

海岸構造物の曝気能に関する実験的再考察

角野昇八* ・ 仲田義弘** ・ 斉藤 満***
中谷成智**** ・ 芳田利春***** ・ 小田一紀*****

1. 緒 言

海域の環境保全や水質浄化をめざす観点から、海浜あるいは海岸構造物での曝気現象に関する実験的研究がすでにいくつか行われており、その結果に基づく理論的研究もなされている。研究の主要目的は、当然ながら、海浜あるいは各種構造物の曝気能を評価し、比較することである。しかし、いずれの研究の姿勢に対しても2つの問題点を指摘することができる。1つは、曝気能の評価は、本来、構造形態に固有の物質移動係数とよばれる係数 K_L をとおして行われるべきであるにもかかわらず、再曝気係数とよばれる係数 k_2 の評価をとおしてもっぱらなされてきたことである。この理由には主として2つの理由が考えられる。まず、実験における溶存酸素の時間回復曲線から直接的に求められるのは k_2 であること。また、後述のように水深一定の開水路流れの場合には k_2 の評価と K_L の評価は本質的に等価なものとなって問題は生じないが、その考え方が両者がもはや等価ではない筈である海岸構造物を対象とする現象の解析にもそのまま持ち込まれたことである。さらにいま1つの点は、波面をもつ水域を対象とするこの種の実験では、構造物などの主要曝気源以外にも波面からの曝気も考えられるにもかかわらず、その影響を除いて構造物そのものの曝気能の評価がなされていなかったことである。

これらの点に鑑み、本研究では、従来の実験方法を改良して構造物模型周囲に曝気容積を限定した状態で実験を行い、同時に、波面のみでの曝気能も別途評価してその影響を差し引いた評価を行い、海岸構造物固有の曝気能の正確な評価をめざした。

2. 水中溶存酸素の増減に関する基礎的研究

海浜あるいは海岸構造物での曝気現象が開水路流れでのそれと比較してどのように異なっているかを考える際、曝気現象一般に関して現在までどのようなモデルや

仮説が提案されてきたかにふれる必要がある。以下にそれを簡単に記す。

(1) Streeter & Phelps の水中溶存酸素の増減モデル

Streeter & Phelps (1925) は水中の溶存酸素の増減のプロセスを以下の式で初めてモデル化した。

$$dC/dt = -k_1L + k_2(C_s - C) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 C_s は飽和溶存酸素濃度、 C は溶存酸素濃度であり、 L は生物による酸素要求量(有機性物質の濃度)、 k_1 と k_2 は係数である。このうち k_2 は現在、再曝気係数とよばれている係数である。上式の左辺と右辺第2項により、溶存酸素濃度の増減はその負荷に比例することを表している。ここでは、酸素の供給のされ方はモデル化されていないことに注意したい。

いま、再曝気のみを考察対象として式(1)の右辺第1項を除外し、無次元溶存酸素濃度負荷

$$D^* = (C_s - C) / (C_s - C_0) \dots\dots\dots (2)$$

(C_0 は初期溶存酸素濃度)を導入してその式の解を求めれば

$$-\ln D^* = k_2 t \dots\dots\dots (3)$$

を得る。すなわち、 C の時間変化を求めることができれば、 k_2 の値を決定することができることになる。

(2) 水面における酸素移動現象に関する各種モデル

Lewis & Whitman (1924) は、液面での気体吸収(あるいはその逆)現象を考察するにあたり、気相・液相それぞれの気液界面に薄境界膜の存在を仮定し、気体・液体はそこを分子拡散によって輸送されていくとするいわゆる「2境界膜理論」を提案した。境界膜部分以外では溶存気体あるいは液体の濃度は一定であるとしている。さらに、彼らによれば、酸素の水中への輸送現象のように液相抵抗が気相抵抗に比べて極めて大きい場合、界面を通しての単位時間、単位面積当りの気体質量輸送率 N は

$$N = K_L(C_s - C) \dots\dots\dots (4)$$

で表される。ここに K_L は物質移動係数とよばれる係数である。この N はまた、

$$N = (1/A)(dm/dt) = (V/A)(dC/dt) \dots\dots\dots (5)$$

と表すことができる。ここに A は物質移動が行われる界面面積(曝気面積)であり、 V はそれにかかわる容積(曝

* 正 会 員 工博 大阪市立大学助教授 工学部土木工学科
** 工 修 阪神電気鉄道(株)
*** 学生会員 大阪市立大学大学院 工学研究科
**** 正 会 員 工 修 東洋建設(株)
***** 正 会 員 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科

