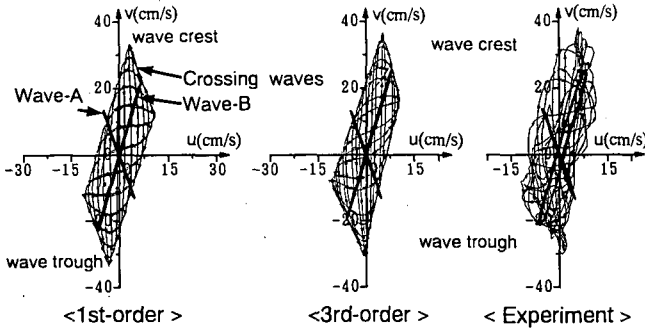


図-5 $z/h = -0.25$ での水粒子速度ベクトルの平面軌跡
($T_A = 1.1$ s, $H_A = 6.5$ cm, $T_B = 2.0$ s, $H_B = 12.0$ cm, $\theta = 30^\circ$)

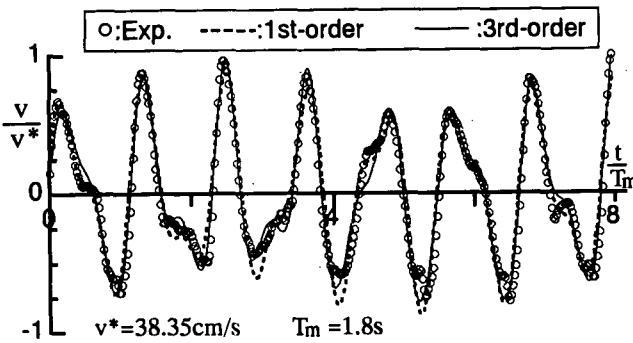


図-6 $z/h = -0.25$ での水粒子速度 v の実験値と計算波形の比較
($T_A = 1.1$ s, $H_A = 6.5$ cm, $T_B = 2.0$ s, $H_B = 12.0$ cm, $\theta = 30^\circ$)

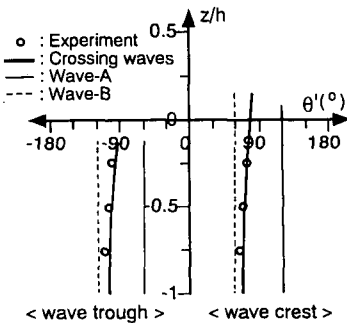


図-7 波峰と波谷における最大水平水粒子速度ベクトルの方向 ($T_A = 1.1$ s, $H_A = 6.5$ cm, $T_B = 2.0$ s, $H_B = 12.0$ cm, $\theta = 60^\circ$)

形性が波の主方向に影響を及ぼすことが指摘できる。図-8は、計測した水平水粒子速度ベクトルの軌跡の楕円度 $\gamma_u (= R_s/R_t, R_s$ と R_t はそれぞれ軌跡の楕円の短軸と長軸の長さ) の鉛直分布を示した一例である。図中の $R_E^{(0.5)}$ は、 $z/h = -0.5$ の $R_{L,B}/R_{L,A}$ ($R_{L,A}$ と $R_{L,B}$ は Wave-A と Wave-B の R_t) である。この際、 γ_u は2つの基本波の周期の最小公倍数の間のデータから求めた。この図より、交差角が大きくなるほど、底面よりも表面に近づくほど

2つの基本波両方の影響が強く現われ、水粒子は楕円運動性よりも円運動性が強くなることが判る。この変化の度合は2つの基本波の周期の差が大きくなるほど強く現われる。

ついで、非線形性に伴う σ_A と σ_B の、1次オーダーの角周波数 σ_{A00} と σ_{B00} からの変化の度合を式(4)に定義した F_A と F_B により検討する。

$$F_A = \frac{\sigma_A - \sigma_{A00}}{\sigma_{A00}}, \quad F_B = \frac{\sigma_B - \sigma_{B00}}{\sigma_{B00}} \quad \dots (4)$$