気容積)である。右辺第1項を除いた式(1)と式(5)の比較より、

$$k_2 = K_L(A/V) \dots \dots \dots (6)$$

を得る。式(4)および式(6)より、 K_L は界面での物質の移動速度を表し、また k_2 の逆数は、 V の容積に $K_L A$ の容積フラックス(流量)で供給される物質がその容積を満たす時間を表していることが理解される。以上より、物質移動を真に特徴づけているのは係数 K_L であり、 k_2 は曝気容積と曝気面積が特定されて初めて決定されることがわかる。したがって、合田(1975)も述べているように、 k_2 は純粋な意味での再曝気の係数ではなく、拡散や移流などの影響も含めた総合的な意味を有していることに注意すべきである。

その後、上記境膜エレメントが下層の本体部分と一定の時間毎に入れ替わる(表面更新)ものと考えて、乱れの影響を考慮に入れたHigbie(1935)の「境膜浸透理論」においても、さらには表面更新がランダムに発生する統計量ととらえたDanckwerts(1951)の「表面更新理論」においても、この K_L を正確に評価することにもつばら力が注がれた。現在、広く採用されているこの表面更新理論によれば、 K_L は

$$K_L = (D_M r)^{1/2} \dots \dots \dots (7)$$

と表される。ここに D_M は分子拡散係数であり、 r は表面更新率とよばれる係数である。

3. 曝気現象に関する応用的研究

(1) 開水路流れの水面での曝気に関する研究

河川流のような開水路流れの水面や波面の場合には、曝気は水面全体で生じ、そこから取り込まれた酸素も水面直下の水域全体に取り込まれていくと考えられるので、 $A/V=1/h$ と表され、式(6)は

$$k_2 = K_L/h \dots \dots \dots (8)$$

となって k_2 と K_L は定数 h のみを介して関係づけられることになる。したがって、 V や A の取り方に起因する問題は基本的に生じない。残された問題は、ここでもいかに正確に K_L を評価するかということになる。このような中でO'Connor & Dobbins(1958)は、開水路流れに対して式(7)中の表面更新率 r を流れの乱れの特徴と関連づけて表し、それを式(7)、さらに式(8)に代入して k_2 の理論推算式を得た。また、このようにして求めた理論推算値をさまざまな条件下にある k_2 の実験値と比較して良好な一致を確認し、理論の妥当性を証明している。その後も同様の研究が国内外でいくつかがみられるが、いずれの理論展開においても式(7)および式(8)、あるいはそれと同形式の式が基本式となっている。

(2) 海岸あるいは海岸構造物の曝気に関する従来の研究

海岸あるいは海岸構造物近傍での曝気に関する研究は、近年、特に国内で盛んに行われるようになった(例えば、細井ほか, 1988)。それらのほとんどは実験的に求められる k_2 をとおした曝気能の評価、あるいは K_L の理論推算式を式(8)に代入することによって k_2 を評価している。ところで、海岸あるいは海岸構造物などによる曝気現象を開水路流れによる曝気と比べた場合、既述のように後者は水面全体から曝気がなされ、酸素は水面下の容積全体に拡散していくのに対して、波面を除く前者の曝気面積は砕波点あるいは構造物近傍のある特定の部分に限定されていて、そこから取り込まれた酸素も最終的には沖合いの無限の水域に拡散されていく特徴を有している。それゆえ、一定の曝気能(K_L)を有する構造物であっても、水槽の規模が異なれば曝気容積が異なるために実験で得られる k_2 の値は異なる値をとるという問題が生じよう。あるいはまた、以上に述べたような特性をもつ曝気面積と曝気容積を正確に評価できない限り、実験で得られた k_2 から K_L を正確に推算できないことにもなる。同時に、式(8)の適用もこの場合には不適當であることも理解されよう。このように、海岸あるいは海岸構造物近傍での曝気は、開水路流れの場合とは異なる取り扱いが必要であるにもかかわらず、従来のほとんどの研究ではそのような配慮はなされてこなかったことを指摘することができる。このほかにも、構造物などの主要曝気源以外にも波面からの曝気も必然的に付随するにもかかわらず、両者の影響を個々に評価した研究がなされてはいなかった。

4. 海岸あるいは海岸構造物近傍での曝気に関する実験的再考察

(1) 実験方法

基底状態である静水面での曝気能を求めるために、長さ20 m、幅0.5 m、高さ0.5 mの2次元造波水槽中の長さ3 m、水深30 cmの水域を2枚のビニール膜で区切り、またその領域の上面をビニール膜で軽く覆って、溶存酸素濃度の時間回復曲線をDO計(YSI社製58型)1台を用いて従来と同様の手法で求め、それより k_2 を算定した(図一1参照)。計測は、サンプリング間隔20秒で最高72時間自動計測した。また、測定中の温度影響を除くために、恒温恒湿室(20°C, 60%)に設置の長さ58 cm、幅27.5 cm、高さ34 cmの小型水槽を用い、水深を30 cmおよび16 cmとして同様の実験も行った。この実験では、DO計のスターラー作動による循環流の影響を検出するために、スターラーを停止・作動させた状態で実験を行い、その影響を調べた。このようにして得られた k_2 から

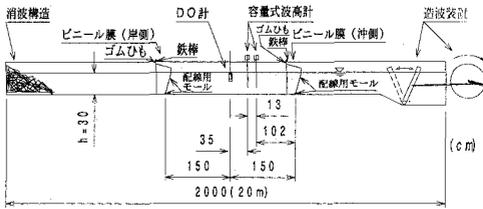


図-1 実験装置概要 (進行波波面)

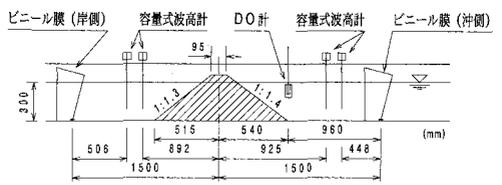


図-2 実験装置概要 (捨石堤)

式(8)の関係より K_L を求めた。両実験とも DO 計の設置深さを変化させ、設置水深の影響も調べた(詳細は角野ほか(1994)を参照)。進行波波面での曝気能は、上記の造波水槽中で進行波を造波させながら領域内中央部の進行波波面の曝気能を上と同様の方法で測定した。この際、ビニール膜は波動には殆ど影響を与えず、しかも物

質移動は許さない材質と構造のものを使用し、造波板などでの曝気による溶存酸素の影響を除外できるようにした(図-1)。領域の長さはここでも 3m(最大波長にほぼ等しい)とし、DO 測定水深は 7cm である。反射率、透過率の測定は入反射分離法によった。実験条件を表-1 に記す。

表-1 実験条件および実験結果 (進行波, 部分重複波, $h=30\text{cm}$)