図-9は β/α の変化にともなう F_A と F_B の変化を例示したものである。図中の (a) は図-1の座標系と同じであり、(b) は Wave-B の方向を逆向きとした場合である。同図より、Wave-A を一定に固定した場合、Wave-B の非線形性が強く (β/α が大きく) なると、(a) の場合、 F_A と F_B はともに増加するが、(b) の場合、 F_B は増加するが、 F_A は減少して、特に $L_B/L_A = 1$ の場合 $\beta/\alpha = 1$ のところで等しくなる。これから、(a) の場合、Wave-A と Wave-B の角周波数が増加する。しかし、(b) の場合は、Wave-A の角周波数は減少するが、Wave-

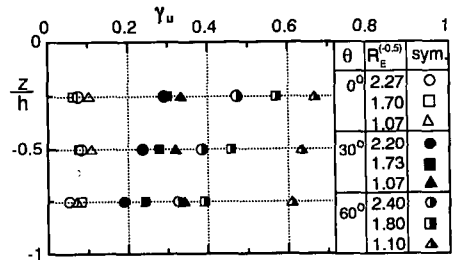


図-8 斜交波の水粒子速度ベクトルの平面軌跡の楕円度 γ_u ($T_A = 1.1$ s, $H_A = 6.5$ cm, $T_B = 2.0$ s)

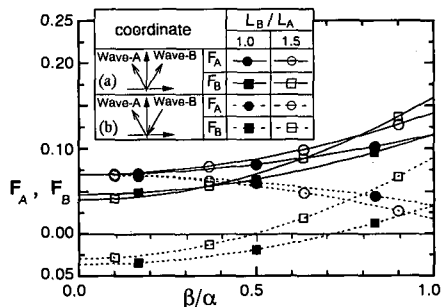


図-9 β/α の変化にともなう F_A と F_B の変化 ($\theta = 60^\circ$, $h/L_A = 0.2$, $\alpha = 0.3$)

Bの角周波数は増加する。(b)の場合で、 $L_B/L_A=1$ の場合、逆行波の干渉によって、それぞれの波の周波数変動による周波数の差が生じ、それらの差の成分による長周期成分が発生することを示す例である。

4. 3次近似理論の適用範囲

4.1 適用範囲の判定基準

本研究では、斜交波の3次近似理論解を厳密な自由表面境界条件式に代入したときに生じる誤差より近似解の精度を評価する。すなわち、運動学および力学的自由表面境界条件において生じる誤差をそれぞれ式(5)と(6)で定義した γ_K と γ_D で評価する。

$$\gamma_K = (\eta_t + \phi_x \eta_x + \phi_y \eta_y - \phi_z) / C_{mx} \dots\dots\dots (5)$$

$$\gamma_D = \left\{ \phi_t + \frac{1}{2} (\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2) + g\eta - R \right\} / gH_{mx} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、下付き添字 x, y, z および t (時間)はそれぞれの変数による偏微分を表す。さらに、 C_{mx} と H_{mx} はそれぞれ斜交波を構成する2つの基本波のうち式(7)に表わす非線形性を表わすパラメータ Π (Goda, 1983)が大きい方の基本波の波速と波高である。

$$\Pi = (H_a/L_a) \coth^3(2\pi h/L_a) \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 H_a と L_a は微小振幅波理論による波高と波長である。無次元誤差 γ_K, γ_D は波の非線形性に依存するので、近似解の適用範囲を求めるためには、 γ_K と γ_D の許容限界を設定する必要がある。 γ_K と γ_D の許容限界を設定する際、様々な方法が考えられる。たとえば、 γ_K と γ_D の許容可能な値を固定させ、 γ_K と γ_D がその値以下になる領域を適用可能領域として評価することもある。しかし、このようにすれば、波形勾配に基づくストークス展開法による近似理論の場合、浅海領域($h/gT^2 < 0.08$)では γ_K と γ_D が水深波長比の関数となって、ストークス波の適用範囲がかなり広がるあるいは狭くなる問題が生じる。そこで、本論では、浅海領域においても水深波長比の考慮ができるように、岩垣(1987)による波峰について規則波の1次近似理論の適用限界として与えられた $\Pi=0.03$ に対応する規則波の γ_K と γ_D の時間変動の自乗平均根(γ_{KRMS} と γ_{DRMS})の値を計算し、そのうち大きい値を適用限界の判定基準の値として用いる。紙面の都合上示さなかったが、その基準値は深海域($h/gT^2 > 0.08$)で0.017で一定であるが、浅海域では水深波長比によりその基準値は変化する。