RUN	周期 $T(\text{sec})$	入射波高 $H_i(\text{cm})$	波長 $L(\text{m})$	波形勾配 H/L	反射率 $\gamma_R(\%)$	水温 $t(^{\circ}\text{C})$	再曝気係数 $k_2(\text{sec}^{-1})$	物質移動係数 $K_L(\text{cm}/\text{sec})$	
進行波	P1	0.88	1.1	1.13	0.010	9	12.0	6.26×10^{-6}	1.88×10^{-4}
	P2	0.88	2.3	1.13	0.021	7	18.8	1.49×10^{-5}	4.48×10^{-4}
	P3	0.88	3.3	1.13	0.029	5	11.7	1.93×10^{-5}	5.78×10^{-4}
	P4	0.88	4.8	1.13	0.042	5	17.4	3.03×10^{-5}	9.09×10^{-4}
	P5	1.25	5.3	1.87	0.028	5	14.4	2.80×10^{-5}	8.40×10^{-4}
	P6	1.35	6.0	2.06	0.029	10	17.9	3.61×10^{-5}	10.8×10^{-4}
	P7	1.50	4.6	2.34	0.020	9	17.9	2.58×10^{-5}	7.75×10^{-4}
	P8	1.75	2.8	2.80	0.010	6	21.1	1.67×10^{-5}	5.01×10^{-4}
部分重複波	S1	0.88	2.2	1.13	0.019	34	14.2	1.56×10^{-5}	4.69×10^{-4}
	S2	0.88	3.5	1.13	0.031	20	13.8	2.51×10^{-5}	7.52×10^{-4}
	S3	1.35	4.6	2.06	0.022	60	11.1	2.91×10^{-5}	8.73×10^{-4}
	S4	1.75	1.4	2.80	0.0051	85	9.8	9.78×10^{-6}	2.93×10^{-4}
	S5	1.75	2.9	2.80	0.010	83	9.8	1.64×10^{-5}	4.93×10^{-4}

表-2 実験条件および実験結果 (スリット堤前面, $h=30\text{cm}$)

RUN	開口率 a/B	周期 $T(\text{sec})$	入射波高 $H_i(\text{cm})$	波長 $L(\text{m})$	波形勾配 H/L	反射率 $K_R(\%)$	水温 $t(^{\circ}\text{C})$	再曝気係数 $k_2(\text{sec}^{-1})$
L1	0.24	0.88	1.3	1.13	0.011	51	8.0	1.96×10^{-5}
L2		0.88	2.4	1.13	0.021	33	8.6	3.58×10^{-5}
L3		0.88	3.5	1.13	0.031	21	6.7	8.53×10^{-5}
L4		1.35	2.2	2.06	0.011	78	6.9	2.34×10^{-5}
L5		1.35	4.1	2.06	0.020	68	8.2	6.89×10^{-5}
L6		1.75	1.4	2.80	0.0050	93	7.2	1.48×10^{-5}
L7		1.75	3.1	2.80	0.011	88	8.5	2.44×10^{-5}
T1	0.40	0.88	0.9	1.13	0.008	89	5.7	1.21×10^{-5}
T2		0.88	2.3	1.13	0.021	66	5.2	4.48×10^{-5}
T3		0.88	3.5	1.13	0.031	58	4.9	10.4×10^{-5}
T4		1.35	2.0	2.06	0.010	93	6.6	2.10×10^{-5}
T5		1.35	4.1	2.06	0.020	103	8.1	7.72×10^{-5}
T6		1.75	1.3	2.80	0.0046	98	6.1	1.17×10^{-5}
T7		1.75	2.9	2.80	0.010	104	7.0	2.58×10^{-5}

表-3 実験条件および実験結果 (捨石堤沖側, $h=30\text{cm}$)

RUN	周期 $T(\text{sec})$	入射波高 $H_i(\text{cm})$	波長 $L(\text{m})$	波形勾配 H/L	反射率 $\gamma_R(\%)$	透過率 $\gamma_T(\%)$	水温 $t(^{\circ}\text{C})$	再曝気係数 $k_2(\text{sec}^{-1})$
E1	0.88	1.1	1.13	0.010	30	5	5.9	2.57×10^{-5}
E2	0.88	2.2	1.13	0.020	29	8	5.7	5.82×10^{-5}
E3	0.88	3.3	1.13	0.030	28	7	6.0	8.64×10^{-5}
E4	1.35	1.9	2.06	0.009	48	15	6.5	4.58×10^{-5}
E5	1.35	3.8	2.06	0.018	33	14	8.2	9.19×10^{-5}
E6	1.75	1.6	2.80	0.0057	27	33	7.2	4.05×10^{-5}
E7	1.75	3.0	2.80	0.011	50	35	6.7	5.69×10^{-5}

進行波のみならず部分重複波波面の曝気能を測定するために、上記造波水槽端に部分反射を与える構造物(スリット堤)模型を設置し、模型部分を含まない沖側の長さ 3m の部分を上記と同様に 2 枚のビニール膜で区切り、その領域内の部分重複波波面での曝気能を同様の方法で測定した。この実験条件も表-1 に示した。

構造物模型として、鉛直不透過壁と前面の縦スリット壁からなるスリット堤と捨石堤を取り上げ、両者の曝気能を測定した。スリット堤の消波室内幅は 18.5 cm であり、スリット壁は一辺が 2.5 cm の正方形断面柱体列で製作し、開口率を $a/B=24\%$ および 40% とした。この場合、不透過壁から 2.75 m 沖合いをビニール膜で区切り、両者で囲まれた模型を含む領域内の構造物および波面の曝気能を同様の方法で測定した。DO 計は不透過壁より 1 m 沖合いに設置し、設置水深を 7 cm とした。表-2 にこの場合の実験条件を示す。捨石堤は水槽中央部に設置し、その両側をビニール膜で仕切って長さ 3 m の領域を設定した。捨石の粒径は $d_{50}=3.9\text{cm}$ であり、その空隙率は $\epsilon=40\%$ である。DO 計は堤沖法先上に設置し、設置水深を 7 cm とした(図-2)。この場合の実験条件を表-3 に示す。

(2) 実験結果

a) 静水面での曝気

図-3 に造波水槽内の静水面での $-\ln D^*$ の経時変化の一例を示す。溶存酸素濃度は時間とともに線形的に増大していくことから、静水面での曝気が確実に生じていることが示されている。毎日午後 6 時頃の勾配の急変は、西日によるものと思われるが詳細は不明である。ただし、勾配の急上昇後再び急減していることから、温

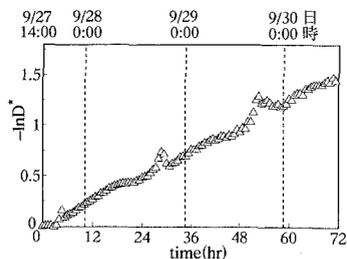


図-3 溶存酸素濃度の経時変化 (造波水槽内静水面)

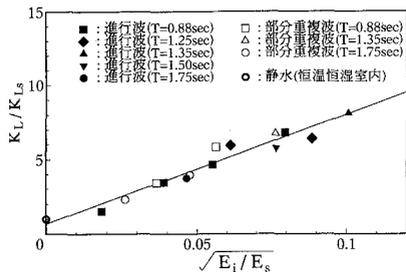


図-4 静水面、波面での物質移動係数

度変化による対流は原因として考えられない。全4ケースの実験における再曝気係数の平均値は $k_2 \approx 6.4 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ であり、それより式(8)の関係を介して求められる物質移動係数は $K_L \approx 1.9 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ であった。この値は, Chadderton et al. (1982, 宗宮 (1990) にも記載) による開水路緩慢流に対する k_2 の値より算定される値 $K_L = 2 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s} \sim 7 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$, 平均 $4 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ に近い。これに対して, 恒温恒湿室内の水槽での値は $K_L \approx 1.2 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ であり, 造波水槽中での値よりもかなり小さな値となった。なお, スターラーの作動の有無による影響は認められなかった。

b) 波面での曝気

今回の実験で得られた進行波および部分重複波波面の k_2 の値, およびそれより式(8)を介して算定される K_L の値を表-1に示した。また, この K_L の値を静水面の K_{Ls} で無次元化し, それを $(E_i/E_s)^{1/2}$ の関数として図-4に示した。ここに E_i は入射波のもつ単位表面積当りのエネルギーで, E_s は波がないときのエネルギー $(= \rho g h^2 / 2, \rho$: 流体密度, g : 重力加速度)である。この図より進行波, 部分重複波を問わず, また波の周期によらずに, 縦軸と横軸の間には明確な線形的関係 (相関係数 $r_c = 0.971$)があるのがわかる。また, 入射波高が0に相当する縦軸の値は, 恒温恒湿室内静水面の値にほぼ一致するのが認められ, この図のみで構造物がない場合の一般的な値が表されていることになる。また, 図示のように, K_L が $\sqrt{E_i}$ に線形的に比例していることは表面更新率 r が E_i に比例していることになり (式(7)参照), この種の現象の理解に1つの示唆を与えているものと思われる。