4.2 3次近似理論の適用限界

前述した適用範囲の判定基準を使って求めた斜交波の1次、2次と3次近似解の適用範囲を図-10に例示する。図中の Π_A と Π_B は式(7)で与えられるWave-AとWave-Bの値、 R_T は2つの基本波の周期比($=T_B/T_A$)、

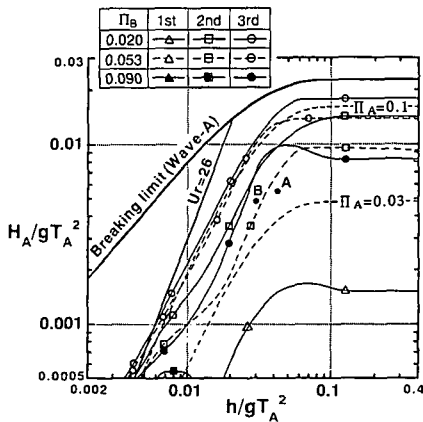


図-10 斜交波の3次近似解の適用範囲 ($\theta=60^\circ, R_T=1.182$)

砕波限界はWave-Aの砕波限界をMiche(1951)による基準により表したものの、 U_r はWave-Aのアーセル数($=H_A L_A^2/h^3$)である。また、 $R_T=1.182$ の場合、 $\Pi_B=0.02$ はWave-Bが1次近似解の適用範囲の場合、0.053は2次近似解の適用範囲の場合、0.09は3次近似解の適用範囲の場合である。

図-10より、ほとんどの領域で、斜交波の理論の最適な次数は、2つの基本波にそれぞれ適用された理論のうち高次の方か、さらにそれよりも高次となる。たとえば、同図の点AにおけるWave-Aと $\Pi_B=0.02, 0.053, 0.09$ のWave-Bから構成される斜交波はそれぞれ2次、2次、3次近似解の適用範囲の波となる。なお、図示していないが、Wave-A($h/gT_A^2=0.042, H_A/gT_A^2=0.0055$)は2次近似解の適用範囲の波である。言い換えれば、 $h/gT_A^2=0.042$ の場合、 $\Pi_B=0.02$ のWave-Bと $H_A/gT_A^2 < 0.0014$ のWave-Aによる斜交波は1次近似解の適用範囲の波となり、 $0.0014 < H_A/gT_A^2 < 0.0095$ のWave-Aによる斜交波は2次近似解の適用範囲、 $0.0095 < H_A/gT_A^2 < 0.016$ のWave-Aによる斜交波は3次近似解の適用範囲、 $H_A/gT_A^2 > 0.016$ のWave-Aによる斜交波は3次近似理論の適用限界を超えてしまう。

しかし、 R_T が図-10の $R_T=1.182$ より大きく、Wave-Bの Π が大きい場合には、斜交波の適用理論が2つの基本波の適用範囲の高次の次数よりも低次のものになる場合もある。また、交差角 θ が近似理論の適用範囲に及ぼす影響については、1次近似の適用範囲では交差角の影響はないが、2次や3次近似理論では交差角が大きくなるほど $\theta=0^\circ$ の場合より低次の近似解が適用できることが認められた。これは図-3に示したように交差角が大きくなると最大波高 H_{max} が小さくなること、また位相差により水粒子速度が相殺されるため、 γ_{KRMS} と γ_{DRMS} が小さくなったことに起因すると判断される。