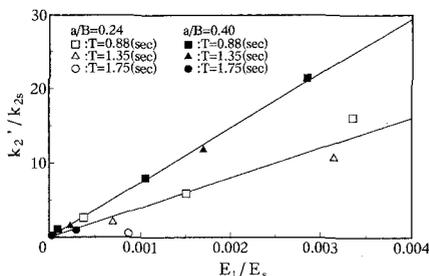


図-5 縦スリット堤の再曝気係数と損失エネルギーの関係

る。なお, これらのほかにも横座標に合成波のエネルギー $(E_i + E_r)$ の1/2乗やエネルギーフラックス W あるいはその1/2乗をとっても整理したが, 相関の程度は $(E_i + E_r)^{1/2}$ とした場合を除いて悪かった。

c) スリット構造物による曝気

縦スリット堤前面で今回求められた k_2 の値を表-2に示した。構造物がある場合には, 構造物による曝気のほか波面での曝気も存在し, それは部分重複波波面での曝気にほぼ等しい筈である。そこで, 前面部分重複波波面での k_2 の値 k_{2w} を図-4の関係を通じて推算し, その k_2 との差を構造物のみによる値 k_2' とした。すなわち

$$k_2' = k_2 - k_{2w} \dots\dots\dots (9)$$

このとき, 曝気容積と曝気面積は同じである必要があるが, 本実験ではその条件はほぼ満足されている。図-5にはこのようにして求められた k_2' の無次元量を無次元損失エネルギー E_i/E_s の関数として表した。ここに

$$E_i = (1/8) \rho g H^2 (1 - K_R^2) \dots\dots\dots (10)$$

である。式中の反射率の値 K_R としては, その実験値は表-2にも示されるように異常に大きな値も観測されたため, 理論値 (Kakuno et al., 1992) を用いた。理論値は全般に実験値よりもやや小さな値をとる。図-5に示されるように, 縦軸と横軸の関係は波の周期にかかわらず開口率別に線形的に表され, この整理法が誤りでないことが示されている。同時に, 再曝気係数は開口率の影響を強く受けることが示されている。なお, 横軸に E_i や $E_i + E_r$, エネルギーフラックス W , あるいはそれらの1/2乗もとって整理したが, いずれも相関は図-5に比べてかなり悪かった。このときの K_L を推算するために, 角野ほか (1992) と同様に, 曝気面積の水槽長さ方向の長さは柱体断面一辺長程度と考え, また幅方向の長さは開口部分の幅程度と考えて, すなわち水槽単位幅当りの曝気面積 A をその開口率 a/B と柱体一辺長 d で

$$A \sim (a/B) \times d \dots\dots\dots (11)$$

の程度と評価し, 曝気容積としては実験で現に限定した容積 V をとって式(6)より K_L を逆算した。このようにして得られた K_L を E_i の関数として表したのが図-6である。この図に示されるように, 波の周期および開口率

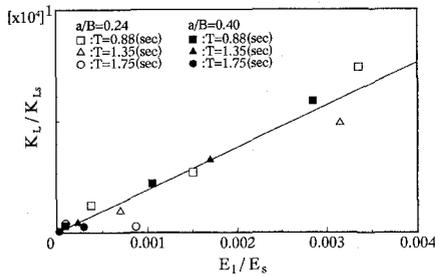


図-6 縦スリット堤の K_L と損失エネルギーの関係

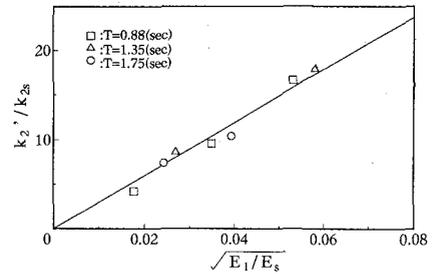


図-8 捨石堤の再曝気係数と損失エネルギーの関係

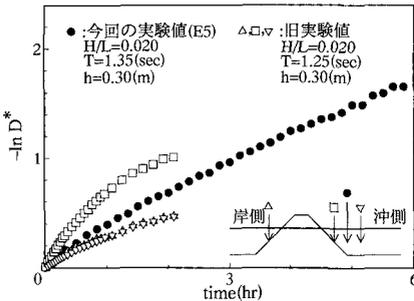


図-7 溶存酸素負荷濃度の経時変化 (捨石堤前面)