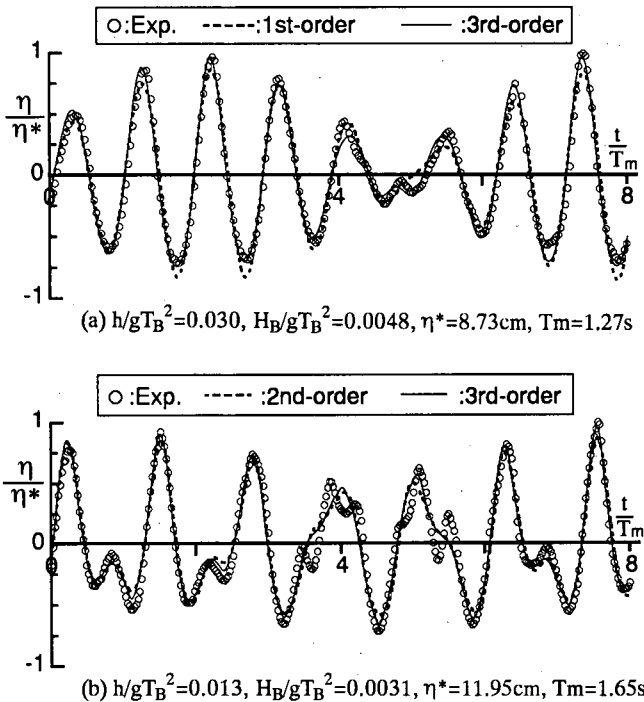


図-11 水面変位の実験値と計算波形の比較
($h/gT_A^2=0.042$, $H_A/gT_A^2=0.0055$, $\theta=60^\circ$)

上述の適用範囲の検証例として、水位の時間波形の計算値と実験値の比較を図-11に示す。同図(a)と(b)は、前述した斜交波の適用範囲の判定によれば、それぞれ2次近似と2次に近い3次近似理論が必要となる場合である。計算値と実験値を比較すると、(a)の場合、2次と3次近似解がほとんど一致し、1次近似理論値より2次近似理論値と実験値の一致度がよいことが認められる。また、(b)の場合は、2次と3次近似理論による計算結果の差はわずかしかないが、2次より3次近似解の方が実験値とよく一致する。このように本研究で示したような理論の適用範囲には妥当性があることが認められる。

6. おわりに

本論で得られた主要な結論をまとめる。

(1) 交差角の変化にともなう最大波高に対する最大水面変位の比の変化は大きくない。

(2) 波峰と波谷近傍の位相の斜交波の最大水粒子速度の方向は交差角と深さによってそれぞれ偏向し、それらの方向の差は 180° ではない。また、2つの波がある角度で交差する場合、底面よりも表面に近づくほど水粒子は楕円運動性よりも円運動性が強くなる。

(3) 2つの基本波が図-1の座標系に示す方向で交差するのか、一つの波の方向が図-1の座標系の方向と逆の方向に交差するのかによって、2つの基本波の周波数変調の傾向が異なる。

(4) 斜交波の近似理論解の適用範囲を図示し、実験結果と理論計算結果の比較よりその妥当性を示した。

参考文献

- 岩垣雄一(1987): 最新海岸工学, 森北出版, 463p.
 Goda, Y. (1983): An unified nonlinearity parameter of water waves, Rept. Port and Harb. Res. Inst. Vol. 22, No. 3, pp. 3-30.
 Hsu, J. R. C., Y. Tsuchiya and R. Silvester (1979): Third-order approximation to short-crested waves, J. Fluid Mech., Vol. 90, pp. 179-196.
 Longuet-Higgins, M. S. (1962): Resonant interactions between two trains of gravity waves, J. Fluid Mech., Vol. 12, pp. 321-332.
 Kang, Y., T. Tomita, K. Kurata and K. Iwata (1994): Wave kinematics of nonlinear crossing waves, Proc., 4th Int'l. Offshore and Polar Eng. Conf., Vol. 3, pp. 91-98.
 Miche, R. (1951): Le pouvoir réfléchissant des ouvrages maritimes exposés à l'action de la houle, Annales des ponts et chaussées, 121^e Année, pp. 285-319.
 Moriya, Y. and M. Mizuguchi (1994): Weakly nonlinear bidirectional waves in shallow water, Waves-Physical and Numerical Modeling, Proc. Int'l Sympo., Vancouver, pp. 396-405.
 Phillips, O. M. (1960): On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude, J. Fluid Mech., Vol. 9, pp. 193-217.
 She, K. and W. J. Easson (1991): Effects of three-dimensionality on wave kinematics and loading, Proc., 1st Int'l Offshore and Polar Eng. Conf., pp. 1-5.
 Su, M. Y. (1982): Three-dimensional deep-water waves. Part 1. Experimental measurement of skew and symmetric wave patterns, J. Fluid Mech., Vol. 124, pp. 73-108.