にかかわらずほとんどのデータが1本の直線で表され、 K_L と E_l の間の強い相関が示されている。ただし、この両者の関係からは、このときの表面更新率は E_l の2乗に比例することになって現象の理解にある程度の困難さを残すことになる。また、実験に用いた柱体一辺長 d は1ケースだけであるので、今後柱体断面寸法を変化させて実験を行う必要がある。

d) 捨石堤による曝気

捨石堤沖側法先上の DO 計による $-\ln D^*$ の経時変化を、曝気容積をなんら拘束しなかった著者らのほぼ同じ波の条件にある旧実験値と比較したものが図-7である。曝気容積がいわば造波水槽全体であった旧実験値が1時間程度経過後からはやくも勾配が緩くなっていく傾向がみられるのに対して、今回の実験値は長時間にわたって線形的に回復していく状況が顕著に示され、 k_2 は曝気容積の大きさの影響を受けていることが結論づけられる。 k_2 の実験値を表-3に示した。このときの構造物のみの k_2 を求めるために、沖側波面での K_L を入射波高より図-4の関係を通じて求め、さらに式(8)より k_{2w} を、また式(9)より構造物のみの k_2 を求めた。ただしこのとき、沖側と岸側での曝気は堤によって分断されていると考えた。求められた k_2 を $k_{2s}(=K_{Ls}/h)$ で無次元化し、それを無次元損失エネルギー $(E_l/E_s)^{1/2}$ の関数として図-8に示した。ここに

$$E_l = (1/8)\rho g H^2 (1 - \gamma_n^2 - \gamma_t^2) \dots (12)$$

である。図に示されるように、縦軸と横軸の間には波の

周期にかかわらず線形的な関係がみられ、本解析手法の妥当性が示されている。

5. 結 言

海岸あるいは海岸構造物での曝気に関する実験の解析は再曝気係数よりも物質移動係数によるべきであるという基本的立場にたち、従来の実験手法を改良した実験を行って解析した結果、以下のことが明らかになった。

- (1) この種の実験では、曝気容積、曝気面積に注意を払った実験を行う必要がある。
- (2) 構造物の周囲に曝気容積を特定して行う実験は、正確な物質移動係数を求めるために有効な手法である。
- (3) 静水面および部分重複波を含む波面での曝気能の特性を明らかにした。
- (4) 波面での曝気の影響を除いた縦スリット堤および捨石堤のみの曝気能の特性を明らかにした。

本研究は、文部省科学研究費一般研究 [B] (代表者：小田一紀) および地球環境財団研究奨励金による補助を受けたことを付記する。

参 考 文 献

角野昇八・斉藤 満・仲田義弘・中谷成智 (1994): 静水面における再曝気, 平成6年度関西支部年講演概要, pp. II-55-1-II-55-2.
 角野昇八・鍾 一明・藤原隆一 (1992): 縦スリット式構造物の曝気機能の予測式, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 1011-1015.
 合田 健 (1975): 水質工学・基礎編, 丸善, p. 180.
 宗宮 功 (1990): 自然の浄化機構, 技報堂出版, p. 252.
 細井由彦・村上仁士・三井 宏 (1988): 各種海岸構造物の曝気効果と再曝気係数の予測式, 第35回海岸工学講演論文集, pp. 812-816.
 Higbie, R. (1935): The rate of absorption of a pure gas into a still liquid during short periods of exposure, Trans. American Institute of Chemical Engineers, Vol. 31, pp. 365-389.
 Kakuno, S., Oda, K., and Liu, P. L.-F. (1992): Scattering of water waves by vertical cylinders with a backwall, Proc. ICCE'92, pp. 1258-1271.
 Danckwerts, (1951) および Lewis and Whitman (1924), O'Connor and Dabbins (1958), Streeter and Phelps (1925) の掲載誌名等については、角野ほか (1992) を参照のこと。